

EQUAÇÕES DO 2º GRAU II

O conteúdo apresenta dois exemplos para serem resolvidos de duas maneiras. Observa-se a equação incompleta $2x^2 - 4x = 0$.

Caso se deseje simplificá-la, essa operação pode ser realizada desde que todos os termos sejam simplificados simultaneamente.

Quando a equação, completa ou incompleta, apresenta dois termos, ambos devem ser simplificados; se apresentasse três termos, os três precisariam ser simplificados. A simplificação somente pode ocorrer quando abrange todos os termos da igualdade. Assim, decide-se dividir todos os termos por 2 para facilitar a resolução.

O zero também poderia ser dividido, embora zero dividido por dois resulte em zero. A regra se mantém porque, na igualdade, existem o primeiro membro (antes do sinal "=") e o segundo (depois do "="), e todos devem ser simplificados simultaneamente, inclusive quando houver número diferente de zero no segundo membro.

Efetua-se a simplificação: $2x^2$ dividido por 2 resulta em x^2 , $-4x$ dividido por 2 resulta em $-2x$, e 0 dividido por 2 permanece 0.

$$2x^2 - 4x = 0 (\div 2)$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$2x^2 - 4x = 0 (\div 2)$$

Obtém-se então a equação $x^2 - 2x = 0$.

Pode-se aplicar o método da soma e produto, considerando os coeficientes **a**, **b** e **c**.

$$a = 1$$

$$b = -2$$

$$c = 0$$

Desejam-se dois números que, somados, resultem em $-\frac{b}{a}$. Observa-se que há o sinal negativo da fórmula, que não pode ser ignorado. Substituindo os coeficientes, a expressão resulte em $\frac{-(-2)}{1}$, que corresponde a 2.

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = -\frac{b}{a} = -\frac{(-2)}{1} = 2$$

Além disso, procuram-se dois números que, multiplicados, resultem em $\frac{c}{a}$. O valor de **c** é 0, e 0 dividido por 1 permanece 0.

$$\text{---} \times \text{---} = \frac{c}{a} = \frac{0}{1} = 0$$

Identifica-se que, quando um dos números é diferente de 0 e o outro é 0, basta utilizá-los diretamente: 2 e 0. A soma de qualquer número com 0 é igual ao primeiro número, e o produto de qualquer número com 0 é igual a 0, o que determina as raízes pelo método da soma e do produto. Assim, nesse caso, os números que satisfazem simultaneamente as condições são 2 e 0.

{2, 0}

Aplicando-se o método de Bhaskara, é possível chegar ao mesmo resultado.

A equação simplificada é $x^2 - 2x = 0$.

Calcula-se o discriminante: b^2 , sendo **b** igual a -2, resulta em $(-2)^2$, e $-4ac$ resulta em $-4 \times 1 \times 0$, que é igual a 0.

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0$$

$$\Delta = 4$$

Utiliza-se a fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

O termo $-b$ torna-se 2, pois **b** é -2. A expressão fica $2 \pm \sqrt{4}$ dividido por 2×1 . Obtém-se 2 ± 2 dividido por 2.

$$x = \frac{2 \pm 2}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{(2 \pm 2)}{2}$$

Calcula-se a primeira raiz utilizando o sinal positivo: $2 + 2$, que resulta em 4, que, dividido por 2, resulta em 2.

$$x' = \frac{4}{2} = 2$$

Calcula-se a segunda raiz utilizando o sinal negativo: $2 - 2$, que resulta em 0, que, dividido por 2, permanece 0.

$$x'' = \frac{0}{2} = 0$$

Assim, a escolha entre um método ou outro fica a critério daquele que resolve, sendo recomendável conhecer ambos para ampliar as possibilidades de solução.

A resolução também pode ser realizada de maneira ligeiramente diferente. O método demonstrado a seguir consiste em uma abordagem alternativa considerada válida e útil,

especialmente porque muitos exames de concursos permitem testar valores nas alternativas. Trata-se do seguinte: retomando-se a equação simplificada, verifica-se que também é possível resolvê-la colocando o **x** em evidência, pois o **x** pertence aos dois termos.

Em seguida, realiza-se a divisão correspondente. Assim, ao dividir $x^2 - 2x = 0$ por **x**, obtém-se **x**. Ao dividir $-2x$ por **x**, obtém-se 2, resultando na expressão igualada a 0. A partir desse ponto, observa-se que há dois fatores na multiplicação: **x** e **x - 2**.

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

Em uma multiplicação, o resultado será 0 quando um dos fatores for igual a 0. Dessa forma, sempre que um produto apresentar valor igual a 0, pelo menos um de seus termos deve necessariamente ser nulo.

Assim, a resolução da equação ocorre rapidamente. Esse tipo de situação é comum em equações incompletas.

Na expressão que está sendo considerada, $x(x - 2) = 0$, o valor da multiplicação resultará em zero quando o primeiro termo (**x**) for igual a 0 ou quando o segundo termo (**x - 2**) for igual a zero. Neste último caso, o número dois é transposto para o outro lado da igualdade.

Com isso, a questão se encerra, resultando em $x' = 0$ e $x'' = 2$. Constata-se que não há alteração em relação aos resultados obtidos pelos métodos de soma e produto e da fórmula de Bhaskara, nos quais foram encontrados $x' = 0$ e $x'' = 2$. Assim, a colocação do **x** em evidência constitui procedimento igualmente válido. Trata-se de uma alternativa adequada para quem deseja ganhar mais tempo no processo de resolução.

A mesma lógica se aplica a outras equações, como $2x^2 = 0$, outra equação incompleta. Nela, temos só o valor do **a**; não temos nem o **b** nem o **c**. A ausência desses valores não gera qualquer problema.

$$a = 2$$

$$b = 0$$

$$c = 0$$

É possível questionar: qual valor elevado ao quadrado e multiplicado por dois resulta em 0? Essa reflexão é importante, pois não se pretende que o estudante dependa exclusivamente de fórmulas. Embora a fórmula seja útil, em diversas situações o raciocínio direto proporciona maior rapidez. O único número que, ao ser elevado ao quadrado e multiplicado por dois, resulta em zero, é o próprio zero.

Caso o estudante prefira resolver passo a passo pelo método tradicional, pode-se isolar o termo. O número 2 está multiplicando, portanto, é transposto para o denominador. Assim:



10m

$$x^2 = \frac{0}{2}$$

$$x^2 = 0$$

$$x = \sqrt{0} = 0$$

Se a resolução for realizada pela fórmula de Bhaskara, o resultado permanece o mesmo. O coeficiente **b** é igual a 0, portanto:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 0 - 0 = 0$$

Dessa forma,

$$x = -\frac{b \pm \sqrt{0}}{2a}$$

$$x = \frac{0 \pm 0}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

Em equações do segundo grau, é possível haver duas soluções distintas ou duas soluções iguais. Para isso, é necessário observar o valor de delta, também chamado discriminante. Nesse caso, o delta foi igual a zero.

Em relação ao discriminante, é possível perceber que há influência nas raízes:

- Se $\Delta > 0$ for positivo, então $x' \neq x''$.
- Se $\Delta = 0$, então $x' = x''$.
- Se $\Delta < 0$ for negativo, então x' e $x'' \notin \mathbb{R}$.

Uma vez que as raízes podem ser iguais, diferentes e, por vezes, não existirem dentro do conjunto de números reais.

Observa-se que, quando o valor do Δ é diferente de 0 e, especificamente, quando é maior que 0, obtêm-se duas soluções distintas.

Em um exemplo abordado em outra aula, o delta era igual a 9, resultando nas soluções $x' = -2$ e $x'' = -5$. Já no exemplo desta aula, o delta foi 0, então a equação apresentou apenas uma solução: $x' = x''$. Nesse caso específico, a solução encontrada foi igual a 0, embora se ressalte que pudesse ser outro valor dependendo da equação analisada.

Dessa forma, compreende-se que, quando o discriminante for maior que zero (positivo), as raízes serão diferentes e a equação terá duas soluções distintas. Porém, quando o



15m

discriminante for igual a 0, as raízes serão iguais e a equação apresentará uma única solução real. Ainda, caso o discriminante seja menor que 0, isto é, negativo, não haverá raízes reais. Nesse cenário, x' e x'' não pertencerão ao conjunto dos números reais, passando a envolver o conjunto dos números complexos.

Essa informação é essencial para ser memorizada, pois, em algumas questões, é informado no enunciado se as raízes são iguais ou diferentes, o que já permite ao estudante saber se delta é maior ou igual a zero. Também é possível que o enunciado informe que não há raízes reais, e nesse caso, sabe-se que o discriminante é menor que zero.



DIRETO DO CONCURSO

01. (DIRETORIA DE ENSINO DA REGIÃO DE JABOTICABAL – SP/AGENTE DE ORGANIZAÇÃO ESCOLAR/2025)

(FONTE: CAMINHAR E TRANSFORMAR MATEMÁTICA – 2013) Qual destes números é uma das raízes da equação: $x^2 - 7x + 10 = 0$

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3



I – Soma e produto

Prossegue-se com a resolução, primeiramente, por meio da técnica de soma e produto. Identificam-se os coeficientes **a**, **b** e **c**.

$$a = 1$$

$$b = -7$$

$$c = 10$$

Por esse método, buscam-se dois números que, quando somados, resultem em $-\frac{b}{a}$.

Assim:

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = -\frac{b}{a} = \frac{7}{1} = 7$$

O valor de $-b$ é 7 e, como $a = 1$, obtém-se 7 como resultado da divisão.

Em seguida, devem-se identificar dois números que, além de apresentarem essa soma, quando multiplicados resultem em $\frac{c}{a}$.

$$_ \times _ = \frac{c}{a} = \frac{10}{1} = 10$$

O valor de **c** é 10, e **a** é igual a 1; portanto, o produto deve ser igual a 10.

Seguindo o procedimento, iniciam-se as tentativas de pares de números cujo produto seja igual a 10. Verifica-se que $1 \times 10 = 10$, porém, a soma desses dois valores (1 e 10) não resulta em 7. Prossegue-se, então, para o próximo par.

O par 2 e 5 é avaliado. $2 \times 5 = 10$, e $2 + 5 = 7$, satisfazendo tanto a condição da soma quanto a do produto. Como ambos os números são positivos, obtêm-se as raízes 2 e 5. Assim, $x' = 2$ e $x'' = 5$.

A questão solicita apenas uma das raízes, portanto a alternativa correta corresponde à raiz que estiver apresentada nas alternativas.

II – Bhaskara

Também é possível resolver a questão pelo método da fórmula quadrática, conhecida como fórmula de Bhaskara. A escolha entre métodos é pessoal.

Considera-se novamente a equação:

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10$$

$$\Delta = 49 - 40$$

$$\Delta = 9$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm 3}{2}$$

A primeira raiz é calculada substituindo-se o sinal positivo:

$$x = \frac{7 + 3}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

A segunda raiz é calculada utilizando-se o sinal negativo:

$$x = \frac{7 - 3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Assim:

$$x' = 5$$



20m

$$x'' = 2$$

Dessa forma, obtêm-se as mesmas raízes encontradas anteriormente, 2 e 5.

02. (IDCAP/SAAE DE ARACRUZ – ES/ANALISTA EM GESTÃO PÚBLICA/2025)

Um terreno retangular tem largura igual a x metros e comprimento igual a $(x + 6)$ metros. Sabe-se que sua área total é de 216 metros quadrados. Qual o valor de x ?

- a) 9.
- b) 6.
- c) 18.
- d) 12.



A questão envolve um terreno retangular em que a largura mede x metros e o comprimento mede $(x + 6)$ metros. A área total corresponde a 216 m^2 . Solicita-se o valor de x .

$$\frac{A = 216 \text{ m}^2}{x + 6} \cdot x$$

Sabe-se que a área de um retângulo é calculada pela multiplicação do comprimento (ou base) $\times$ largura (ou altura). Assim, é necessário multiplicar x por $x + 6$.

$$A = (x + 6) \cdot x$$

$$216 = x^2 + 6x$$

Desloca-se o 216 para o outro lado da igualdade, trocando-se o sinal.

$$x^2 + 6x - 216 = 0$$

É possível aplicar a fórmula de Bhaskara a partir deste momento, mas ressalta-se que há uma maneira mais rápida de resolver a questão. Tanto por meio do método de soma e produto quanto por Bhaskara seria possível chegar ao resultado; porém, para fins de ganho de tempo em prova, recomenda-se testar as alternativas. Retomando-se a equação:

$$216 = (x + 6) \cdot x$$

É possível testar as alternativas no lugar do x . A alternativa a. é 9, então o estudante pode analisar se, ao se substituir o x da equação por 9, obtém-se o resultado 216. Nesse caso:

$$(x + 6) \cdot x$$

$$(9 + 6) \cdot 9$$

$$15 \cdot 9 = 135$$

Assim, entende-se que a resposta certa não é 9.

Em seguida, testa-se outra alternativa. Caso x seja 6, tem-se $6 + 6$, resultando em 12; 12 vezes 6 resulta em 72, valor bem inferior a 216, motivo pelo qual essa alternativa também é descartada. Na próxima alternativa, $18 + 6$ resulta em 24. Em seguida, 24 vezes 18 resulta em 432, valor acima do necessário. Assim, apenas a última alternativa permanece como opção viável. Considerando x igual a 12, tem-se $12 + 6 = 18$, que, multiplicado por 12, resulta em 216. Assim, $x = 12$.

Esse método é uma opção para quem busca ganhar tempo em provas.

Ainda é possível resolver a questão por outras maneiras. Usando soma e produto, busca-se dois números que, somados, resultem em $\frac{-b}{a}$.

Com $b = 6$ e $a = 1$, obtém-se -6 .

$$-\frac{b}{a} = -\frac{6}{1} = -6$$

Esses mesmos dois números, multiplicados, devem resultar em $\frac{c}{a}$.

$$\frac{c}{a} = -\frac{216}{1} = -216$$

A partir desse ponto, utiliza-se o método que testa pares de números cujo produto resulte em 216. Inicia-se com 1, pois 1 vezes 216 é igual ao próprio 216. No entanto, ao somar ou subtrair esses valores, não se chega ao resultado -6 , motivo pelo qual essa tentativa é descartada.

Passa-se ao número 2. Dois vezes 108 é igual a 216. Contudo, tanto a soma quanto a subtração desses valores não resultam em -6 , tornando essa combinação inadequada.

Em seguida, passa-se ao número 3. Três vezes 72 também resulta em 216, porém novamente não se alcança o valor -6 por soma ou subtração.

O procedimento continua com o número 4, resultando em 4 vezes 54, mas essa combinação também não permite chegar a -6 .

Avança-se para 6, obtendo 6 vezes 36. A soma e a subtração desses números também não produzem -6 .

Prossegue-se até chegar ao número 12. Dividindo 216 por 12, obtém-se 18. Nesse ponto, ao analisar 12 e 18, conclui-se que é possível obter -6 quando 18 assume valor negativo. Assim, $12 - 18$ resulta em -6, satisfazendo a condição. O produto entre 12 e -18 resulta em -216.

Dessa forma, as duas raízes são 12, de valor positivo, e -18, de valor negativo, considerando o contexto da equação apresentada.

Trabalha-se com área, portanto não existe dimensão negativa. Assim, o valor de x não pode ser -18, pois não há tamanho negativo. x somente pode ser igual a 12.

A resolução demandou um pouco mais de trabalho. Caso fosse utilizada a fórmula de Bhaskara, o procedimento seguiria da seguinte forma.

$$x^2 + 6x - 216 = 0$$

$$\Delta = 36 - 4 \cdot 1 \cdot -216$$

$$\Delta = 36 + 864$$

$$\Delta = 900$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{900}}{2 \cdot 1} = \frac{-6 \pm 30}{2}$$

$$x' = \frac{24}{2} = 12$$

$$x'' = \frac{-36}{2} = -18$$

Tanto o método do somatório e produto quanto o método de Bhaskara exigem tempo e etapas, ao passo que testar as respostas mostrou-se mais simples no caso anterior.

GABARITO

01. c

02. d

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.