

PRINCÍPIO DE CONTAGEM III

Alguns editais citam apenas o título “Princípios de contagem”. Já outros, citam “Princípios de contagem”, depois “Análise combinatória: permutações, arranjos e combinações”.

Nesta aula, o assunto tratado será princípios de contagem, que não têm fórmulas, apenas o princípio **e**, e o princípio **ou**; sendo que com **e**, se usa a **multiplicação**; e com **ou**, se usa a **soma**. Se a ordem importar, só multiplica; mas se a ordem não importar, multiplica e divide.

Portanto, o **e** multiplica, e o **ou** soma. Agrupar elementos desejando somar dois elementos, portanto, usando **e**, tem que multiplicar.

Se a ordem não alterar a natureza, a exemplo de grupos, equipes, times –André, Beto e Caio **ou** Caio, Beto e André, trata-se da mesma equipe ou time. E se não importa, multiplica e divide.

DIRETO DO CONCURSO

4. (CESPE-CEBRASPE/SERES-PE/POLICIAL PENAL DO ESTADO/2022) Uma agência de turismo oferece passeios consistentes na visita a 12 pontos turísticos da cidade de Olinda-PE, entre os quais estão as praias do Bairro Novo e da Casa Caiada, que são as únicas praias da lista de pontos turísticos. A partir dessas informações, assinale a opção que apresenta o número de maneiras possíveis de organizar roteiros de visitas aos 12 pontos turísticos, tal que, se uma praia é visitada, então a segunda praia deve ser o próximo ponto turístico a ser visitado.

- a. $10!$
- b. $2 \times 3 \times 10!$
- c. $2 \times 11!$
- d. $12 \times 11 \times 10 \times \dots \times 4 \times 3$
- e. $12!$



Para verificar o número de maneiras possíveis de organizar roteiros de visitas aos 12 pontos turísticos, a ordem importa ou não importa?

Uma maneira de montar o roteiro dos 12 pontos turísticos é colocar a casa caiada (CC) e o bairro novo (BN) juntos, porque as praias estão juntas.

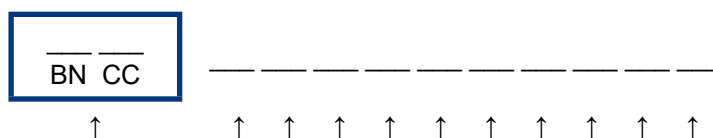
Quando se decide ir para uma praia, em seguida, é necessário ir para outra. Então, a ordem vai alterar o roteiro, a ordem importa.

Ordem importa (OI).

Multiplica OI = $OI(x)$.

São 12 pontos turísticos.





Os dois pontos turísticos, que são as praias, devem ficar juntos. Assim, se uma dessas praias é visitada (BN), a segunda praia (CC) deve ser o próximo ponto turístico. Estes dois pontos turísticos, BN e CC, devem ficar sempre juntos. Poderia ser em outro lugar, os lugares citados são apenas exemplos.

Sempre que a questão afirmar “deve estar junto”, seja exemplo de vogais, anagramas etc., imagine que é apenas uma possibilidade.

As praias Bairro Novo e Casa Caiada não serão duas possibilidades, mas apenas uma; porque é como se as duas praias estivessem coladas. Então, na verdade, o exemplo são 11 e não 12 possibilidades.

Ol(x) 11. 10. 9. 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1. = 11!

A questão menciona “se uma praia”, mas não cita qual praia. No exemplo das duas praias juntas, não cita qual a ordem das praias, por isso será qualquer ordem.

Portanto, 11! para BN e CC e 11! para CC e BN são duas situações das duas praias juntas, que é igual a $11! \times 2 = 2 \times 11!$



10m

5. (IBFC/UFPB/ADMINISTRADOR/2023) Uma empresa irá contemplar três de seus funcionários que mais venderem seus produtos no mês de Outubro. Se o prêmio para cada um dos três ganhadores for o mesmo e se oito funcionários irão participar, então o total de resultados possíveis para os três premiados é igual a:

- a. 56
- b. 336
- c. 168
- d. 72
- e. 112



Esta aula discorre sobre princípios de contagem, e sempre se deve perguntar se a ordem dos elementos dispostos na assertiva importa ou não. Perceba que na questão anterior a ordem importa.

Esta questão menciona o total de resultados possíveis para os três premiados. Conjecturando pode-se colocar os nomes do sorteados de várias maneiras: André, Beto e Caio; ou Beto, Caio e André; ou André, Caio e Beto etc.



As disposições dos nomes dos sorteados não alteram nada. Para que o candidato não erre, ele deve realizar este mesmo raciocínio.

ABC = CBA – são os mesmos ganhadores nas duas proposições: André, Beto e Caio. Então, a ordem não importa (OÑI). A ordem não importa, então vai multiplicar e dividir = OÑI ($\times$ e $\div$) À vista disso, a ordem não importa dá ideia de grupo, de equipe. É a ideia de conjunto e a ordem não vai alterar os elementos. Em qualquer ordem são os três mesmos premiados. Para o 1º premiado existem 8 possibilidades; para o 2º, 7 possibilidades e para o 3º, 6 possibilidades.

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1}$$

A divisão considera os três traços, como se fosse fatorial de 3; e a divisão retira os lucros repetidos. Se deixar só a parte de cima ($8 \cdot 7 \cdot 6$), resultará na repetição de vários grupos, ou equipes, ou premiados que já foram sorteados e registrados.

A ordem não importa e a divisão existe, por causa do princípio multiplicativo. Se aumenta multiplicando, subtrai dividindo; se aumenta na potenciação, subtrai na radiciação. Dessa forma, subtraem-se os grupos repetidos dividindo, que é a operação contrária. Trata-se do princípio de contagem.

$$\frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{336}{6} = 56.$$

6. (CONSULPLAN/CORE-PE/ AUXILIAR ADMINISTRATIVO/2023) Na recepção do CORE-PE, encontram-se 5 pessoas na fila que necessitam de atendimento individualizado. Ricardo e Sérgio fazem parte dessa fila e sabe-se que Sérgio deve ser atendido imediatamente após Ricardo. Qual a quantidade de ordens distintas para os atendimentos?

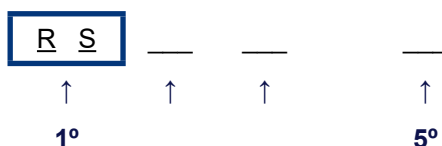
- a. 6.
- b. 12.
- c. 24.
- d. 48.



A questão refere-se à fila, então a ordem importa.

Existe uma ordem entre o atendimento de Sérgio e Ricardo; então Sérgio deve estar depois de Ricardo.

São 5 pessoas, mas Sérgio tem que ser atendido imediatamente após Ricardo.



Então, em vez de 5, serão 4 pessoas, ou 4 possibilidades; porque Ricardo e Sérgio estão colados.

$$\underline{4} \underline{3} \underline{2} \underline{1} = 24.$$

Não precisa multiplicar por dois, porque a questão deixou claro que Ricardo e Sérgio não podem mudar de posição entre eles: "...sabe-se que Sérgio deve ser atendido imediatamente após Ricardo...", assim, existe uma ordem.

7. (CONSULPAM/CISCOPAR/ASSESSOR JURÍDICO/2023) Há pouco tempo atrás as placas de automóveis constavam de duas letras e quatro algarismos. Assinale a alternativa que indica CORRETAMENTE o número de placas que podem ser fabricadas com as letras P, Q e R e os algarismos 0, 1, 7 e 8.

- a. 2.304.
- b. 2.344.
- c. 2.456.
- d. 2.654.



A ordem importa quando se trata de placas de automóveis. Além do exemplo de placas, importa para classificações, números telefônicos, senhas, códigos, matrículas etc.

Quando a ordem importa, usa-se a multiplicação. Quando a ordem não importa, multiplica e divide. Deve-se considerar as possibilidades.

$$\begin{array}{cccccc} \underline{3} & \underline{3} & \underline{4} & \underline{4} & \underline{4} & \underline{4} & = & 9 \times 256 = \mathbf{2.304} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & \underbrace{\hspace{3.5cm}} & & & & & & \\ \text{Letras} & \text{Algarismos} & & & & & & \\ \{P, Q, R\} & \{0, 1, 7, 8\} & & & & & & \end{array}$$

A ordem importa e multiplica: $OI(x)$.

A ordem é relevante e altera a natureza.

Para a 1ª letra, existem 3 possibilidades, assim como para a 2ª; teriam que ser 2 possibilidades se a questão afirmasse que as duas letras tivessem que ser distintas.

Por exemplo, para pessoas e pontos turísticos, não precisa perguntar, mas sempre pergunte se pode repetir a mesma quantidade de possibilidades no caso de letras, números, matrícula, símbolos, código etc.

Para os algarismos, foram 4 possibilidades que podem se repetir, porque são letras e não foi indicado nada no comando da questão.



30m

8. (EPL/PREFEITURA DE PITANGUEIRAS-PR/GUARDA MUNICIPAL/2023) Dos 20 guardas municipais de um município, 2 serão escalados para o plantão do próximo domingo.

Nessa situação, qual o número total de possibilidades de se montar a dupla de plantão?

- a. 380
- b. 285
- c. 190
- d. 40



Para uma dupla, por exemplo, André e Beto, a ordem não importa. Se sortear e o resultado for André e Beto (AB) ou Beto e André (BA), é a mesma dupla – $AB = BA$.

Para duplas, equipes, times, diretorias e grupos a ordem não importa (OÑI).

Quando a ordem não importa, multiplica e divide.

A questão pede uma dupla. Para o 1º guarda, há 20 possibilidades, e para o 2º, 19 possibilidades.

$$\frac{20 \cdot 19}{2}$$

$$\frac{20 \cdot 19}{2} = 190$$

Se fosse montar uma guarnição com 3 guardas, seria 20, 19 e 18. Como a guarnição é um grupo de diretoria, seria 3, 2 e 1.

$$\frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$\frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 1140$$

Mas a questão faz referência de uma **dupla**, então:

$$\frac{20 \cdot 19}{2} = 190$$

$$\frac{20 \cdot 19}{2} = 190$$

1. São 20 guardas municipais no plantão de uma ronda noturna, e serão 3 pessoas para montar a equipe.

Na ronda noturna, terão o comandante, o subcomandante e o sentinela. De quantas maneiras as equipes podem ser formadas?

Observa-se que, em termos de função, as possibilidades mudam.

Na equipe tem André (comandante), Beto (subcomandante) e Caio (sentinela), e esta é uma maneira de formar a equipe. Mas ao mudar André (subcomandante), Beto (comandante) e Caio (sentinela), a equipe mudou sua característica.

Porque uma coisa é André ser comandante e Beto ser subcomandante; outra coisa é André ser subcomandante e Beto ser comandante.

Por isso, sempre pergunte se a ordem importa ou não. Como no caso acima, se mudar a ordem e mudar a natureza, a ordem importa.



35m

2. Para escolher uma dupla, um presidente e outro vice-presidente. Há 20 pessoas para concorrer aos dois cargos, de quantas maneiras poderia escolher o presidente e o vice-presidente?

$$20 \cdot 19 = 380$$

P V

Não poderia haver divisão, porque a eleição seria para presidente e para vice-presidente. Dessa forma, a ordem importaria, pois trocar as posições, muda a característica da função dos eleitos.

O candidato deve ter muita atenção nesse tipo de questão, pois a banca Cespe-Cebraspe gosta de induzir ao raciocínio errado quanto à importância da ordem.

9. (SELECON/PREFEITURA DE CAMPO VERDE-MT/ENGENHEIRO FLORESTAL/2023) Um professor de matemática possui um arquivo contendo n questões de raciocínio lógico. Para montar uma prova, ele deve selecionar apenas duas dessas questões. Se o número máximo de maneiras diferentes do professor selecionar estas duas questões é igual a 28, o número n é igual a:

- a. 7
- b. 8
- c. 9
- d. 1



Foram selecionadas as questões 10 e 12; ou as questões 12 e 10, mudou a seleção? Escolheu-se A e B ou B e A. Perceba que, para escolher e selecionar, a ordem não importa (OÑI). Dessa forma, para selecionar dois objetos ou duas pessoas, a ordem não importa. Os objetos AB ou BA são os mesmos.

As pessoas Caio e Daniel e Daniel e Caio são as mesmas.

As questões 12 e 13 ou 13 e a 12 são as mesmas.

Voltando à questão, são duas questões e n possibilidades. A ordem não importa.

$$\frac{n}{2} + \frac{(n-1)}{2} = 28$$

$$2 \quad 1$$

$$n \cdot (n-1) = 56.$$

Se a questão for resolvida matematicamente, cairá em uma equação do 2º grau, e não é vantagem resolver assim, é melhor ir pelo caminho mais fácil.

Pensando mais a frente, um número n que multiplicado pelo seu antecessor resulta em 56; testando o resultado é 8:

$$n \cdot (n - 1) =$$

$$7 \times 8 = 56$$

GABARITO

4. c

5. a

6. c

7. a

8. c

9. b

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.
