

CONJUNTOS DOS NÚMEROS IRRACIONAIS E REAIS

CONJUNTOS DOS NÚMEROS IRRACIONAIS

Os números irracionais são representados pela letra I (maiúscula). Estes números não admitem serem escritos na forma de fração, sendo o numerador inteiro e o denominador inteiro diferentes de zero, pois, em suas formas decimais, consistem em números infinitos não periódicos.

Os números racionais (Q) são representados em forma de fração e são pertencentes a esse conjunto se o numerador for inteiro e o denominador for inteiro e diferente de zero. Exemplo de número racional:

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \quad \left\{ \frac{a}{b} \in \mathbb{R} / a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

Os números racionais são todos aqueles que podem ser transformados em fração, incluindo as dízimas periódicas. Por exclusão, um número é irracional quando ele não é racional.

A raiz de 2, por exemplo, que equivale a 1,414213..., é uma dízima não periódica, porque nenhuma sequência se repete de tempos em tempos, diferentemente do que ocorre com a dízima 2,141414..., que pode ser colocado em uma fração em que tanto o numerador quanto o denominador pertencem aos inteiros.

Para descobrir se 2,141414... pertence ao conjunto dos números racionais, basta realizar o seguinte processo:

$$2,14 = 2 + 0,14$$

$$2 + 14/99$$

$$2/1 + 14/99 = 198 + 14/99 = 212/99$$

Ao dividir 212 por 99, obtém-se a dízima periódica 2,141414..., o que significa que se trata de um número racional, já que tanto 212 quanto 99 são números inteiros.

Como foi explicado, a raiz de 2 não é uma dízima periódica, pois não há nada que se repita de período em período, assim como o número π , que equivale a 3,14159265...

O número de Euler, muito usados nos logaritmos naturais, também é uma dízima não periódica (2,718281...), bem como a raiz de 3, que resulta em 1,73205... Por exclusão, todos os números mencionados acima pertencem ao conjunto dos racionais.



5m



10m

Vale destacar que os números irracionais podem ser escritos em forma de fração, mas o seu numerador e denominador não são números inteiros:

$$\frac{c}{d} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

No exemplo acima, o denominador, 3, é um número inteiro, já $\sqrt{2}$ pertence aos irracionais, porque resulta em uma dízima não periódica.

Estudos em Geometria reforçam a criação dos números irracionais, principalmente quando se referem ao Teorema de Pitágoras: “a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa”.

Considerando um quadrado 1x1, para calcular a medida de sua diagonal, é preciso ter em mente que os ângulos são retos, de 90°, e a diagonal representa a hipotenusa. Sabendo disso, aplica-se o Teorema de Pitágoras:

$$d^2 = 1^2 + 1^2$$

$$d^2 = 1 + 1$$

$$d^2 = 2$$

$$d^2 = \sqrt[2]{2} = \sqrt{2} = 1,4142...$$

A raiz de 2 não tem fim, mas a diagonal tem, então quer dizer que a diagonal apenas tende a raiz de 2. No fim das contas, a diferença é tão mínima, que não faz diferença.

Do mesmo modo, no conjunto dos números racionais, não há antecessor ou sucessor. Entre o 0 e o 1, há uma infinidade de números, o que existe é apenas uma tendência a chegar n. 1.



Outro número irracional muito usado na Geometria é o π (pi), descoberto por meio da divisão do comprimento de uma circunferência pelo diâmetro da mesma. π equivale a 3,141592653589793238462...

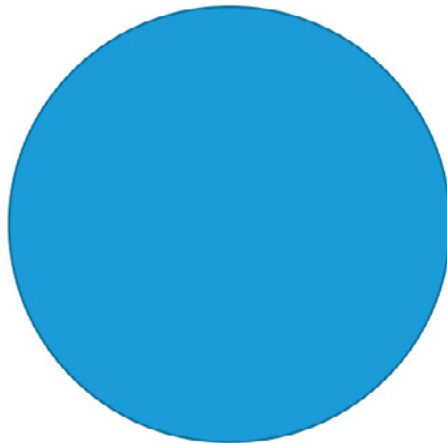


15m



20m

Considerando o seguinte círculo de barbante, no qual d é o diâmetro e c é a circunferência, dividindo c por d , o resultado obtido será aproximadamente 3,141592... É daí que surge a constante π .



O número de Ouro (divina proporção) também é considerado um número irracional. O número de Ouro está presente nas artes, música e nas obras arquitetônicas gregas. Equivale aproximadamente a 1,680...

Considerando o corpo de uma pessoa, ao medi-lo da cabeça aos pés e calcular da cabeça ao tórax, a proporção entre os dois resultados resulta em 1,680...

Exemplo: estudando a criação de coelhos, um matemático percebeu que a reprodução desses animais seguia a sequência 1,1,2,3,5,8,13.

A população de coelhos aumentava segundo tal proporção, em que cada termo subsequente corresponde à soma dos dois anteriores. Tem-se a partir disso a sequência de Fibonacci. É possível encontrar essa sequência nos corais, nas galáxias, nos girassóis, na formação das rochas etc.

A divisão de cada número pelo número imediatamente anterior faz chegar sempre próximo ao número de Ouro. Ele é um número irracional.

O número de Neper, descoberto por John Napier, matemático que aprofundou os estudos sobre logaritmos, também é considerado um número irracional. Número de Neper:

$$e = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2,7182818284....$$



DIRETO DO CONCURSO

01. (ADM&TEC/PREFEITURA DE PALMEIRA DOS ÍNDIOS/AL/JORNALISTA) Leia as afirmativas a seguir:

I – Em relação aos números irracionais, é correto afirmar que todas as raízes inexatas são irracionais, como, por exemplo, a raiz quadrada dos números 2, 3 e 4.

II – O resultado da multiplicação de 0,8 por 2,8 é maior que 2,87 e menor que 3,02.

Marque a alternativa CORRETA:

- a) As duas afirmativas são verdadeiras.
- b) A afirmativa I é verdadeira, e a II é falsa.
- c) A afirmativa II é verdadeira, e a I é falsa.
- d) As duas afirmativas são falsas.



I. A raiz de 2 e de 3 não são exatas, pertencem aos irracionais. Todas as raízes que não são exatas pertencem aos irracionais. Contudo, a raiz de 4 é igual a 2, ou seja, é um número racional.

II. O resultado da multiplicação é 2,24, que é menor do que 2,87.

O conjunto dos números reais, por sua vez, é formado pela união entre os números racionais e os números irracionais. Dentro dos racionais, estão os números naturais e os números inteiros.

Em suma, os naturais (positivos) estão contidos nos inteiros (positivos e negativos) e os inteiros estão contidos nos racionais (naturais, inteiros, frações e dízimas periódicas). Quando esses números se juntam aos irracionais, forma-se o conjunto dos números reais, que não podem ser colocados em fração ou possuem uma raiz inexata.

GABARITO

1. d

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.