

DIVISÃO PROPORCIONAL INVERSAMENTE

Dá-se continuidade ao estudo de divisão proporcional, passando agora da divisão diretamente proporcional para a divisão inversamente proporcional. Nesse caso, trabalha-se com situações em que as grandezas se comportam de forma oposta: quanto maior uma, menor a outra. Um exemplo típico é a quantidade de faltas. Quem falta mais recebe menos; quem falta menos recebe mais, caracterizando uma relação inversamente proporcional.

Quando a divisão é inversamente proporcional, isso aparece de forma explícita no enunciado da questão, normalmente com a indicação de que a divisão deve ser feita em partes inversas. O procedimento segue a mesma lógica da divisão direta, com apenas um passo adicional. Trata-se de um ajuste simples no método, que torna o processo igualmente acessível.

A proposta é partir imediatamente para a prática, utilizando uma questão como referência, para compreender de forma objetiva como funciona a divisão inversamente proporcional e como esse passo a mais é aplicado no cálculo.



DIRETO DO CONCURSO

01. (FCC/TRT) Em uma seção há duas funcionárias, uma com 20 anos de idade e a outra com 30. Um total de 150 processos foi dividido entre elas, em quantidades inversamente proporcionais às suas respectivas idades. Qual o número de processos recebido pela mais jovem?

- a) 90
- b) 80
- c) 60
- d) 50
- e) 30



Em uma seção há duas funcionárias, uma com 20 anos de idade, identificada como A, a mais jovem, e outra com 30 anos, identificada como B, a mais velha. Um total de 150 processos foi dividido entre elas em quantidades inversamente proporcionais às respectivas idades. Em uma divisão inversamente proporcional, quem é mais nova recebe mais processos e quem é mais velha recebe menos. A questão pede o número de processos recebido pela mais jovem, que é a funcionária A.

Observa-se no enunciado a indicação de que a divisão ocorre em partes inversamente proporcionais. Para evitar erro, o procedimento começa sempre pela montagem da divisão direta. Assim, associa-se cada pessoa à sua respectiva idade: A com 20 anos e B com 30 anos. Essa é a organização inicial, considerada direta, em que cada elemento permanece ligado ao seu próprio valor.

A partir dessa montagem direta, escreve-se a razão conforme apresentado:

$$\frac{A}{20} = \frac{B}{30}$$

Parte-se da pergunta sobre como transformar a proporção que está montada de forma direta em uma proporção inversa. Não se utiliza a escrita com frações do tipo $\frac{1}{20}$ ou $\frac{1}{30}$. O procedimento apresentado é mais simples e direto.

Inicialmente, a montagem está na forma direta: a pessoa A é proporcional a 20, que é a sua idade, e a pessoa B é proporcional a 30, que é a sua idade. Trata-se de uma relação direta porque cada pessoa está associada à sua própria grandeza, cada uma com aquilo que lhe corresponde.

Para fazer a divisão virar inversa, realiza-se apenas a troca de posição dos valores. O 20, que estava associado a A, passa para o outro lado, e o 30, que estava associado a B, também troca de lado. Com essa inversão simples, a proporção passa a ser escrita como:

$$\frac{A}{30} = \frac{B}{20}$$

Nesse momento, a divisão já foi transformada em inversa. A partir daí, o procedimento de resolução segue exatamente o mesmo padrão utilizado nas questões anteriores, aplicando o método já trabalhado.

Prossegue-se com a resolução identificando a parte. Retoma-se o procedimento de transformar a divisão direta em inversa, realizando a troca de posição dos valores da base. Em seguida, soma-se o total de partes obtidas e divide-se a quantidade total de processos por essa soma, encontrando assim o valor correspondente a cada parte.

$$P = \frac{150}{50} = 3$$

Mantendo a proporção já invertida, a funcionária A fica associada a 30 partes e a funcionária B a 20 partes. Calcula-se então a quantidade correspondente a cada uma, conforme indicado:

$$A = 30P = 90$$

$$B = 20P = 60$$

Para identificar quem é a mais jovem, retoma-se a organização direta, em que cada pessoa está associada à sua própria idade. A funcionária A é a mais jovem, portanto é ela quem



5m

recebe 90 processos. A funcionária B, mais velha, recebe 60 processos, confirmando a lógica da divisão inversamente proporcional, em que a mais nova recebe mais e a mais velha recebe menos.

Primeiro monta-se a divisão de forma direta e, em seguida, faz-se a transformação para a divisão inversa. Após encontrar os resultados, quando a questão pede a pessoa mais jovem, não se deve olhar para a montagem inversa, pois ali os valores estão trocados. Para identificar a pessoa correta, é necessário retornar ao texto do enunciado ou à montagem direta, em que cada pessoa está associada ao que lhe pertence. A pessoa mais jovem é a A, conforme já identificado, e é ela quem recebe a maior quantidade de processos.

Levanta-se então a dúvida sobre como proceder quando não são apenas duas pessoas. Para duas pessoas, o procedimento já foi aplicado: monta-se a divisão direta, cada um com o que é seu, troca-se apenas o que está embaixo e resolve-se da mesma forma que já vinha sendo feito. Depois disso, identificam-se as pessoas no texto, verificando se a questão pede a mais jovem, a mais velha ou se menciona diretamente a pessoa. Nesse caso anterior, não havia nomes no enunciado, o que foi proposital, e as identificações como A e B foram feitas apenas para não haver confusão entre as pessoas.

02. (FCC/TRT) Três funcionários, A, B e C, decidem dividir entre si a tarefa de conferir o preenchimento de 420 formulários. A divisão deverá ser feita na razão inversa de seus respectivos tempos de serviço no Tribunal. Se A, B e C trabalham no Tribunal há 3, 5 e 6 anos, respectivamente, o número de formulários que B deverá conferir é

- a) 100
- b) 120
- c) 200
- d) 240
- e) 250



Trata-se de uma situação com três funcionários, A, B e C, que decidem dividir entre si a tarefa de conferir o preenchimento de formulários. A divisão deverá ser feita na razão inversa dos respectivos tempos de serviço no Tribunal. Informa-se que A, B e C trabalham no Tribunal há três, cinco e seis anos, respectivamente, e a questão pergunta quantos formulários o funcionário B deverá conferir.

Retoma-se o procedimento já aprendido para divisões inversamente proporcionais. Primeiro monta-se a divisão de forma direta, para depois realizar a transformação em inversa. Identificam-se as pessoas envolvidas, A, B e C, e associa-se cada uma ao seu respectivo

tempo de serviço, colocando cada um com o que é seu. Assim, a montagem direta da proporção fica expressa da seguinte forma, conforme indicado:

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{5} = \frac{C}{6}$$

Essa organização inicial representa a divisão direta, em que cada funcionário está associado ao seu próprio tempo de serviço, servindo de base para, no passo seguinte, realizar a inversão da proporção.

Até aqui, a montagem estava direta, com cada pessoa associada ao seu respectivo tempo de serviço. Para virar inversa, o que passa a ser movimentado são os valores da base. O procedimento é o mesmo independentemente da quantidade de pessoas envolvidas, seja para três, quatro ou mais.

Para obter a forma inversa, utiliza-se o procedimento ilustrado no quadro. Ao considerar a pessoa A, elimina-se o valor que está abaixo dela e multiplicam-se os valores que permanecem, resultando em $5 \times 6 = 30$. Esse resultado passa a ficar abaixo de A. Em seguida, elimina-se o valor que está abaixo de B e multiplicam-se os que restam, $3 \times 6 = 18$ que passa a ficar abaixo de B. Por fim, elimina-se o valor que está abaixo de C e multiplicam-se os que sobram, $3 \times 5 = 15$, que passa a ficar abaixo de C.

$$\frac{A}{30} = \frac{B}{18} = \frac{C}{15}$$

Após a divisão já estar montada na forma inversa, passa-se ao cálculo da constante de proporcionalidade. Para isso, soma-se o que está na base da proporção inversa. Inicialmente, trabalha-se com os valores obtidos após a inversão, realizando a soma desses termos. Em seguida, divide-se o total de formulários por essa soma para encontrar a constante de proporcionalidade.

Observa-se que é possível simplificar os valores da base antes de realizar essa divisão. Essa simplificação é opcional: pode ser feita ou não. Caso não se simplifique, a divisão do total de formulários pela soma pode resultar em um valor decimal periódico, o que dificulta o cálculo, embora o procedimento esteja correto. Quando isso acontece, a orientação é simplificar os valores da base, dividindo todos por um mesmo número, de modo a facilitar a conta.

Aplicando a simplificação por um mesmo fator, os valores da base são reduzidos proporcionalmente, e a nova soma passa a ser utilizada para o cálculo da constante. Com a soma simplificada, divide-se o total de formulários por esse novo resultado, obtendo-se uma constante inteira. Assim, escreve-se a constante de proporcionalidade como:

$$P = \frac{420}{21} = 20$$



10m

Identificada a constante, passa-se à determinação da quantidade de formulários para o funcionário solicitado. Observa-se quantas partes correspondem ao funcionário B na proporção inversa já montada. B corresponde a 6 partes. Assim, escreve-se:

$$B = 6 \cdot P$$

$$B = 6 \cdot 20$$

$$B = 120.$$

Esse é o número de formulários que o funcionário B deverá conferir. Trata-se de um método simples e direto, não apresentando dificuldade quando seguido passo a passo.



15m

03. (FCC) Dois técnicos judiciários foram incumbidos de catalogar alguns documentos, que dividiram entre si em partes inversamente proporcionais aos seus respectivos tempos de serviço no cartório da seção onde trabalham. Se o que trabalha há 12 anos deverá catalogar 36 documentos e o outro trabalha há 9 anos, então o total de documentos que ambos deverão catalogar é

- a) 76
- b) 84
- c) 88
- d) 94
- e) 96



Como não há nomes no enunciado, os dois técnicos são identificados como A e B, apenas para facilitar a organização do raciocínio. Já na leitura inicial, observa-se a indicação de que a divisão é inversa, mas o procedimento adotado começa pela montagem da divisão direta, para depois realizar a transformação para a inversa.

Identifica-se que o técnico A trabalha há 12 anos e o técnico B trabalha há 9 anos. Também é informado que aquele que trabalha há 12 anos deverá catalogar 36 documentos, o que já fornece um valor conhecido. A questão pede o total de documentos que ambos deverão catalogar. Assim, antes de qualquer inversão, monta-se primeiramente a relação direta, associando cada pessoa ao seu respectivo tempo de serviço, ficando a proporção organizada como:

$$\frac{A}{12} = \frac{B}{9}$$

Observa-se que, embora a divisão seja inversamente proporcional, o enunciado já informa que o técnico que trabalha há 12 anos deverá catalogar 36 documentos, o que indica que a relação inversa já está implícita no dado fornecido. Ainda assim, o procedimento adotado

começa pela montagem direta para evitar confusão. Identificam-se os técnicos como A e B, sendo A aquele que trabalha há 12 anos e B aquele que trabalha há 9 anos, organizando inicialmente a relação direta.

Em seguida, realiza-se a transformação para a forma inversa apenas trocando os valores da base, passando para:

$$\frac{A}{9} = \frac{B}{12}$$

Para identificar corretamente quem recebeu os 36 documentos, retorna-se à montagem direta, pois é nela que cada pessoa está associada ao que é seu. O técnico que trabalha há 12 anos é o A, e é exatamente ele quem recebeu os 36 documentos informados no enunciado, o que fixa esse valor na proporção já invertida e permite dar continuidade à resolução.

Dá-se continuidade à resolução determinando as partes correspondentes a cada pessoa. Como a proporção já está montada de forma inversa, identifica-se que A corresponde a 9 partes e B a 12 partes. O enunciado não fornece o total de documentos, mas informa a quantidade atribuída a apenas uma das pessoas. Como a montagem está inversa, retorna-se ao direto para identificar corretamente as pessoas. Quem trabalha há 12 anos é o A, e é ele quem catalogou 36 documentos. Assim, escreve-se:

$$A = 9p$$

$$36 = 9p$$

$$p = 4$$

Em seguida, calcula-se a quantidade correspondente ao técnico B, que possui 12 partes. Escreve-se:

$$B = 12$$

$$P = 12 \cdot 4$$

$$B = 48$$

Esse é o número de documentos catalogados pelo técnico B.

Conclui-se a resolução observando que a questão pede o total de documentos catalogados pelos dois técnicos. Já se sabe que o técnico B catalogou 48 documentos e que o técnico A catalogou 36 documentos, conforme informado anteriormente. Assim, soma-se a quantidade atribuída a cada um para obter o total, realizando-se

$$48 + 36 = 84$$

Confere-se então com o enunciado: o técnico que trabalha há 12 anos catalogou 36 documentos, identificado como A, e o outro, que trabalha há 9 anos, catalogou 48 documentos, identificado como B. Dessa forma, o total de documentos catalogados pelos dois técnicos é 84.

- 04.** (ANO: 2025/BANCA: FGV/ÓRGÃO: SEEC-RN/PROVA: FGV/2025/SEEC-RN/PROFESSOR DE MATEMÁTICA) Um número N é dividido em 3 partes inversamente proporcionais a 2, 3 e 5. A diferença entre a maior parte e a menor parte é 153. É correto concluir que N é um valor
- a) maior que 530.
 - b) entre 520 e 530.
 - c) entre 510 e 520.
 - d) entre 500 e 510.
 - e) menor que 500.



Adota-se o procedimento já trabalhado anteriormente. Primeiramente, monta-se a divisão de forma direta, para depois transformá-la em inversa. As três partes são identificadas como A, B e C, apenas para organizar o raciocínio. Assim, a montagem direta fica estabelecida associando cada parte ao seu respectivo valor, na forma:

$$\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{5}$$

Dá-se continuidade à resolução fazendo a transformação da divisão direta em inversa. Parte-se da relação e realiza-se a inversão trabalhando com os valores da base. Ao considerar A, eliminam-se os valores associados a ele e multiplicam-se os que permanecem, obtendo-se $3 \times 5 = 15$, que passa a ficar associado a A. Em seguida, elimina-se o valor associado a B e multiplicam-se os restantes, $2 \times 5 = 10$, que passa a ficar associado a B. Por fim, elimina-se o valor associado a C e multiplicam-se os que sobram, $2 \times 3 = 6$, que passa a ficar associado a C.

$$\frac{A}{15} = \frac{B}{10} = \frac{C}{6}$$

A partir desse ponto, com a proporção já inversa, a resolução da questão da FGV fica facilitada. Prossegue-se identificando as partes após a montagem da divisão inversa. Observa-se que o total não foi fornecido no enunciado, pois o próprio total corresponde ao valor N que se deseja encontrar. Assim, passa-se a trabalhar apenas com as partes da proporção inversa já obtida. Nessa organização, a parte A corresponde a 15 partes, a parte B corresponde a 10 partes e a parte C corresponde a 6 partes, ficando expressas as relações na forma:

$$A = 15p$$

$$B = 10p$$

$$C = 6p$$

Prossegue-se utilizando a informação de que a diferença entre a maior parte e a menor parte é igual a 153. Identifica-se que a maior parte é A e a menor parte é C. Assim, escreve-se a relação:

$$A - C = 153$$

Como A corresponde a 15 partes e C corresponde a 6 partes, tem-se

$$15p - 6p = 153$$

Efetuando a subtração, obtém-se

$$9p = 153$$

Passando o 9 dividindo, encontra-se

$$p = \frac{153}{9} = 17$$

Prossegue-se para a determinação do valor total N. Como a parte já foi encontrada e vale 17, calcula-se o valor correspondente a cada parte.

$$A = 15 \cdot 17 = 255,$$

$$B = 10 \cdot 17 = 170$$

$$C = 6 \cdot 17 = 102$$

Somando-se os valores das três partes, tem-se $255 + 170 + 102 = 527$.

Alternativamente, pode-se somar primeiro as partes, $15 + 10 + 6 = 31$, e depois multiplicar pelo valor da parte, escrevendo $31 \cdot 17 = 527$, chegando ao mesmo resultado.

Assim, o valor total N é igual a 527, que se encontra no intervalo entre 520 e 530.

Encerra-se a aula retomando o que foi trabalhado até aqui em divisão proporcional. Foram vistos exemplos de divisão em partes diretamente proporcionais e em partes inversamente proporcionais, tanto com duas partes quanto com três partes. Na próxima aula, o conteúdo será aprofundado com situações em que a divisão envolve, ao mesmo tempo, razão direta e razão inversa, como casos em que uma grandeza é direta em relação a um fator e inversa em relação a outro. Haverá questões de concurso nesse próximo momento.



25m

GABARITO

01. a

02. b

03. b

04. b

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.
