

CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS II

Serão abordados, neste bloco, os critérios de divisibilidade, que se inserem no conjunto dos números naturais. Compreender a divisibilidade é fundamental na matemática, pois muitas vezes permite resolver problemas sem a necessidade de cálculos extensos.

Existem questões específicas em concursos públicos que demandam esse conhecimento, como determinar se um número é divisível por 7 ou 9. Além disso, a interpretação de situações práticas relacionadas à divisibilidade é comum. Por exemplo, se um número não é divisível por 7, surge a dúvida sobre como distribuí-lo entre 7 pessoas.

Esses conceitos constituem fundamentos essenciais e possuem aplicação ao longo da vida.

Dentro do conjunto dos números naturais, é muito importante levar em consideração os critérios de divisibilidade.

Para alguns números como o 2, o 3, o 5 e outros, existem regras que permitem verificar a divisibilidade sem se efetuar a divisão. Essas regras são chamadas de critérios de divisibilidade. Elas precisam ser conhecidas, pois são temas de questões.

Em relação à divisibilidade por 2, um número natural é divisível por 2 quando ele termina em 0, ou 2, ou 4, ou 6, ou 8, ou seja, quando ele é par.

Exemplo:

- 5040 é divisível por 2, pois termina em 0;
- 237 não é divisível por 2, pois não é um número par.

Quanto à divisibilidade por 3, um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos, ou seja, positivos dos seus algarismos for divisível por 3. Vale lembrar que o valor absoluto não considera o sinal negativo em um determinado número. Por exemplo, o valor absoluto de -2 é 2. O valor absoluto é como um módulo.

A divisibilidade por 3 pode ser verificada por meio da soma dos algarismos de um número. Para determinar se um número é divisível por 3, deve-se considerar apenas os valores absolutos de seus dígitos.

Por exemplo, para o número 2.378, a análise dos valores absolutos resulta em 2, 3, 7 e 8. O valor absoluto refere-se a cada dígito isoladamente, enquanto o valor relativo se relaciona à posição do dígito no número. No caso de 2.378, o valor relativo de cada dígito é:

- 8 unidades,
- 7 dezenas (70),
- 3 centenas (300),
- 2 unidades de milhar (2.000).

Para aplicar o critério de divisibilidade por 3, deve-se ignorar o valor relativo e focar no absoluto. A soma dos dígitos absolutos é realizada da seguinte forma:

$$2 + 3 + 7 + 8 = 20$$

O resultado, 20, não é divisível por 3, pois sua divisão resulta em aproximadamente 6,67. Assim, 2.378 não é divisível por 3.

Em outro exemplo, considere o número 2.379. A soma dos algarismos absolutos é:

$$2 + 3 + 7 + 9 = 21$$

Neste caso, 21 é divisível por 3, já que $21 \div 3 = 7$. Portanto, 2.379 é divisível por 3.

Assim, o critério de divisibilidade por 3 é simples: a soma dos dígitos absolutos de um número deve ser verificável em relação à divisibilidade por 3.

Exemplo:

234 é divisível por 3, pois a soma de seus algarismos é igual a 9 ($2 + 3 + 4 = 9$). Como 9 é divisível por 3, então 234 é divisível por 3.

A divisibilidade por 4 também é importante. Um número é divisível por 4 quando termina em 00 ou quando o número formado pelos dois últimos algarismos da direita for divisível por 4.

A questão da divisibilidade por 4 é muito utilizada em questões de concursos públicos que envolvem anos bissextos.

Por exemplo, para determinar se um ano, como 2024, é bissexto, deve-se verificar se ele é divisível por 4. No caso do ano 2024, a análise deve considerar os dois últimos algarismos, que são 24.

A divisão é realizada da seguinte forma:

$$24 \div 4 = 6$$

Como o resultado é um número inteiro, conclui-se que 2024 é divisível por 4. Portanto, 2024 é um ano bissexto, uma vez que os anos bissextos são, por definição, divisíveis por 4.

Em outro exemplo, para determinar se um ano, como 2000, é bissexto, deve-se verificar se ele é divisível por 4. O ano 2000, que termina em 00, é divisível por 4.

O mesmo critério se aplica ao número 4.116, que termina em 16. A verificação é realizada da seguinte maneira:

$$16 \div 4 = 4$$

Portanto, 4.116 é divisível por 4. Da mesma forma, o número 1.324, que termina em 24, também é verificado:

$$24 \div 4 = 6$$

Assim, 1.324 é divisível por 4. Em contrapartida, o número 3.850, que termina em 50, não é divisível por 4, pois:

$$50 \div 4 \text{ resulta em um número com resto.}$$

Dessa forma, 3.850 não é divisível por 4. O critério de divisibilidade por 4 estabelece que um número é divisível por 4 se termina em 00 ou se os dois últimos algarismos forem divisíveis por 4. Portanto, o entendimento desse critério não apresenta dificuldades.



10m

Exemplo:

- 1800 é divisível por 4, pois termina em 00;
- 4116 é divisível por 4, pois 16 é divisível por 4;
- 1324 é divisível por 4, pois 24 é divisível por 4;
- 3850 não é divisível por 4, pois não termina em 00 e 50 não é divisível por 4.

A divisibilidade por 5 é muito fácil, basta analisar a terminação de um algarismo. Um número natural é divisível por 5 quando ele termina em 0 ou 5.

Exemplo:

- 55 é divisível por 5, pois termina em 5.
- 90 é divisível por 5, pois termina em 0.
- 87 não é divisível por 5, pois não termina em 0 nem em 5.



DIRETO DO CONCURSO

01. (FUNDATEC/2024/SEMAE DE SÃO LEOPOLDO-RS/AGENTE DE INSTALAÇÃO HIDRÁULICA)
Qual dos números abaixo é divisível por 5?

- a) 134.
- b) 135.
- c) 136.
- d) 137.
- e) 138.



Conforme visto anteriormente, para determinar qual dos números apresentados é divisível por 5, deve-se observar o último dígito de cada número. Um número é considerado divisível por 5 se termina em 0 ou 5. Assim, ao analisar as opções:

- Um número que termina em 4 não é divisível por 5.
- Um número que termina em 5 é divisível por 5.
- Um número que termina em 6, 7 ou 8 também não é divisível por 5.

Portanto, a única alternativa que satisfaz o critério de divisibilidade por 5 é aquela que termina em 5.

Sobre a divisibilidade por 6, um número é divisível por 6 quando é divisível simultaneamente por 2 e por 3. A divisibilidade de um número só ocorre quando o resto da divisão é igual a 0.

Exemplo:



- 312 é divisível por 6, porque é divisível por 2 (par) e por 3 (soma: 6).
- 5214 é divisível por 6, porque é divisível por 2 (par) e por 3 (soma: 12).
- 716 não é divisível por 6, (é divisível por 2, mas não é divisível por 3).
- 3405 não é divisível por 6 (é divisível por 3, mas não é divisível por 2).

Divisibilidade por 7: Um número é divisível por 7 se o dobro do seu último algarismo subtraído do número sem o último algarismo, resulta em um número divisível por 7. Se a diferença ainda é grande, repetimos o processo até verificar a divisão por 7. Repete-se o processo com a diferença obtida no processo anterior.

Exemplos:

a) 581:

O primeiro passo consiste em pegar o último algarismo, que neste caso é 1, e dobrá-lo. O cálculo resulta em $2 \times 1 = 2$

Em seguida, subtrai-se esse valor do número restante, ou seja, 58 menos 2. O resultado é 56.

A próxima etapa é verificar se o número obtido, 56, é divisível por 7. Para isso, divide-se 56 por 7. O resultado é 8, que não apresenta resto, confirmando que 581 é divisível por 7.

Portanto, o critério para a divisibilidade por 7 pode ser resumido nas etapas de dobrar o último algarismo, subtrair do restante e verificar se o resultado é divisível por 7.

b) 143:

Para determinar se o número 143 é divisível por 7, deve-se seguir um procedimento específico.

Primeiramente, deve-se pegar o último algarismo, que neste caso é 3, e dobrá-lo. O cálculo resulta em $3 \times 2 = 6$

Em seguida, subtrai-se esse valor do restante do número. Assim, realiza-se $14 - 6$, que resulta em 8.

Por último, deve-se verificar se o número obtido, 8, é divisível por 7. Como 8 não é divisível por 7, conclui-se que 143 também não é divisível por 7.

c) 1652:

Para verificar a divisibilidade do número 1652 por 7, deve-se seguir o seguinte procedimento:

Primeiramente, considera-se o último algarismo, que é 2. Este algarismo deve ser dobrado, resultando em $2 \times 2 = 4$.

Em seguida, subtrai-se esse valor do restante do número. Assim, calcula-se $16 - 4$, o que resulta em 12. Dividindo este resultado por 2, tem-se o valor igual a 6.

Logo, ao dividir este 6 por 7, tem-se resto igual a 6, tornando o número 1652 divisível por 7.

O próximo critério é a divisibilidade por 8. Um número é divisível por 8 quando termina em 000, ou quando o número formado pelos três últimos algarismos da direita for divisível por 8.



Exemplo:

- 7000 é divisível por 8, pois termina em 000.
- 56104 é divisível por 8, pois 104 é divisível por 8.
- 61112 é divisível por 8, pois 112 é divisível por 8.
- 78164 não é divisível por 8, pois 164 não é divisível por 8.

Na divisibilidade por 9, um número é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos for divisível por 9.

Exemplo:

- 2871 é divisível por 9, pois a soma de seus algarismos é igual a $2+8+7+1 = 18$.

Como 18 é divisível por 9, então 2871 é divisível por 9.

A divisibilidade por 10 também é bastante simples. Um número natural é divisível por 10 quando ele termina em 0.

Exemplo:

- 4150 é divisível por 10, pois termina em 0.
- 2106 não é divisível por 10, pois não termina em 0.

A divisibilidade por 11 é a que mais aparece nas provas de concurso. Para determinar se um número é divisível por 11, deve-se seguir um procedimento específico, que frequentemente aparece em provas de concursos públicos.

Primeiramente, deve-se identificar as ordens dos dígitos do número. No exemplo do número 23.456, os dígitos são organizados da seguinte forma, da direita para a esquerda:

- 1ª ordem: 6 (unidade)
- 2ª ordem: 5 (dezena)
- 3ª ordem: 4 (centena)
- 4ª ordem: 3 (milhar)
- 5ª ordem: 2 (dezena de milhar)

A contagem das ordens é feita da direita para a esquerda.

O próximo passo é separar os dígitos em ordens ímpares e pares. Para este número:

- **Ordens ímpares:** 6 (1ª), 4 (3ª) e 2 (5ª).
- **Ordens pares:** 5 (2ª) e 3 (4ª).

Em seguida, soma-se os dígitos nas ordens ímpares e pares:

- Soma das ordens ímpares: $6 + 4 + 2 = 12$
- Soma das ordens pares: $5 + 3 = 8$



25m

Por fim, deve-se subtrair a soma das ordens pares da soma das ordens ímpares:

$$12 - 8 = 4$$

Para determinar a divisibilidade por 11, verifica-se se o resultado da subtração é divisível por 11. Como 4 não é divisível por 11, conclui-se que 23.456 também não é divisível por 11.

Esse método é simples e eficaz: identificar as ordens, somar os dígitos nas ordens ímpares e pares, e calcular a diferença. Se a diferença for divisível por 11, o número original também será.

Em relação à divisibilidade por 12, um número é divisível por 12 quando é divisível por 3 e por 4.

Exemplo:

- 720 é divisível por 12, porque é divisível por 3 (soma = 9) e por 4 (dois últimos algarismos são 20).
- 870 não é divisível por 12 (é divisível por 3, mas não é divisível por 4).
- 340 não é divisível por 12 (é divisível por 4, mas não é divisível por 3).

01. (QUADRIX/2023/CRECI/22ª REGIÃO/AL/PROFISSIONAL DE SUPORTE TÉCNICO/PST/ TÉCNICO ADMINISTRATIVO) Um número é divisível por 11 quando o valor absoluto da diferença entre a soma dos dígitos em posições ímpares e a soma dos dígitos em posições pares é igual a um múltiplo de 11. Por exemplo, o número 209 é divisível por 11, pois $|(2+9)-0| = 11$, que é um múltiplo de 11.

Considerando essas informações, julgue o item.

O número 22.253 é divisível por 11.



Para verificar se o número 22.253 é divisível por 11, deve-se seguir um procedimento específico, que envolve a soma dos dígitos de diferentes ordens.

Primeiramente, identifica-se as ordens dos dígitos do número:

- **Ordens ímpares:** 1ª, 3ª e 5ª. Para o número 22.253, os dígitos nessas ordens são:

1ª ordem: 3;

3ª ordem: 2;

5ª ordem: 2.

A soma dos dígitos nas ordens ímpares é:

$$3 + 2 + 2 = 7$$

Em seguida, deve-se considerar as ordens pares:

- **Ordens pares:** 2ª e 4ª. Para o número 22.253, os dígitos nessas ordens são:

2ª ordem: 5;

4ª ordem: 2.

A soma dos dígitos nas ordens pares é:

$$5 + 2 = 7$$

Agora, calcula-se a diferença entre as somas:

$$7 - 7 = 0$$

A verificação final consiste em determinar se o resultado (0) é divisível por 11. O número 0 é divisível por qualquer número, exceto por zero. Portanto, a conclusão é que 22.253 é divisível por 11.

02. (QUADRIX/2023/CRECI/22ª REGIÃO/AL/PROFISSIONAL DE SUPORTE TÉCNICO/PST/ TÉCNICO ADMINISTRATIVO) Um número é divisível por 11 quando o valor absoluto da diferença entre a soma dos dígitos em posições ímpares e a soma dos dígitos em posições pares é igual a um múltiplo de 11. Por exemplo, o número 209 é divisível por 11, pois $|(2+9)-0| = 11$, que é um múltiplo de 11. Considerando essas informações, julgue o item.

Todo número palíndromo (que pode ser lido da mesma forma da esquerda para a direita e da direita para a esquerda) com um número par de dígitos é divisível por 11.



Um palíndromo é um número que pode ser lido da mesma forma da esquerda para a direita e da direita para a esquerda. Exemplos de palíndromos incluem o número 2.332 e o número 473.374. Ambos possuem uma quantidade par de dígitos.

Para verificar a divisibilidade de um palíndromo por 11, é importante entender que, ao somar os dígitos em ordens ímpares e pares, os resultados serão sempre iguais devido à simetria da disposição dos dígitos.

Por exemplo, no número 2.332, identificam-se as ordens dos dígitos:

- **Ordens ímpares** (1ª e 3ª): 2 e 3
- **Ordens pares** (2ª e 4ª): 3 e 2

Calcula-se a soma:

- Soma das ordens ímpares: $2 + 3 = 5$
- Soma das ordens pares: $3 + 2 = 5$

Em seguida, realiza-se a subtração das somas:

$$5 - 5 = 0$$





35m

Como zero é divisível por qualquer número, incluindo 11, conclui-se que um palíndromo com uma quantidade par de dígitos é sempre divisível por 11. Isso porque a subtração de um palíndromo sempre será igual a 0. Portanto, essa propriedade se aplica a todos os palíndromos com número par de dígitos.

O mesmo se aplica ao número 473.374. As ordens dos dígitos são:

- **Ordens ímpares:** 4, 3 e 7.
- **Ordens pares:** 7, 3 e 4.

Calcula-se a soma:

- Soma das ordens ímpares: $4 + 3 + 7 = 14$.
- Soma das ordens pares: $7 + 3 + 4 = 14$.

Realiza-se a subtração:

$$14 - 14 = 0$$

Logo, como 0 é divisível por 11, então o número 473.374 é divisível por 11.

03. (CESPE/CEBRASPE/2023/SME DO RECIFE/PE/PROFESSOR II/MATEMÁTICA) Com relação aos conceitos de divisibilidade, máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum, julgue o item a seguir.

O número 5267922 é múltiplo de 11.



Primeiramente, identificam-se as ordens dos dígitos, separando-os em ordens ímpares e pares:

- **Ordens ímpares:** 5, 2, 9, 6 (1ª, 3ª, 5ª e 7ª posições).
- **Ordens pares:** 2, 7, 2 (2ª, 4ª e 6ª posições).

A soma dos dígitos nas ordens ímpares é:

$$5 + 2 + 9 + 6 = 22$$

A soma dos dígitos nas ordens pares é:

$$2 + 7 + 2 = 11$$

Realiza-se a subtração das somas:

$$22 - 11 = 11$$

A divisibilidade é verificada ao observar que 11 é divisível por 11, resultando em 1. Portanto, a afirmação está correta.

04. (UNOESC/2024/PREFEITURA DE JOAÇABA-SC/AGENTE DE COMBATES À ENDEMIAS)
Entender os conceitos de múltiplos e divisores é fundamental para explorar as relações entre os números e facilitar diversos cálculos matemáticos. Os múltiplos de um número são os resultados da multiplicação desse número por outros inteiros, enquanto os divisores são os números pelos quais um número pode ser dividido de forma exata.

Acerca do tema múltiplos e divisores, avalie as afirmações a seguir.

I – Todo número par é múltiplo de 2.

II – O número 1 é o único divisor de todos os números naturais.

III – Um número é divisível por 9 se a soma de seus algarismos for divisível por 9.

É correto o que se afirma em

- a) I, apenas.
- b) I e II, apenas.
- c) II e III, apenas.
- d) I, II e III.



O tema abordado refere-se a múltiplos e divisores. A definição de múltiplos é fundamental: os números que são divisíveis por 2 são múltiplos de 2; os divisíveis por 3 são múltiplos de 3; e assim sucessivamente para os demais números, como 4, 5 e 9. Portanto, se um número é divisível por um determinado valor, ele também é considerado um múltiplo desse valor.

No contexto de múltiplos e divisores, as seguintes afirmações devem ser avaliadas:

I – Todo número par é múltiplo de 2. Essa afirmação é verdadeira, uma vez que todo número par é, por definição, divisível por 2.

II – O número 1 é o único divisor de todos os números naturais. O número 1 é, de fato, o único divisor de todos os números naturais. Qualquer número natural é divisível por 1, resultando em um resto igual a 0.

III – Um número é divisível por 9 se a soma de seus algarismos for divisível por 9. Assim como a regra de divisibilidade por 3, a regra de divisibilidade por 9 estabelece que um número é divisível por 9 se a soma de seus algarismos também for divisível por 9.

Diante dessas considerações, pode-se afirmar que todas as afirmações estão corretas.

Em síntese, o conteúdo abordado refere-se aos números naturais e suas características. Os números naturais são fundamentais e apresentam propriedades específicas, como o conceito de sucessor e antecessor. É importante reconhecer que, entre dois números naturais, não existe um terceiro número. Além disso, foram discutidos os critérios de divisibilidade para os números naturais, abrangendo os números de 2 a 12.

A prática de resolver questões é altamente recomendada, pois permite a descoberta de novos conhecimentos e facilita a compreensão de conceitos, como o de palíndromos.

Lembre-se de que um palíndromo é uma sequência que pode ser lida da mesma forma de trás para frente, podendo incluir palavras, letras ou até frases.

Na sequência do estudo, será abordado o conjunto dos números inteiros, que possui uma abrangência maior, pois inclui números positivos e negativos. Essa ampliação do conjunto de números permite a formulação de um número maior de questões e, conseqüentemente, um aprofundamento mais significativo no aprendizado.

GABARITO

- 01.** b
- 02.** C
- 03.** C
- 04.** C
- 05.** d

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.
