

CONJUNTOS DOS NÚMEROS IRRACIONAIS E REAIS II



DIRETO DO CONCURSO

01. (IDHTEC/2024/CÂMARA DE LAGOA GRANDE/PE/AGENTE ADMINISTRATIVO) O produto de dois números inteiros pode não pertencer ao conjunto dos números:

- a) Naturais
- b) Inteiros
- c) Racionais
- d) Reais
- e) Complexos



A multiplicação de inteiros resulta sempre em um número inteiro. Nos números naturais, as operações são multiplicação e soma. Nos inteiros, as operações básicas incluem multiplicação, soma e subtração. Já nos números racionais, as operações disponíveis são adição, multiplicação, subtração e divisão.

É importante lembrar que os inteiros estão contidos nos racionais, que, por sua vez, estão contidos no conjunto dos números reais; portanto, todos os números inteiros também são racionais e reais, o que é essencial para compreender os conjuntos numéricos.

Por exemplo, ao multiplicar os números inteiros -1 e 2 , obtém-se o resultado -2 . Entretanto, -2 não pertence aos números naturais, pois estes não aceitam valores negativos.

Ao multiplicar um número negativo por um positivo, o resultado será um número negativo, que não pertence ao conjunto dos números naturais. Vale ressaltar que os números complexos não são objeto de discussão neste contexto.



5m

02. (IDHTEC/2024/CÂMARA DE LAGOA GRANDE/PE/AGENTE ADMINISTRATIVO) Considerando os números a e b como naturais estritos, qual dos números abaixo pode não pertencer ao conjunto dos racionais?

- a) ab
- b) $a + b$
- c) $a \frac{1}{2}$
- d) $b a$
- e) $a - b$



Ao multiplicar dois números naturais, o resultado é sempre um número natural, e, por consequência, todo número natural é também um número racional, já que os números naturais estão incluídos no conjunto dos racionais. Portanto, a letra A pertence aos racionais. Quanto à letra B, a soma de dois números naturais resulta igualmente em um número natural. Assim, tanto a soma quanto a multiplicação de números naturais geram números que pertencem ao conjunto dos racionais. Logo, a letra B também pertence aos racionais. Analisando a letra C, que apresenta a expressão $a^{1/2}$, é importante notar que, quando o expoente é uma fração, é possível transformá-lo em um radical, especificamente em uma raiz quadrada de um número natural.

Se a for igual a 4, a raiz quadrada de 4 é 2, que pertence tanto ao conjunto dos números naturais quanto ao dos racionais. No entanto, se a for igual a 2, a raiz quadrada de 2 resulta em um número irracional, uma vez que é uma dízima não periódica.

Assim, a letra C pode não pertencer aos racionais. O examinador utilizou a expressão “pode não pertencer” de forma inteligente, pois existem situações em que o número pode, sim, pertencer aos racionais, dependendo do valor atribuído a a .

As outras opções não apresentam problemas. Se há um número natural a , ao elevá-lo a um número natural, o resultado será um número natural.

Quando se tem uma potência com expoente negativo, a expressão pode ser reescrita na forma de fração, invertendo o sinal do expoente. Por exemplo: $a^{-1} = 2^{-1} = 1/2^1 = 1/2$. $1/2$ é um número racional, pois representa uma fração em que tanto o numerador quanto o denominador são inteiros.

Considerando 3^{-4} , aplica-se o mesmo raciocínio, resultando em $1/3^4$, que é igual a $1/81$, um número racional. Portanto, a letra E pertence ao conjunto dos números racionais, uma vez que gera uma fração com numerador e denominador inteiros.

03. (EDUCA/2024/PREFEITURA DE ALHANDRA/PB/PROFESSOR/ENSINO FUNDAMENTAL II/MATEMÁTICA) Dois números inteiros, m e n , são tais que $(\sqrt{3})^m - (\sqrt{3})^n = 54$. Nessas condições, a diferença positiva entre m e n é igual a:

- a) 28
- b) 162
- c) 486
- d) 648
- e) 702



Este conceito remete a uma propriedade anteriormente discutida: ao trabalhar com potências, é possível converter expoentes fracionários em raízes e vice-versa.

Quando se tem uma expressão na forma $x^{m/n}$, esta pode ser reescrita como um radical, em que a base x é colocada dentro do radical e o índice da raiz é representado pelo denominador do expoente: $x^{m/n} = \sqrt[n]{x^m}$.

Essa transformação é prática, pois mantém a lógica de que o que está no denominador “vai para o sol” (índice da raiz) e o que está no numerador “fica na sombra”.

Retornando ao problema, aplica-se essa mesma lógica: a raiz de 3 é reescrita como uma base com um expoente fracionário. Este processo é repetido para cada termo da expressão até que a resolução esteja completa:

$$(\sqrt[3]{3^1})\sqrt{m} - (\sqrt{3})\sqrt{n} = 54$$

$$(3^{1/2})\sqrt{m} - (3^{1/2})\sqrt{n}$$

$$3\sqrt{m/2} - 3\sqrt{n/2} = 54$$

Uma situação interessante em potenciação é chamada de “potência de potência”, na qual se tem x elevado a um valor que, por sua vez, é elevado a outro valor. Nesse caso, a base se repete os expoentes são multiplicados.

Neste ponto, a resolução se torna mais complexa, pois é indicado que o número 3 é elevado a uma incógnita, assim como outro número, resultando em 54. A questão que se coloca é: quais são os dois números que, ao serem subtraídos, resultam em cinquenta e quatro?

É possível, a partir desse questionamento, pensar na subtração $81 - 27$, sendo 81 igual a 3^4 e 27 igual a 3^3 . Portanto, pode-se pensar na seguinte operação:

$$3^4 - 3^3$$

$$\sqrt{m/2} = 4$$

$$\sqrt{n/2} = 3$$

Com isso, é possível encontrar os valores de m e n . Multiplicando ambos os lados por 2, obtém-se $2 \times 4 = 8$, resultando em $m = 8$. Aplicando o mesmo procedimento para n , tem-se $2 \times 3 = 6$, portanto $n = 6$.

Para determinar m , eleva-se ambos os lados ao quadrado, cancelando o índice, resultando em $m = 8^2 = 64$. Para encontrar n , aplica-se o mesmo procedimento: elevando ambos os lados ao quadrado, obtém-se $n = 6^2 = 36$.

Esse raciocínio faz sentido, pois a raiz quadrada de 64 é 8 e a raiz quadrada de 36 é 6. Finalmente, os valores de m e n foram encontrados. A diferença positiva entre m e n é $64 - 36$, que resulta em 28.

04. (FGV/2023/PREFEITURA DE SÃO JOSÉ DOS CAMPOS/SP/PROFESSOR I) Considere as seguintes características de dois números naturais:

- os dois números possuem 3 algarismos cada;
- os 6 algarismos registrados são diferentes entre si;
- a soma dos dois números naturais é a maior possível.

Essa soma é igual a

- a) 1641.
- b) 1839.
- c) 1974.
- d) 1997.
- e) 1998.



Ambos os números possuem três algarismos, ou seja, cada um possui três dígitos, totalizando seis algarismos diferentes entre si, sem repetição. O objetivo é garantir que a soma dos dois números naturais seja a maior possível.

Para alcançar essa soma máxima, é essencial que os dois números formados sejam os maiores possíveis. Ao considerar os números naturais, há os seguintes algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Com esses algarismos, é possível formar todos os números naturais.

Dentre os dez dígitos disponíveis, é necessário selecionar os maiores algarismos disponíveis para a posição das centenas.

Portanto, escolhe-se 9 para um número e 8 para o outro. Após essa escolha, prosseguindo para os próximos algarismos, o número 7 pode ser considerado para o primeiro número e o número 6 pode ser escolhido para o segundo número.

Os maiores algarismos subsequentes, seguindo a ordem decrescente, são 6 e 4. Assim, tem-se: 9, 7, 5 para o primeiro e 8, 6, 4 para o segundo. Dessa forma, os números formados seriam 975 e 864. Logo, a soma total é: $975 + 864 = 1839$.

05. (UECE-CEV/2023/SEDUC-CE/PROFESSOR/MATEMÁTICA) Os números irracionais e (número de Euler ou número neperiano), π (pi) e $\sqrt{2}$ são aproximadamente iguais aos números racionais 2,72; 3,14 e 1,414. O valor numérico da expressão $(e \cdot \sqrt{2}) + \pi$ é aproximadamente igual à fração ordinária

- a) 3393 / 500.
- b) 3398 / 500.
- c) 3493 / 500.

d) $3593 / 500$.



Realizando o cálculo $(e.\sqrt{2}) + \pi$, obtém-se: $(2,72 \times 1,414) + 3,14 \approx 3,84608 + 3,14 \approx 6,98608$.

Embora o valor numérico tenha sido encontrado, as opções apresentadas estão na forma de frações. Para encontrar a resposta, é preciso trabalhar com denominadores de 500.

Assim, ajusta-se o valor, deslocando a vírgula três casas para a direita, o que resulta em um numerador sobre 1000. A estratégia utilizada foi observar que, ao considerar 500 como denominador, é necessário dividir o numerador por 2 para manter a equivalência.

Portanto, ao dividir 6986,08 por 2, obtém-se: $6986,08/1000 = 3493,04/500$. A partir disso, o valor aproximado pode ser simplificado, descartando casas decimais adicionais, resultando em $3493/500$. Trata-se de um número racional.

06. (FCC/2022/SEC-BA/PROFESSOR PADRÃO P/GRAU III/MATEMÁTICA) Sabendo-se que

$$\frac{a}{b} \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{2}{3}, \text{ o valor de } \frac{b}{a} \text{ é}$$

- a) $1/9$
- b) $4/3$
- c) $3/4$
- d) $2/3$
- e) $9/4$



A partir da equação, é possível reescrever a/b multiplicado pela raiz quadrada de b/a , que é igual a $2/3$. Ao simplificar o radical, o termo que estava dentro da raiz quadrada se torna um expoente, resultando em b/a elevado a $1/2$. Mantém-se a igualdade com $2/3$, buscando determinar b/a .

Utilizando uma propriedade da potenciação, ao inverter a fração, o expoente se torna negativo. Por exemplo, $(2/3)^2$ se transforma em $(3/2)^{-2}$. Aplicando essa propriedade, obtém-se $(b/a)^{-1} \times (b/a)^{1/2} = 2/3$.

A multiplicação de potências de mesma base implica na conservação da base e na soma dos expoentes:

$$(1/2)^3 \times (1/2)^2 = (1/2)^{3+2} = (1/2)^5$$

Reescrevendo a equação, tem-se:

$$(b/a)^{-1+1/2} = 2/3$$

$$(b/a)^{-1/2} = 2/3$$

Para tornar a equação positiva, inverte-se os termos, levando a $(a/b)^{1/2} = 2/3$. De potência, é possível passar para raiz:

$$\sqrt[2]{a/b} = 2/3$$

Para remover a raiz, eleva-se ambos os lados ao quadrado:

$$(\sqrt[2]{a/b})^2 = (2/3)^2$$

$$a/b = 4/9$$

Assim, obtém-se que $a/b = 4/9$ e, ao inverter, conclui-se que $b/a = 9/4$.



40m

GABARITO

01. a

02. c

03. a

04. b

05. c

06. e

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.