

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Progressão aritmética é um assunto de suma importância e pode ser colocado dentro de sequência no raciocínio lógico, de matemática financeira em sistema de amortização constante, do qual os juros e as prestações decrescem no SAC, entre outros.

CONCEITO

A Progressão Aritmética (PA) é um conteúdo que aparece em matemática e, às vezes, em raciocínio lógico, porque é uma sequência (é uma das n sequências que podem existir).

Define-se Progressão Aritmética (PA) como sendo uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual à soma do termo anterior com uma constante.

Obs.: PA (2, , , , ...) $r = 1$
 PA (2, 3, 4, 5, ...)
 A razão (r) é constante.

Na P.A, temos a presença de uma constante chamada de razão (r), sendo esta obtida por meio da diferença de um termo da sequência pelo seu anterior, ou seja, encontra-se a razão (r) com a subtração do sucessor pelo antecessor.

Exemplo: a sequência (1, 4, 7, 10, 13, 16) é uma PA. A razão dessa PA é representada por $r = 4 - 1 = 3$; a sequência (1, 6, 11, 16, 21...) é uma PA. A razão dessa PA é representada por $r = 6 - 1 = 5$.



Obs.: Para saber qual a razão, deve-se pegar qualquer termo e subtrair do antecessor.

$$\begin{array}{c}
 +3 +3 +3 +3 +3 \\
 \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\
 \{1, 4, 7, 10, 13, 16...\} \\
 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \dots a_n
 \end{array}$$

Conclusões:

- A razão (r) é constante (+3).

$$r = a_n - a_{n-1}$$

Obs.: Um termo tem a sua simbologia (notação) e é importante saber disso.

$$PA = (a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{n-1}, a_n)$$

Os números que acompanham o **a** são subscritos e indicam a posição do termo dentro da PA.

A (CLASSIFICAÇÃO DAS PROGRESSÕES ARITMÉTICAS)



10m

As progressões aritméticas podem ser classificadas em: crescente, decrescente e constante.

Em relação à **crescente**, para que uma PA seja crescente, sua razão (r) deve ser positiva, ou seja, $r > 0$. A sequência numérica será crescente quando cada termo, a partir do segundo, **for maior que o antecessor**.

Exemplo

(1, 3, 5, 7,...) é uma PA crescente de razão 2. Então, sempre o sucessor é maior que o antecessor. No caso, a razão é 2 (positiva).

Obs.: Para achar a razão deve ser pegado qualquer termo à escolha e subtraído pelo seu antecessor.

$$r = 7 - 5 = 2$$

$r = 2 > 0$, com isso é uma PA crescente.

Uma PA será **decrescente** se sua razão (r) for negativa, ou seja, $r < 0$. A sequência numérica será decrescente quando cada termo, a partir do segundo, for menor que o antecessor.

Exemplo: (15, 10, 5, 0, -5...) é uma PA decrescente de razão -5. Ou seja, a razão é negativa. Para uma PA ser constante, sua razão deve ser nula, ou seja, $r = 0$. Todos os seus termos serão iguais.

Obs.: $r = 5 - 10 = -5$

$r = -5 < 0$, a PA é decrescente.

Para uma PA ser **constante**, sua razão deve ser nula, ou seja, $r = 0$. Todos os seus termos serão iguais.

Exemplo: (2, 2, 2,...) é uma PA constante de razão nula.

Portanto, a PA pode ser crescente, decrescente ou constante. Isso dependerá da razão, a qual é constante, ou seja, é sempre a mesma, não havendo alteração.

Obs.: $r = 2 - 2 = 0$

$r = 0$, a PA é nula.



15m

Fórmula do termo geral de uma progressão aritmética

Exemplo $r = 2$

(3, 5, 7, 9, 11, ..., a_{100}), qual é o valor do a_{100} ?

Por meio da fórmula do termo geral de uma progressão aritmética, é possível encontrar esse valor sem ter que contar termo por termo.

Dedução da fórmula:



20m

$$\begin{aligned}a_1 &= a_1 \\a_2 &= a_1 + r \\a_3 &= a_1 + 2r \\a_4 &= a_1 + 3r \\a_5 &= a_1 + 4r \\a_6 &= a_1 + 5r \\&\dots \\a_n &= a_1 + (n - 1) \cdot r\end{aligned}$$

Com isso, qual é o valor do termo a_{100} ?

Onde se quer chegar dá "um pulinho" a menos" $(n-1)$.

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n - 1) \cdot r \\a_{100} &= a_1 + 99r\end{aligned}$$

Quando se parte do primeiro termo da sequência, a fórmula do termo geral de uma P.A $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ de razão r é representada por: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$

a_1 é o próprio a_1 ;

a_2 é o $a_1 + r$;

a_3 é o $a_1 + 2r$;

a_4 é o $a_1 + 3r$.

Veja que sempre vai aumentando. Por exemplo:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} & +2 & +2 & +2 & +2 & +2 & & & \\ & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & & \\ \text{PA } (1, & 3, & 5, & 7, & 9, & 11, & \dots) \\ & \nwarrow & \nwarrow & \nwarrow & \nwarrow & \nwarrow & & & \\ & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & & & \end{array} \\ r = 2 \end{array}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$



ATENÇÃO

Aprender a dedução da fórmula é mais simples do que decorá-la. Pode acontecer de o a_1 **não ser mencionado**. Por exemplo, para calcular o a_9 dada a PA = $(\dots, a_5, a_6, a_7, \dots, a_{100})$



25m

$$\begin{aligned}a_n &= a_1 + (n - 1) \cdot r \\a_9 &= a_1 + (9 - 1) \cdot r\end{aligned}$$

$a_9 = a_1 + 8r$, não se tem o valor do a_1 .

• Outro exemplo, para calcular o a_{100} ?

$a_{100} = a_1 + 99r$, é possível obter a razão, porém não é dado novamente o a_1 .

A progressão aritmética pode ser comparada com a vida, ou seja, aquilo que se quer é igual aquilo que se tem mais onde se quer chegar. Com isso, é possível ser realizada a progressão aritmética com qualquer termo.

Voltando no exemplo do $a_9 = a_1 + 8r$. Supondo que o enunciado deu apenas o a_3 :

- Aquilo que se quer: a_9
- Aquilo que se tem: a_3
- Aquilo que falta (de 3 para 9 faltam 6 razões): $6r$

$$a_9 = a_3 + 6r$$

Isso é válido para qualquer questão desse modelo. Do qual, não deixa o candidato refém do termo geral.

O mesmo vale para encontrar o a_{100} citado anteriormente, $PA = (... , a_5, a_6, a_7, ... , a_{100})$, do qual pode ser utilizado:

- $a_{100} = a_5 + 95r;$
- $a_{100} = a_6 + 94r;$
- $a_{100} = a_7 + 93r;$

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.
