

INEQUAÇÕES DO 2º GRAU

Para o estudo das inequações do 2º grau, é necessário retornar às equações para encontrar as raízes (x' e x''), não necessariamente utilizando a fórmula de Bhaskara, e sim o Método do Soma e produto. Nas inequações do 2º grau o gráfico é uma parábola que será para cima ou para baixo, dependendo do coeficiente "a".

Para diferenciar uma equação de uma inequação, consideremos o seguinte:

- **Equação do 2º grau:** uma equação do 2º grau tem a forma geral $ax^2 + bx + c = 0$. Nesse contexto, os termos A, B e C são os coeficientes da equação, e o sinal de igualdade indica que se trata de uma equação do 2º grau, em que as raízes x' e x'' podem ser encontradas.
- **Inequação do 2º grau:** em contraste, uma inequação do 2º grau pode ser representada por expressões do tipo $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$, ou $ax^2 + bx + c \leq 0$. Os símbolos $>$, $<$, $\geq$ e $\leq$ caracterizam-se como desigualdades, distinguindo uma inequação de uma equação. Assim, enquanto uma equação é marcada pela igualdade, a inequação se define pela desigualdade.

Por exemplo:

$x^2 + 7x + 10 = 0$ é uma equação, pois há um sinal de igualdade.

$x^2 + 7x + 10 \leq 0$ é uma inequação do 2º grau.

Em uma equação do 2º grau, ao se resolver o polinômio, encontram-se duas soluções, x' e x'' . Essas soluções podem ser distintas ou coincidentes, como no caso de Δ (delta) igual a zero, em que as duas raízes são iguais. Contudo, mesmo quando iguais, considera-se que há duas raízes.

Por outro lado, ao tratar de uma inequação do 2º grau, não se limita a dois resultados específicos. Em vez disso, existe um conjunto de valores que podem satisfazer a desigualdade. Ao resolver a inequação, os valores de x podem formar um intervalo, que pode incluir ou não as extremidades (bolinhas fechadas ou abertas), dependendo da desigualdade em questão. Portanto, diferentemente da equação, que possui exatamente duas soluções, a inequação abrange um conjunto de soluções que satisfazem a desigualdade, podendo ser maiores, menores, maiores ou iguais, ou menores ou iguais a determinados valores.

Obs.: A inequação do segundo grau pode ser compreendida de maneira semelhante a uma equação normal, com a diferença de que, em vez de utilizar o sinal de igualdade, empregam-se os sinais de maior, menor, maior ou igual, e menor ou igual. A leitura do sinal de desigualdade deve ser feita a partir da abertura da "bolinha," de forma que, por exemplo, "dois é menor que quatro" ou "três é maior que um." Além disso, expressões como "três é maior ou igual a um" e "dois é menor ou igual a quatro"



5m

são exemplos típicos das desigualdades que podem ser representadas em uma inequação do segundo grau.

Passos para resolução de uma inequação do 2º grau: $x^2 + 7x + 10 \leq 0$

Obs.: $x^2 + 7x + 10 \leq 0$

Eu já percebo que eu estou diante de uma inequação devido a essa desigualdade, mas como é que eu resolvi isso? Olha só, eu não quero os valores de x , vou me interpretar, eu não quero os valores de x que sejam iguais a zero, que nem a equação, não, eu quero os valores de x que sejam menores ou iguais a zero, é isso que nós queremos, então para nós resolvemos uma inequação de segundo grau, temos dois passos que você vai guardar esses passinhos para mim, tá bom?

Primeiro passo: Transformar a inequação numa equação e encontrar as raízes.

Ao analisar a inequação $x^2 + 7x + 10 \leq 0$, identifica-se de imediato que se trata de uma inequação devido à presença da desigualdade. Diferentemente de uma equação, em que se buscam os valores de x que tornam a expressão igual a zero, aqui o objetivo é encontrar os valores de x que tornam a expressão menor ou igual a zero.

Para resolver uma inequação do 2º grau, seguem-se dois passos fundamentais:

1. Transformar a Inequação em uma Equação e Encontrar as Raízes

O primeiro passo consiste em converter a inequação em uma equação, eliminando a desigualdade e igualando a expressão a zero:

$$x^2 + 7x + 10 = 0$$

Identificam-se os coeficientes da equação:

- $a = 1$ (coeficiente do termo (x^2)),
- $b = 7$ (coeficiente do termo (x)),
- $c = 10$ (termo independente).

O objetivo agora é encontrar as raízes da equação, ou seja, os valores de (x) que satisfazem $x^2 + 7x + 10 = 0$. Há diversas formas de resolver essa equação, podendo-se optar pelo método do Soma e Produto.

Neste caso, busca-se dois números que, somados, resultem no valor de b com o sinal trocado, e que, multiplicados, deem o valor de c . Para a equação dada, os números são -2 e -5 , pois:

- $-2 + (-5) = -7$ (que é b com o sinal trocado)
- $-2 \cdot -5 = 10$ (que é o valor de c)

Assim, as raízes da equação são $x' = -2$ e $x'' = -5$.



10m

Este é o primeiro passo da resolução: transformar a inequação em uma equação e determinar as raízes x' e x'' . Essas raízes serão utilizadas para determinar os intervalos que satisfazem a desigualdade na inequação.

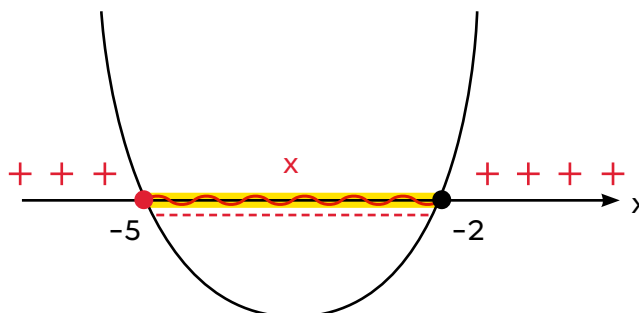
Segundo Passo: Construir o gráfico e analisar os SINAIS em relação à desigualdade. Primeiramente colocar as raízes -5 e -2.



Obs.: $>$ ou $<$ = o "bolinha aberta" e $\geq$ ou $\leq$ = ● "bolinha fechada"

Após determinar as raízes da equação derivada da inequação $x^2 + 7x + 10 \leq 0$, prossegue-se para o segundo passo, que consiste na construção do gráfico e análise dos sinais da função em relação à desigualdade apresentada.

Inicialmente, as raízes $x' = -5$ e $x'' = -2$ são posicionadas corretamente no eixo x . Como a inequação contém o símbolo de "menor ou igual" ($\leq$), as raízes são representadas no gráfico por pontos fechados. Esse detalhe indica que esses valores de x fazem parte do conjunto solução.



O gráfico da função quadrática $x^2 + 7x + 10$ é uma parábola. A concavidade da parábola dependerá do sinal do coeficiente a , que no caso é positivo ($a = 1$). Portanto, a parábola terá concavidade voltada para cima. Com as raízes posicionadas e o gráfico construído, a análise dos sinais é realizada. Quando $a > 0$, como ocorre neste caso, a parte da parábola entre as raízes apresenta valores negativos, enquanto as extremidades à esquerda de $x = -5$ e à direita de $x = -2$ apresentam valores positivos.



Dado que a inequação exige valores em que a função é menor ou igual a zero, a solução consiste nos valores de x que se encontram entre $x' = -5$ e $x'' = -2$, ou seja, os valores de x que tornam a função negativa ou nula. Portanto, a solução da inequação $x^2 + 7x + 10 \leq 0$ é o intervalo $-5 \leq x \leq -2$, representado pela notação $x \in \mathbb{R}$ tal que $-5 \leq x \leq -2$.



DIRETO DO CONCURSO

01. (IBGP/2021/PREFEITURA DE DORES DO INDIAÍ/MG/PROFESSOR ENSINO MÉDIO/MATEMÁTICA) O conjunto para os valores para x , $x \in \mathbb{R}$, tais que $-x^2 + 6x - 8 > 0$, é:

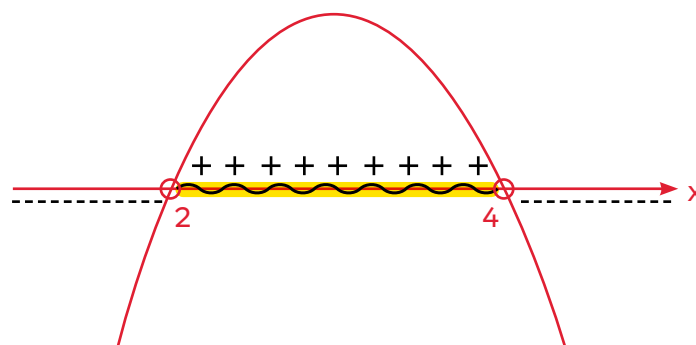
- a) $\{2 < x < 4\}$
- b) $\{x < 2 \text{ ou } x > 4\}$
- c) $\{2 \leq x \leq 4\}$
- d) $\{x \geq 2\}$



O enunciado solicita a identificação do conjunto de valores de x que satisfaçam a inequação $-x^2 + 6x - 8 > 0$, sendo x um número real ($x \in \mathbb{R}$)

Primeiramente, é importante observar que se trata de uma inequação e, portanto, o objetivo é determinar o conjunto de valores de (x) que tornam a desigualdade verdadeira. Diante disso, a inequação $-x^2 + 6x - 8 > 0$ deve ser analisada para identificar as soluções possíveis.

O primeiro passo consiste em transformar a inequação em uma equação para encontrar as raízes. Ao igualar $-x^2 + 6x - 8$ a zero, obtém-se a equação $-x^2 + 6x - 8 = 0$. Para facilitar os cálculos, multiplica-se ambos os lados por -1 , resultando em $x^2 - 6x + 8 = 0$. A solução da equação pode ser obtida utilizando métodos como soma e produto ou a fórmula de Bhaskara. As raízes encontradas são $x' = 2$ e $x'' = 4$.



Com as raízes identificadas, o segundo passo é posicioná-las em uma reta numérica e determinar o sinal da função em cada intervalo formado por essas raízes. A concavidade da parábola associada à inequação é determinada pelo coeficiente a da função quadrática, que neste caso é negativo ($a = -1$), indicando que a parábola é côncava para baixo. Finalmente, para encontrar a solução da inequação, deve-se considerar os intervalos em que a função é positiva, conforme a desigualdade original. Conclui-se que a solução corresponde ao intervalo $2 < x < 4$.



25m



30m

GABARITO

01. a

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.
