

TAUTOLOGIA II

4. (CESPE/DEPEN/2013) A proposição $[(P \wedge Q) \rightarrow R] \vee R$ é uma tautologia, ou seja, ela é sempre verdadeira, independentemente dos valores lógicos de P, Q e R



Existem 3 proposições.

$$2^n = 2^3 = 8$$

P	Q	R	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \rightarrow R$	$[(P \wedge Q) \rightarrow R] \vee R$
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V
F	F	V	F	V	V
F	F	F	F	V	V

Por conta do “se... então”, deve-se ler da esquerda para a direita. Ela é uma condicional, que exige que se leia na ordem. Este é o único conectivo que exige uma ordem específica. Atente para ler na ordem da seta.

Como se tem um “ou” no geral, então tanto faz a ordem de leitura, e para que se tenha verdade no “ou”, basta que apenas uma das proposições seja verdade.

Lembre que se está comparando o $(P \wedge Q) \rightarrow R$ com o R. Atente a isso.

Como se teve um falso em meio às verdades, então não é uma tautologia, sendo uma contingência na verdade.

05. (2022 / CESPE / CEBRASPE / MC ATIVIDADES TÉCNICAS DE COMPLEXIDADE INTELECTUAL / CARGO2) Julgue o item a seguir, considerando que as proposições lógicas simples sejam representadas por letras maiúsculas e utilizem como conectivos lógicos os símbolos $\wedge$ (conjunção), $\vee$ (disjunção), $\Rightarrow$ (condicional) e $\Leftrightarrow$ (bicondicional).

A expressão $(Q \wedge (P \Rightarrow Q)) \Rightarrow P \vee Q$ é uma tautologia.





$$(Q \wedge (P \Rightarrow Q)) \Rightarrow P \vee Q$$

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$Q \wedge (P \Rightarrow Q)$	$P \vee Q$	$(Q \wedge (P \Rightarrow Q)) \Rightarrow P \vee Q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	V

Como se tem o conectivo principal “se... então” na última coluna, se lê na ordem correta, da seta.

Como o item está com todas alternativas verdadeiras, é uma tautologia.



10m

DESAFIO

(CESPE) A proposição $[(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)] \rightarrow (P \rightarrow R)$ é uma tautologia.



Para resolver, deve-se fazer a tabela.

$$2^n = 2^3 = 8$$

P	Q	R	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow R$	$P \rightarrow R$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)$	$[(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)] \rightarrow (P \rightarrow R)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	V	F	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

É uma tautologia, pois todas as alternativas são verdadeiras.



15m

MÉTODO PRÁTICO

O método prático será usado no “ou” e no “se... então”.

Exemplo, com base na questão 5:

$$(Q \wedge (P \Rightarrow Q)) \Rightarrow PVQ$$

A tautologia é tentar mostrar que a proposição é toda verdadeira. Muitas vezes, é mais prático pensar ao contrário, que é o método prático.

Às vezes é mais fácil mostrar que uma proposição tem um valor falso do que diversos valores verdadeiros.

O “se... então” para ser verdade tem três possibilidades, tendo apenas uma possibilidade para ser falso.

Se conseguir se mostrar que há um valor falso, já se sabe que não é uma tautologia.

Então, no caso de $(Q \wedge (P \Rightarrow Q)) \Rightarrow PVQ$:

O “se... então” só será falso quando ele for “Vera Fischer”.

O “ou” só será falso quando ambas as afirmações forem falsas. Então, no caso de PVQ , se o P é falso, o P de $P \Rightarrow Q$ deve ser falso, e se o Q é falso em PVQ , deve ser falso em $P \Rightarrow Q$ também.

Com isso, o Q de $(Q \wedge (P \Rightarrow Q))$ também será falso.

O parêntese $(P \Rightarrow Q)$, considerando P e Q como falsos, resulta em verdadeiro.

Então, em $(Q \wedge (P \Rightarrow Q))$, se tem falso e verdade, então isso resulta em falso.

No final de tudo, se conclui que, ao tentar mostrar que essa proposição é falsa, se entra em contradição, então sabe-se que ela deve ser necessariamente verdadeira.

Fazendo o mesmo método com a questão 4:

$$[(P \wedge Q) \rightarrow R] \vee R$$

O operador principal é o “ou”, que só será falso quando tudo for falso.

Se R no final é falso, todos outros Rs devem ser falsos.

O “se... então” do colchete deve ser falso, e para ele ser falso, deverá ser “Vera Fischer”. Com isso, $P \wedge Q$ deve ser verdade.

Então, P e Q devem ser verdades.

Com isso, exatamente como na tabela, conseguiu se mostrar que não é uma tautologia, pois há uma alternativa que é falsa.

Fazendo o mesmo método com o Desafio:

$$[(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)] \rightarrow (P \rightarrow R)$$

Essa proposição tem como operador principal o “se... então”, e para ser falso, $[(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)]$ precisa ser verdadeiro e $(P \rightarrow R)$ precisa ser falso.

$(P \rightarrow R)$ utiliza “se... então”, então para ser falso, P precisa ser verdadeiro e R precisa ser falso.



20m



25m



30m

Em $[(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)]$, “e” é o conector principal, e para o “e” ser verdade, tudo deve ser verdadeiro.

$(P \rightarrow Q)$ – Para ser verdade, P e Q devem ser verdade. Se o Q é verdade aqui, ele deve ser verdade em $(Q \rightarrow R)$. Com isso, se tem Q como verdade e R como falso, gerando uma falsidade. Com isso, se sabe que não é uma tautologia.

A ideia de tautologia então é essa, mostrar que todas alternativas são verdadeiras. Caso alguma não seja verdadeira, não se tem uma tautologia.



35m

GABARITO

4. E

5.

Desafio: C

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.
