

DIVISÃO DIRETAMENTE E INVERSAMENTE PROPORCIONAL

É possível fazer divisão proporcional e inversamente proporcional ao mesmo tempo. Pode-se dividir, por exemplo, proporcionalmente às idades das pessoas e inversamente ao seu tempo de serviço.

Ex.:

	Idade	Tempo de Serviço
André	26	4
Beto	30	5

Será dividida uma premiação de R\$ 25.000 para duas pessoas, André e Beto, por terem sido os melhores funcionários do ano. Para isso, o valor será dividido diretamente às idades e inversamente ao tempo de serviço.

Primeiro, monta-se uma proporção tradicional, direta, com as idades no divisor:

$$\frac{A}{26} = \frac{B}{30}$$

Segundo, multiplicam-se as idades pelo tempo de serviço (André tem 26 anos e 4 anos de tempo de serviço. "E" é um princípio multiplicativo).

$$\frac{A}{26 * 4} = \frac{B}{30 * 5}$$

Até então, estava tudo direto, mas agora o que for inverso, no caso, os tempos de contribuição, serão invertidos, isto é, o tempo de contribuição de André passa ao lado de Beto e vice-versa. Já a idade se mantém direta.

$$\frac{A}{26 * 5} = \frac{B}{30 * 4}$$

$$\frac{A}{130} = \frac{B}{120}$$

- A é proporcional a 130, portanto, recebe 130 partes; B é proporcional a 120, portanto, recebe 120 partes.

Agora, divide-se 25.000 pelo total de partes dos dois funcionários (130 + 120)



5m

$$\frac{25000}{250} = 100$$

Multiplica-se 100 pela parte de cada um:

A: $100 \times 130 = 1300$

B: $100 \times 120 = 1200$



DIRETO DO CONCURSO

01. (FCC/TRF) No quadro abaixo, têm-se as idades e os tempos de serviço de dois técnicos judiciários do Tribunal Regional Federal de uma certa circunscrição judiciária

	Idade (em anos)	Tempo de Serviço (em anos)
João	36	8
Maria	30	12

Esses funcionários foram incumbidos de digitar as laudas de um processo. Dividiram o total de laudas entre si, na razão direta de suas idades e inversa de seus tempos de serviço no Tribunal. Se João digitou 27 laudas, o total de laudas do processo era

- a) 40.
- b) 41.
- c) 42.
- d) 43.
- e) 44.



- A questão dá o número de um dos funcionários e pergunta o total.

Obs.: se fossem mais grandezas além das duas, bastaria multiplica-las também.

Segue-se a mesma sequência do exemplo dado anteriormente:

$$\frac{J}{36 * 8} = \frac{M}{30 * 12}$$

- Se a questão afirmasse que é tudo direto, a idade e o tempo de serviço, a questão já estaria montada.

Inverte-se a posição dos tempos de serviço:

$$\frac{J}{36 * 12} = \frac{M}{30 * 8}$$

- Pode-se simplesmente multiplicar os números

$$\frac{J}{432} = \frac{M}{240}$$

- Ou, pode-se também simplificar um número com o outro antes da multiplicação, lembrando que sempre deve ser simplificado um lado com o outro lado, não importando em se tratar da idade ou tempo de contribuição.

$$\frac{J}{36 * 12} = \frac{M}{30 * 8}$$

- 36 e 30 são divisíveis por 6

$$\frac{J}{6 * 12} = \frac{M}{5 * 8}$$

$$\frac{J}{6 * 12} = \frac{M}{5 * 8}$$

- 12 e 8 são divisíveis por 4

$$\frac{J}{6 * 3} = \frac{M}{5 * 2}$$

- Agora, multiplica-se

$$\frac{J}{18} = \frac{M}{10}$$

- É possível simplificar ainda mais, dividindo 18 e 10 por 2

$$\frac{J}{18} = \frac{M}{10}$$

$$\frac{J}{9} = \frac{M}{5}$$

- João: 9 partes.
- Maria: 5 partes.

Sabendo que João digitou 27 laudas, basta dividir 27 pela quantidade de partes que cabem a João para encontrar quanto vale uma parte.

$$27 = 9p$$

$$p = \frac{27}{9}$$

$$p = 3$$

Uma parte vale 3.

Maria digitou 5 partes, logo:

$$3 * 5 = 15 \text{ laudas}$$

A questão procura o total de laudas. Para tal, basta somar o número de laudas de Maria e o de João.



$$27 + 15 = 42$$

Também é possível fazer a conta da seguinte forma:

$$\frac{J}{9} = \frac{M}{5}$$

- Sabendo o número de partes de cada um e quando estiver faltando apenas um valor na proporção, pode-se substituir um dos nomes pelo valor correspondente, no caso, João digitou 27 laudas, logo, substitui-se seu nome por 27. Ao fim, o resultado será o mesmo.

$$\frac{27}{9} = \frac{M}{5}$$

- Agora, basta multiplicar inverso (27 por 5 e 9 por M), e realizar as operações seguintes.

$$5m = 135$$

$$m = \frac{135}{5}$$

$$m = 15$$

02. Uma gratificação deverá ser repartida entre Bruno e Cláudio, funcionários de uma empresa, em partes diretamente proporcionais aos seus respectivos tempos de serviço e em partes inversamente proporcionais às suas idades. Sabe-se que Bruno tem 24 anos e trabalha a 3 anos na empresa e Cláudio tem 36 anos, trabalha a 12 anos. Se Bruno recebeu R\$ 5.400,00, então a gratificação total foi de:

- a) R\$ 15.400,00.
- b) R\$ 19.800,00.
- c) R\$ 12.600,00.
- d) R\$ 21.500,00.



Aplica-se a mesma resolução da questão 01.

$$\frac{B}{24 * 3} = \frac{C}{36 * 12}$$

- Tempo de serviço é direto e a idade é inversa.

$$\frac{B}{36 * 3} = \frac{C}{24 * 12}$$

- Simplificando 36 e 12 por 12

$$\frac{B}{3 * 3} = \frac{C}{24 * 1}$$

- Simplificando 3 e 24 por 3.

$$\frac{B}{3 * 1} = \frac{C}{8 * 1}$$

$$\frac{B}{3} = \frac{C}{8}$$



20m

Sabe-se que Bruno recebeu R\$ 5.400, então, basta substituir seu nome por esse valor na proporção.

$$\frac{5400}{3} = \frac{C}{8}$$

Multiplica-se cruzado (5400 por 8 e C por 3).

$$3C = 43200$$

$$C = \frac{43200}{3}$$

$$C = 14400$$

- Cláudio recebeu R\$ 14400.

A questão pede o total, logo, basta somar o valor recebido por Bruno e o valor recebido por Cláudio.

$$B + C = 5400 + 14400$$

$$B + C = 19.800$$

04. (FCC/TRT) Três funcionários, A, B e C, decidem dividir entre si a tarefa de conferir o preenchimento de 420 formulários. A divisão deverá ser feita na razão inversa de seus respectivos tempos de serviço no Tribunal. Se A, B e C trabalham no Tribunal há 3, 5 e 6 anos, respectivamente, o número de formulários que B deverá conferir é a. 100 b. 120 c. 200 d. 240 e. 250



- A questão ajuda na prática de operações inversamente proporcionais com três itens.



25m

Primeiro, monta-se tudo direto, com seus respectivos tempos de serviço:

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{5} = \frac{C}{6}$$

Passa-se para inverso. Para isso, ignora-se primeiramente um dos números e multiplica-se os outros dois. O resultado da multiplicação será escrito na casa do número que foi ignorado. Inicia-se com a multiplicação de 5 por 6, ignorando o número 3.

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{5} = \frac{C}{6} \rightarrow \frac{A}{30} = \frac{B}{18} = \frac{C}{18}$$

Depois, repete-se a operação, ignorando o segundo número, no caso, o 5, e multiplica-se 3 por 6.

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{5} = \frac{C}{6} \rightarrow \frac{A}{30} = \frac{B}{18} = \frac{C}{18}$$

Faz-se mais uma vez a operação, preenchendo a última casa:

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{5} = \frac{C}{6} \rightarrow \frac{A}{30} = \frac{B}{18} = \frac{C}{15}$$

O resultado encontrado será a razão inversa:

$$\frac{A}{30} = \frac{B}{18} = \frac{C}{15}$$

A questão não informa quantos formulários cada um dos três funcionários deve conferir, mas dá o total de formulários. A partir disso, simplifica-se e somam-se os números 30, 18 e 15, sendo que a simplificação deve ocorrer nos três de uma vez.

Obs.: é importante simplificar para reduzir as chances de dízima periódica.

- Simplifica-se os três números por 3.

$$\frac{A}{10} = \frac{B}{6} = \frac{C}{5}$$

- Somando:

$$10 + 6 + 5 = 21$$

Agora, divide-se o total de formulários pelo número total de partes:

$$p = \frac{420}{21}$$

$$p = 20$$

Cada parte vale 20. A questão busca a quantidade de formulários que B deverá conferir.

- A = 10 partes
- B = 6 partes
- C = 5 partes

$$6 * 20 = 120 \text{ formulários.}$$



30m

03. Dividir 560 em partes diretamente proporcionais a 3, 6 e 7 e inversamente proporcionais 5, 4 e 2



Não se trata de uma questão muito frequente, mas pode ocorrer. Nesse caso, é como se fossem 3 pessoas, de forma que teria que se dividir diretamente para três pessoas e inversamente para três.

Em um primeiro momento, escreve-se tudo diretamente:

$$\frac{A}{3 * 5} = \frac{B}{6 * 4} = \frac{C}{7 * 2}$$

Os números 5, 4 e 2 são inversos.

$$\frac{A}{3 * 5} = \frac{B}{6 * 4} = \frac{C}{7 * 2}$$

O que for direto se mantém no mesmo lugar

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{6} = \frac{C}{7}$$

Já para o que for inverso, faz-se a mesma operação da questão anterior: ignora-se primeiramente um dos números e multiplica-se os outros dois. O resultado da multiplicação será escrito na casa do número que foi ignorado. Inicia-se ignorando o 5 e multiplicando 4 por 2.

$$\frac{A}{5} = \frac{B}{4} = \frac{C}{2} \rightarrow \frac{A}{5} = \frac{B}{8} = \frac{C}{2}$$

Repete-se a mesma operação mais duas vezes até completar os três números.

$$\frac{A}{5} = \frac{B}{4} = \frac{C}{2} \rightarrow \frac{A}{5} = \frac{B}{10} = \frac{C}{2}$$

$$\frac{A}{5} = \frac{B}{4} = \frac{C}{2} \rightarrow \frac{A}{8} = \frac{B}{10} = \frac{C}{20}$$

O resultado são os números inversos.

$$\frac{A}{8} = \frac{B}{10} = \frac{C}{20}$$

Montando novamente as proporções com as partes diretas (3, 6 e 7) e inversas (8, 10 e 20)

$$\frac{A}{3 * 8} = \frac{B}{6 * 10} = \frac{C}{7 * 20}$$

Simplificando (sempre em todos os lados ao mesmo tempo). Primeiro, o 8, o 10 e o 20 por 2:

$$\frac{A}{3 * \cancel{8}} = \frac{B}{6 * \cancel{10}} = \frac{C}{7 * \cancel{20}}$$

$$\frac{A}{3 * 4} = \frac{B}{6 * 5} = \frac{C}{7 * 10}$$

Agora, 4, 6 e 10 serão simplificados por 2.

$$\frac{A}{3 * \cancel{4}} = \frac{B}{\cancel{6} * 5} = \frac{C}{7 * \cancel{10}}$$

$$\frac{A}{3 * 2} = \frac{B}{3 * 5} = \frac{C}{7 * 5}$$

Multiplicando:

$$\frac{A}{6} = \frac{B}{15} = \frac{C}{35}$$

Para descobrir as partes, no divisor coloca-se a soma dos números (6+15+35) e no dividendo, o número total (560).

$$p = \frac{56}{560}$$

$$p = 10$$

A parte vale 10, assim:

- A: 6p = 60
- B: 15p = 150
- C: 35p = 350



ATENÇÃO

Percebe-se que o mesmo método é aplicado para qualquer tipo de questão de proporção ou/inversa. Isso ocorre muito na matemática financeira: divisão de lucro entre sócios, por exemplo.

GABARITO

01. c

02. b

04. b

03. A: 60; B: 150; C 350

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.
