

INEQUAÇÕES DO 1º GRAU II

Nesta aula, serão apresentadas as Inequações do 1º Grau com alguns exemplos voltados para resolução de questões de concurso.

EXEMPLO 1

Apresentam-se a primeira e a segunda inequação:

$$3x - 2 > 4x + 1$$

$$5x + 1 \leq 2x - 5$$



I – Inicialmente, considera-se a primeira inequação:

$$3x - 2 > 4x + 1$$

Transfere-se o $4x$ para o primeiro membro, passando com sinal negativo, ficando:

$$3x - 4x > 1 + 2$$

Obtém-se:

$$-x > 3 (-1)$$

Como o coeficiente está negativo, multiplica-se toda a desigualdade por -1 , invertendo o sinal:

$$x < -3$$

Está definido, assim, o primeiro conjunto solução.

Contudo, trata-se de um sistema, portanto é necessária a intersecção com a segunda inequação.

II – Na segunda inequação, tem-se:

$$5x + 1 \leq 2x - 5$$

Passa-se o $2x$ para o primeiro membro e o $+1$ para o segundo:

$$5x - 2x \leq -5 - 1$$

Resultando em:

$$3x \leq -6$$

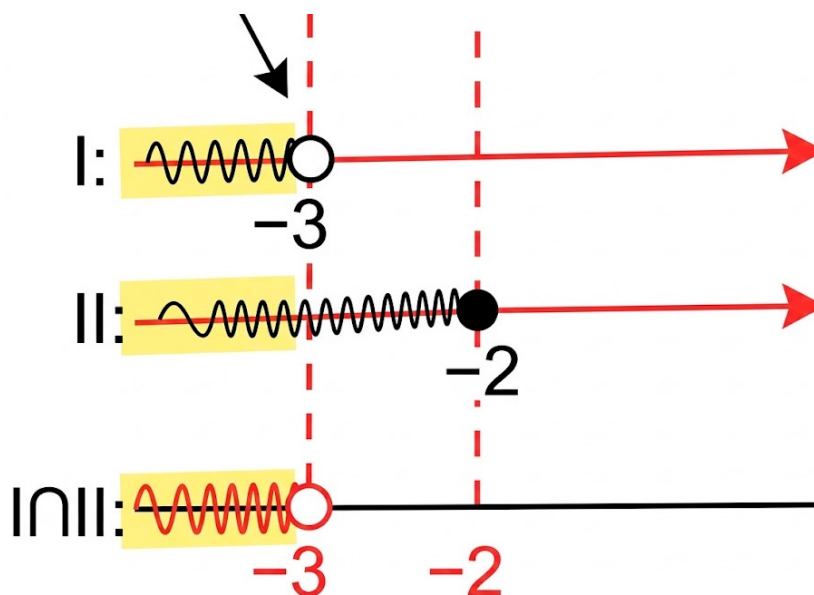
Como o 3 está multiplicando, passa dividindo:

$$x \leq \frac{-6}{3}$$

$$x \leq -2$$

Dessa forma, obtêm-se dois conjuntos de solução: um proveniente da primeira inequação e outro da segunda, sendo necessário considerar a interseção entre eles.

Agora é preciso considerar simultaneamente as duas condições. Representam-se os valores na reta numérica.



Marca-se o -3 , utilizando bolinha vazia, porque a desigualdade é apenas menor, não envolve igualdade. Como se busca valores menores que -3 , a marcação segue para o lado esquerdo. Em seguida, localiza-se o -2 , que está à direita do -3 , agora com bolinha cheia, pois aparece o menor ou igual.

Na sequência, realiza-se a interseção das duas representações. Para isso, traçam-se linhas verticais pontilhadas a partir de -3 e -2 , projetando esses pontos para baixo. Inicialmente, copiam-se apenas os valores, sem definir bolinhas abertas ou fechadas.

Observa-se então que, de um lado, tem-se $x < -3$, com a região pintada para a esquerda, e do outro, $x \leq -2$, também com região pintada à esquerda. Analisa-se o que há em comum entre os dois conjuntos. Onde existe marcação simultânea nas duas retas, acima e abaixo, permanece como solução. Na parte intermediária, em que há marcação apenas em uma delas, não serve. Da mesma forma, onde não há marcação em nenhuma, também não serve. A interseção ocorre somente onde aparecem os dois sombreados ao mesmo tempo.

O valor -2 não participa do resultado final, pois não pertence ao primeiro intervalo. Já o -3 exige atenção: no primeiro conjunto ele não pertence, enquanto no segundo pertence. Como se trabalha com interseção, o ponto precisa pertencer aos dois, o que não acontece em -3 . Por isso, mantém-se a bolinha aberta em -3 , e a solução segue a partir desse ponto para a esquerda, em direção ao menos infinito.

Dentro dos reais, tem-se o conjunto solução expresso por:

$$S = \{x \in R \mid x < -3\}$$

Ou seja, x pertence aos reais tal que x é menor que -3 . Essa é a solução que se tem ao final do sistema.

EXEMPLO 2

Agora o exemplo envolve três sistemas.

$$3x + 2 \geq 5x + 2$$

$$4x - 1 > 3x - 4$$

$$3 - 2x < x - 6$$



Avançando um pouco mais no conteúdo, agora uma questão com três sistemas. Eles podem ser identificados como I, II e III. Inicia-se pelo primeiro.

I – No primeiro sistema, tem-se:

$$3x + 2 \leq 5x + 2$$

Transfere-se o $5x$ para o primeiro membro, ficando:



5m

$$3x - 5x \geq 2 - 2$$

Obtém-se:

$$-2x \geq 0 \quad (-1)$$

Multiplica-se toda a desigualdade por -1 para deixar o coeficiente positivo, invertendo o sinal:

$$2x \geq 0$$

Como o 2 está multiplicando, passa dividindo:

$$x \geq \frac{0}{2}$$

Faz-se uma observação importante: zero dividido por dois é zero, mas dois dividido por zero não existe na matemática. Com isso, chega-se ao resultado:

$$x \geq 0$$

Está definida, assim, a primeira solução, correspondente ao primeiro sistema.

II – Passa-se então para a segunda equação:

$$4x - 1 > 3x - 4$$

Transfere-se o $3x$ para o primeiro membro:

$$4x - 3x > -4 + 1$$

Obtém-se:

$$x > -3$$

Está definida, assim, mais uma solução.

III – Passa-se então para a terceira inequação:

$$3 - 2x < x - 6$$

Transfere-se o x para o primeiro membro e o 3 para o segundo:

$$-2x - x < -6 - 3$$

Obtém-se:

$$-3x < -9$$

Multiplica-se toda a desigualdade por -1 , invertendo o sinal:

$$-3x < -9 (-1)$$

$$3x > 9$$

Como o 3 está multiplicando, passa dividindo:

$$x > \frac{9}{3}$$

$$x > 3$$

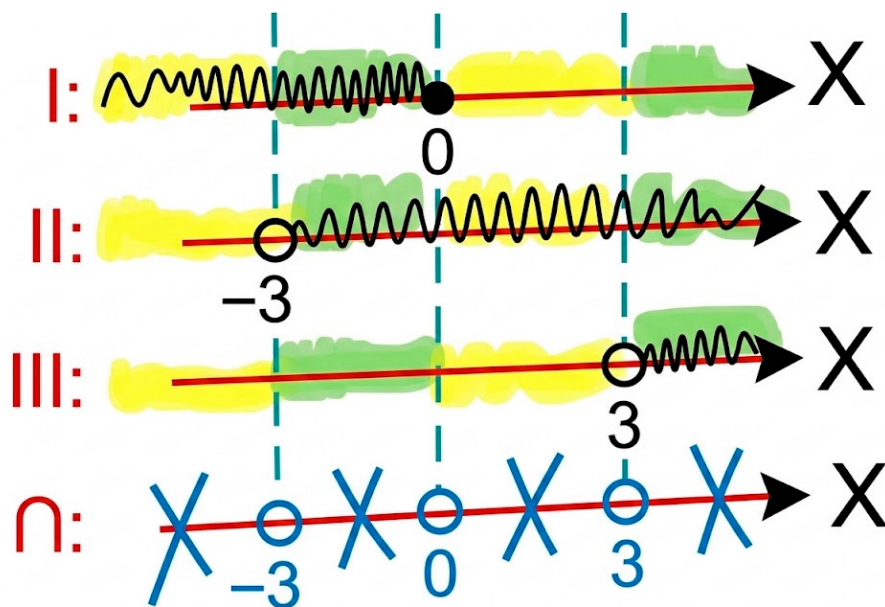
Chega-se, assim, à terceira solução.

Tem-se, portanto, três intervalos, correspondentes às três soluções obtidas. O x precisa ser maior ou igual a zero, maior que -3 e maior que 3 . Entretanto, é necessário que satisfaça simultaneamente todas essas condições. Funciona de forma semelhante a um sistema de equações do 1º grau, em que se busca o valor que atende a todas ao mesmo tempo. Aqui, não se procura um único valor, mas um conjunto de soluções que satisfaça as três inequações simultaneamente. Assim, realiza-se a interseção entre elas.

Passa-se então a representar as soluções na reta real.



10m



Organizam-se as três inequações individualmente e, abaixo delas, a interseção. Marca-se inicialmente o zero. Como na primeira condição aparece maior ou igual, utiliza-se bolinha fechada em zero, com a região destacada para a direita.

Em seguida, localiza-se o -3 , respeitando a ordem crescente da reta: valores maiores ficam à direita e menores à esquerda. Como a condição é maior que -3 , marca-se -3 com bolinha aberta e a região segue para a direita.

Depois, considera-se o 3 . Como se trata de maior que 3 , utiliza-se novamente a bolinha aberta em 3 , com a região marcada para a direita. Traçam-se então linhas verticais sobre -3 , 0 e 3 para auxiliar na visualização simultânea das três representações.

Durante esse processo, observa-se uma correção necessária: ao multiplicar por -1 em uma das etapas anteriores, o sinal da desigualdade deveria ter sido invertido, passando para menor ou igual a zero. Com isso, a primeira reta passa a ser marcada para trás, à esquerda do zero, mantendo a bolinha fechada.

Com as três retas ajustadas, analisa-se cada intervalo. Na primeira região, há marcação apenas em uma das retas. Na segunda, aparecem duas, mas não as três. Já na terceira, novamente não há coincidência completa. Na última região, surgem marcações em duas, porém falta a terceira. Como se trata de interseção, somente serviriam pontos que estivessem presentes simultaneamente nas três representações, o que não ocorre em nenhum trecho da reta.

Conclui-se, portanto, que não existe conjunto de valores que satisfaça ao mesmo tempo as três inequações. O sistema não admite solução, e o conjunto solução é vazio:

$$S = \emptyset$$

Assim, não há nenhum intervalo real que atenda simultaneamente a todas as condições impostas pelo sistema.

EXEMPLO 3

Um exemplo típico, em que se tem um sistema de inequações escrito em uma única linha:

$$-4 < x + 1 \leq 6$$



Trata-se, portanto, de duas desigualdades ao mesmo tempo. A associação é feita separando as partes: primeiro considera-se a desigualdade entre $-4 < x + 1$; depois, faz-se a segunda, entre $x + 1 \leq 6$.

I – Na primeira inequação, tem-se:

$$-4 < x + 1$$

Passa-se o termo constante para o primeiro membro:

$$-x < 1 + 4$$

Obtém-se:

$$-x < 5$$

Multiplica-se por -1 , invertendo o sinal:

$$x > 5(-1)$$

$$x > -5$$

Essa corresponde à primeira condição do sistema.

II – Na segunda, considera-se:

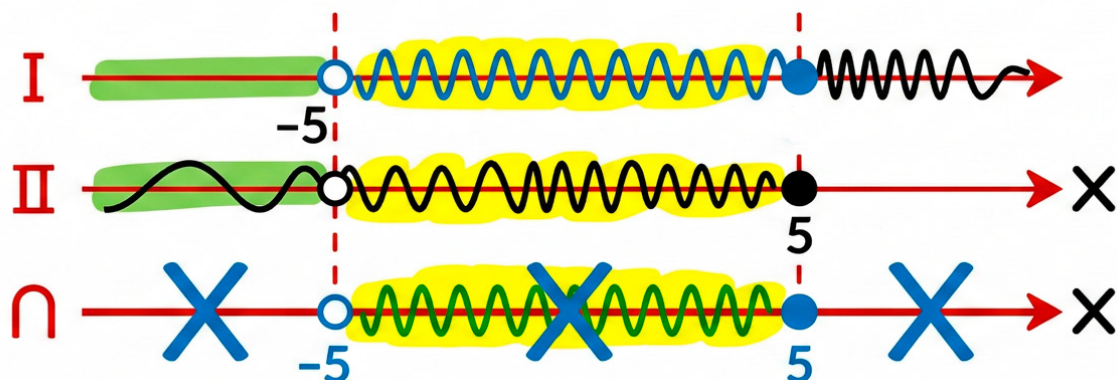
$$x + 1 \leq 6$$

Isola-se x :

$$x \leq 6 - 1$$

$$x \leq 5$$

Com isso, ficam definidas as duas soluções e, em seguida, realiza-se a interseção entre elas.



Faz-se novamente a representação das soluções na reta real e, em seguida, a interseção entre elas. Na primeira desigualdade, marca-se o -5 com bolinha aberta, pois é estrita. Como a condição é de valores maiores, a região é destacada para a direita, a partir de -5 .

Na segunda desigualdade, marca-se o 5 à direita, respeitando a ordem crescente da reta, e utiliza-se bolinha fechada, pois se trata de menor ou igual. Como a condição envolve os menores, a região é destacada para a esquerda, até 5 .

Para obter a interseção, traçam-se as linhas verticais e mantém-se apenas a região em que há marcação simultânea nas duas representações. No ponto -5 , prevalece a bolinha aberta, porque há bolinha aberta e bolinha fechada, e somente seria fechada se ambas fossem fechadas. No ponto 5 , como há marcação fechada nas duas, permanece bolinha fechada. Assim, a região comum fica entre -5 e 5 , com -5 aberto e 5 fechado.

Dessa forma, o conjunto solução é expresso por:

$$\{x \in R \mid -5 < x \leq 5\}$$

Isto é, x pertence aos reais, sendo maior que -5 e, ao mesmo tempo, menor ou igual a 5 .



DIRETO DO CONCURSO

01. (2018/AGIRH/CÂMARA DE AREIAS-SP/ASSISTENTE ADMINISTRATIVO) Qual das respostas a seguir satisfaz a inequação: $4x < 3x + 1 \leq 3x + 1$?

- a) 3.
- b) 2.

c) 1.

d) 0.



O enunciado pede qual das respostas apresentadas satisfaz a inequação composta. A expressão aparece no formato:

$$4x < 3x + 1 \leq 3x + 1$$

Mais uma vez, separa-se a desigualdade composta em duas partes, tomando uma desigualdade completa de cada vez. Assim, obtêm-se duas inequações: a primeira, entre $4x - 3x + 1$, e a segunda, entre $3x + 1 \leq 3x + 1$.

I – Respondendo à primeira inequação:

$$4x - 3x + 1$$

$$4x - 3x < 1$$

$$x < 1$$

II – Passa-se para a segunda inequação, considerando a parte em que aparece o sinal de menor ou igual. Tem-se:

$$3x + 1 \leq 3x + 1$$

Transfere-se o $3x$ para o primeiro membro:

$$3x - 3x \leq 1 - 1$$

Obtém-se:

$$0 \leq 0$$

Trata-se de uma identidade, pois zero é igual a zero, e a condição “menor ou igual” também é satisfeita. Nesse caso, essa inequação não impõe restrição adicional ao valor de x . Assim, pode ser desconsiderada no processo, ficando apenas a primeira inequação como determinante para a solução do problema.

Determina-se então qual valor satisfaz a inequação composta. Observa-se que x deve ser menor do que 1. Entre as alternativas apresentadas, analisa-se qual delas atende a essa

condição. Não pode ser 3, nem 2, nem 1, pois todas são maiores ou iguais a 1. O único valor possível é zero.

Substitui-se $x = 0$ na primeira parte:

$$4x < 3x + 1$$

$$4 \cdot 0 < 3 \cdot 0 + 1$$

$$0 < 1$$

A desigualdade é verdadeira. Em seguida, verifica-se a segunda parte:

$$3x + 1 \leq 3x + 1$$

$$3 \cdot 0 + 1 \leq 3 \cdot 0 + 1$$

$$1 \leq 1$$

Embora não seja menor, é igual, portanto a condição também é satisfeita.

Conclui-se que $x = 0$ satisfaz ambas as desigualdades. Assim, o valor que atende à inequação é zero.

GABARITO

01. d

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.
