

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

A progressão geométrica cresce de maneira exponencial. A PA cresce de maneira linear, basta se lembrar da matemática financeira, juros simples, PA, juros compostos e PG.

Nesse sentido, a progressão geométrica crescerá de maneira exponencial porque não crescerá somando, mas sim multiplicando ou também decrescendo ao dividir, ou seja, enquanto a PA cresce somando e diminui subtraindo, a progressão geométrica cresce multiplicando e diminui dividindo em operações opostas.

Isto posto, a progressão geométrica é uma sequência numérica que cresce ou decresce pelo produto, por uma taxa constante, chamada de razão. Logo, ela pode crescer ou decrescer pelo produto e vai multiplicar com a taxa constante, chamada de razão, que é chamada de "q" (o "r" é na progressão aritmética).

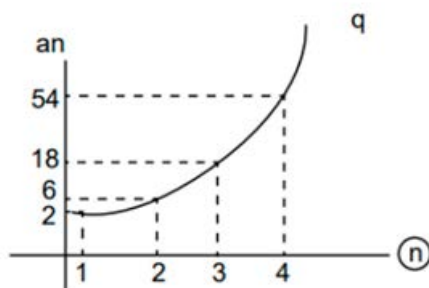
Por exemplo, na PG ($a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots$) o termo subscrito que está embaixo tem que ser um número inteiro porque ele é a posição do termo. Ela crescerá sempre multiplicando pela razão "q" ou diminuir, dividindo pela razão "q".

Ou seja, uma PA pode crescer ou decrescer, vai depender da razão "q" e sempre será para frente multiplicando porque, dependendo da razão, esse valor pode aumentar ou diminuir, mas sempre se aumenta multiplicando.

Em resumo, sempre para frente, multiplicando, e sempre para trás, dividindo. O que vai alterar é, quando a PG for crescente ou decrescente, pois dependerá da razão se ela estiver entre zero e um, mas a PG operará sempre multiplicando e, ao voltar, diminuindo, independente se ela é uma PG constante, que fica oscilando, quase nula, etc.

Para melhor compreensão, por exemplo: $a_1 = 2, q = 3, a_1, a_2, a_3, a_4 \dots 2 \times 3 = 6, 6 \times 3 = 18, 18 \times 3 = 54 \dots$ Perceba que sempre se multiplica pela razão que é 3.

Veja o gráfico:



Assim, ao colocar no gráfico, "n" é a posição do termo e "an" é o termo. O primeiro termo será 2, o segundo termo é 6, o terceiro 18, o quarto 54. Vê-se que o crescimento é muito rápido. Por exemplo, o quinto termo dará 162. Ou seja, de 2 para 162, foram só 5 termos,

quatro razões, cresceu de 2 para 162 porque se está diante de uma progressão geométrica em que o crescimento é exponencial.

No caso de juros compostos, a progressão geométrica é crescente. No caso de desconto composto, a função é decrescente. Por exemplo, 1, razão 2, $Q=2$, será 1×2 , que é 2; 2×2 , que é 4; 4×2 que é 8; 8×2 que é 16; depois 32 e 64. Ou seja, (1, 2, 4, 8, 16, 32, 64,...). E, na razão 3 seria: (5, 15, 45, 135, 405,...).

Atente-se à possibilidade de utilizar a razão meio ($1/2$) assim: multiplica-se pela razão $2 \times 1/2 = 1$, $1 \times 1/2 = 1/2$, $1/2 \times 1/2 = 1/4$, $1/4 \times 1/2 = 1/8$, $1/8 \times 1/2 = 1/16$, $1/16 \times 1/2 = 1/32$. Ou seja: $\left(2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots\right)$. Nesse caso, o gráfico começaria do 2 e diminuiria.



10m

Observa-se que nos dois primeiros exemplos, a razão era 2 e 3 e, no terceiro exemplo, a razão ficou sendo $1/2$. Para a PG ser crescente, a razão tem que ser maior que 1 ($q > 1$) e para a PG ser decrescente, a razão será sempre a mesma na sequência inteira, maior que zero e menor que 1 (não pode ser 0 e não pode ser 1).

Assim, sempre quando se quer encontrar o termo posterior, multiplica-se pela razão.

Ademais, " a_n " é o termo anterior vezes a razão. Ou seja, quando se quer qualquer termo, pega-se o seu antecessor, que é $n-1$ e multiplica-se pela razão. Assim, para alcançar 64, utiliza-se o termo anterior que é 32 e multiplica-se pela razão que é 2, $32 \times 2 = 64$. Logo, qualquer termo dentro de uma PG é o termo anterior vezes a razão.

Além disso, o valor de " n ", que é a posição, sempre será maior que 1, assim: ($a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$). Destaca-se que esses números embaixo (1, 2, 3, 4 etc.) indicam a posição do termo. Logo, tem que ser números inteiros e positivos. Por isso, não tem posição zero, é a posição 1 para frente. Assim, o termo posterior será sempre o termo anterior multiplicado pela razão, para encontrar a_6 , utiliza-se o a_5 , e ele é multiplicado pela razão.



15m

Ademais, para encontrar a razão basta utilizar um termo qualquer, " a_n " e dividir pelo seu antecessor.

Por exemplo, a razão sendo 2, será 3 vezes 2, que é igual a 6; 6×2 , que é igual a 12; 12 vezes 2, que é igual a 24; 24×2 que é igual a 48; e 48×2 que é igual a 96. Para encontrar a razão dentro de uma PG, será qualquer termo " a_n " dividido por " a_n " menos 1.

$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

$$q = \frac{a_4}{a_3}$$

$$q = \frac{48}{24} = 2$$

No que se refere à classificação da PG, dependendo dos termos que a acompanham, ela será classificada em PG crescente, PG decrescente, PG constante, PG oscilante ou alternante e PG quase nula.

Nesse sentido, a PG crescente é aquela em que os valores dos termos vão sempre aumentando e crescendo. Para a PG ser crescente, é uma condição o primeiro termo ser maior que 0 e a razão ser maior que 1. Por exemplo, uma PG em que $a_1 = 2$ e a razão é igual a 3. Assim, será: PG (2, 6, 18, 54,...). Perceba que a PG vai aumentando, ou seja, ela é crescente.

Já a PG decrescente é aquela em que os termos vão diminuindo e a condição é ser maior que 0 e a razão estar entre 0 e 1. Por exemplo, considere o primeiro termo ser 2 e a razão ser $1/2$ (está entre 0 e 1). Assim será: PG (2, 1, $1/2$, $1/4$, $1/8$, $1/16$,...).

Percebe-se que, numa PG decrescente, o primeiro termo tem que ser maior que zero, e a razão entre 0 e 1.

Existe também a terceira classificação, qual seja, a PG constante, aquela que não muda, em que todos os termos são iguais. Ou seja, o elemento neutro da multiplicação é o 1, logo, a razão tem que ser igual a 1. Por exemplo, se $a_1 = 2$ e $q = 1$, a PG (2, 2, 2, 2,...).

A quarta classificação é a PG oscilante ou alternante. Ou seja, os seus termos oscilarão entre positivo e negativo. O a_1 tem que ser diferente de zero e a razão tem que ser negativa. Por exemplo, é diferente de 0 e a razão é -3 . Assim: PG (2, -6, 18, -54, 162,...).

Relativamente à PG quase nula, o primeiro termo não pode ser zero e a razão é zero. Por exemplo, e $q = 0$, PG (7, 0, 0, 0, 0,...). Nesse caso, é quase nula porque o primeiro termo tem que ser diferente de 0 e só os demais que são nulos.

No tocante ao termo geral da PG:

$$\begin{aligned} a_1 &= a_1 &= a_1 &= a_1 \\ a_2 &= a_1 \cdot q &= a_2 &= a_1 \cdot q \\ a_3 &= a_1 \cdot q \cdot q &= a_3 &= a_1 \cdot q^2 \\ a_4 &= a_1 \cdot q \cdot q \cdot q &= a_4 &= a_1 \cdot q^3 \\ a_5 &= a_1 \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q &= a_5 &= a_1 \cdot q^4 \end{aligned}$$

Observe que, se se quer o a_2 , o expoente é 1, se é o a_3 , o expoente é 2, sempre um número a menos. Quando é a_4 , o expoente é 3 e, quando é a_5 , o expoente é 4. Por isso, surgiu o termo geral: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$. Ou seja, sempre o expoente é uma unidade a menos que a posição do termo. Por exemplo:

$$a_{10} = a_1 \cdot q^9$$



20m



25m



$$a_{15} = a_1 \cdot q^{14};$$

Destaca-se que, caso a questão não apresente o a_1 , não se deve ficar refém da fórmula. Assim, se apresentar o a_2 , subtrai 2 de 10 que resulta em 8. Desse modo:

$$a_{10} = a_2 \cdot q^8$$

E o mesmo para:

$$\begin{aligned} a_5 &= a_3 \cdot q^2 \\ a_{100} &= a_{10} \cdot q^{90} \end{aligned}$$

Ou seja, ao buscar o a_5 , se foi dado o a_3 , de 3 para 5 faltam 2; e ao buscar o a_{100} e foi dado o a_{10} , de 10 para 100 falta 90.

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.
