

ANÁLISE COMBINATÓRIA II

PERMUTAÇÕES SIMPLES

A ordem dos elementos altera a natureza e todos eles são utilizados, sendo esses **elementos distintos**.

$$P_n = n!$$

ANAGRAMAS

São as formações de palavras com ou sem significado, mas essas palavras podem ser formadas com letras distintas ou repetidas.

Obs.: | dica! com letras distintas, multiplica as possibilidades.

Exemplo: "GRAN" – não há letras repetidas. O anagrama é a formação de outras palavras permutando/trocando as letras de posição. Logo, quantos novos anagramas podemos formar com a palavra "GRAN"?

Quantos novos anagramas podem ser formados com a palavra "Gran"? A palavra é extensa, e lida-se com letras distintas. Inicialmente, ao trabalhar com anagramas de letras distintas, é necessário usar todas as letras. Portanto, para a palavra "Gran" com 4 letras distintas ($N=4$), pode-se aplicar a fórmula da permutação simples, que é $P_n = n!$. Substituindo "n" por 4, obtém-se $P_{4=4}! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$.

Quando se fala de anagramas com letras ou elementos distintos, na verdade, utiliza-se a permutação simples, cuja fórmula é $P_n = n!$. Vale ressaltar que é possível resolver a questão tanto com a fórmula quanto apenas com o princípio de contagem. Em ambas as situações, a ordem dos elementos importa, e, por isso, não há necessidade de divisão.



1. Quantos desses 24 anagramas começam com vogal?

Quando se depara com várias restrições, a abordagem mais adequada é empregar o princípio multiplicativo. Isso ocorre porque há restrições excessivas, e a aplicação de uma fórmula soluciona apenas uma situação específica. Por exemplo, ao considerar a palavra "GRAN", quantos anagramas existem? São 24 anagramas, o que representa uma única situação. Entretanto, ao indagar sobre quantos começam com vogal e terminam com consoante, surgem restrições adicionais. Nesse contexto, a fórmula se torna limitada, sendo mais apropriado deixá-la de lado. Em situações em que múltiplas restrições ocorrem simultaneamente, a preferência recai sobre o princípio multiplicativo.

No caso da palavra “gran” com 4 letras, existe apenas uma vogal na palavra. É crucial lembrar que a ordem possui relevância, uma vez que cada troca de letra gera um novo anagrama. Quando a ordem é um fator relevante, a multiplicação é aplicada. Restando 3 letras distintas (G, R, N), o cálculo resulta em $\frac{1}{\text{“A”}} \cdot \frac{3}{\text{“G”}} \cdot \frac{2}{\text{“R”}} \cdot \frac{1}{\text{“N”}} = 6$. Alternativamente, poderia ser abordado pela banca como $P_3 = 3!$ que seria 3 fatorial “3 . 2 . 1 = 6”.

2. Quantos desses 24 anagramas têm o “G” e “R” juntos?

No contexto de formação de anagramas com a palavra “Gran”, a pessoa deseja que as letras G e R estejam adjacentes. Se a intenção é considerar essas duas letras como uma única unidade, então, de fato, restam três elementos: “GR” (agora, considerado uma única letra), “A” e “N”. A contagem de anagramas para esse arranjo específico seria $\frac{3}{\text{“GR”}} \cdot \frac{2}{\text{“A”}} \cdot \frac{1}{\text{“N”}} = 6$ (considerando “GR” como uma unidade).

Entretanto, se há a possibilidade de trocar a posição de G e R, resultando em diferentes arranjos, a contagem precisa ser ajustada. Se a condição é que G e R estejam juntos, mas não necessariamente em ordem alfabética específica, então há duas maneiras de organizá-los: “GR” ou “RG”. Portanto, a contagem total seria $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \times 2 = 12$ anagramas possíveis, considerando ambas as possibilidades de posicionamento para as letras G e R.

3. Quantos desses 24 anagramas começam com consoante e terminam com vogal?

Para determinar isso, analisando as possibilidades de começar com consoante, são identificadas as consoantes “G”, “R” e “N” como opções, totalizando 3 possibilidades. Em relação às vogais para a última posição, há apenas a opção “A”. Portanto, multiplicando as opções disponíveis, tem-se $\frac{3}{\text{“C”}} \cdot \frac{2}{\text{“R”}} \cdot \frac{1}{\text{“N”}} \cdot \frac{1}{\text{“V”}} = 6$.

4. Quantos desses 24 anagramas começam e terminam com consoante?

Deve-se iniciar considerando as restrições. É importante destacar que os fatores são preenchidos com as “possibilidades”. Há 3 possibilidades para a primeira consoante, seguidas por 2 possibilidades para a próxima letra, uma vez que já foram utilizadas duas letras. Portanto, o cálculo seria $\frac{3}{\text{“C”}} \cdot \frac{2}{\text{“R”}} \cdot \frac{1}{\text{“N”}} \cdot \frac{2}{\text{“C”}} = 12$.



10m



15m

DIRETO DO CONCURSO

1. (ANO/2023/BANCA/FAU/ÓRGÃO/UNIOESTE/PROVAS/FAU/2023/UNIOESTE/TÉCNICO ADMINISTRATIVO) Os muros do Colégio Sabedoria vão ganhar cores novas, hoje os muros têm uma cor única, mas agora vão ter 4 cores distintas. A pintura nova será com faixas de mesma espessura, cada uma de uma cor diferente. Para decidir qual a combinação de cores fica melhor, o pintor apresentou em uma simulação todas as possibilidades com as quatro cores compradas para a execução do trabalho. Desta forma, qual é a quantidade de possibilidades apresentadas pelo pintor?

- a. 12.
- b. 16.
- c. 20.
- d. 24.
- e. 48.



A fórmula para permutações é $P_n = n!$, onde “n” é o total de elementos. Substituindo “n” por 4, temos $P_4 = 4! = 4.3.2.1 = 24$. Isso significa que há 24 maneiras distintas de organizar as faixas coloridas nos muros. Sem a fórmula ficaria: $\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} = 24$.



20m

Obs.: na verdade, o termo “combinação”, refere-se às classificações de arranjos e permutações.

2. (2023/BANCA/FGV ÓRGÃO/BANCO DO BRASIL PROVAS/FGV/2023/BANCO DO BRASIL/ANALISTA/PERFIL INTERNO) O número de anagramas da palavra BANCO, em que não há duas vogais juntas nem duas consoantes juntas, é

- a. 6.
- b. 10.
- c. 12
- d. 18.
- e. 24.



No contexto apresentado, o princípio é a abordagem mais apropriada. A palavra fornecida possui 3 consoantes e 2 vogais, sendo requisitado que estas fiquem separadas. No entanto, se a sequência começar com vogal, não será possível atender a essa condição: $\frac{v}{v} \cdot \frac{c}{c} \cdot \frac{v}{v} \cdot \frac{c}{c} \cdot \frac{c}{c}$ resultando em uma consoante restante e duas vogais adjacentes,



violando a restrição. Portanto, opta-se por começar com uma consoante, pois a ordem importa nesse contexto. Como os anagramas envolvem letras diferentes, a cada troca ou permutação (mudança de posição), uma configuração única é criada. Portanto, para resolver o problema, basta multiplicar as opções disponíveis: $\frac{3}{c} \cdot \frac{2}{v} \cdot \frac{2}{c} \cdot \frac{1}{v} \cdot \frac{1}{c} = 12$.

3. (2023/BANCA/QUADRIX ÓRGÃO/IPREV-DF/PROVAS/QUADRIX/2023/IPREV-DF/ANALISTA PREVIDENCIÁRIO/ESPECIALISTA EM ATUÁRIA) Se a reta é o caminho mais curto entre dois pontos, a curva é o que faz o concreto buscar o infinito. *Oscar Niemeyer*. Tendo o texto acima como referência inicial, julgue o item.
O número de anagramas da palavra OSCAR é igual a 120.



No contexto da análise da palavra "Oscar", a verificação inicial consiste em identificar se há alguma letra repetida. No caso, não há repetição de letras, e, portanto, serão utilizados todos os elementos disponíveis. Como a ordem das letras é relevante, trata-se de uma permutação simples, na qual todos os elementos são distintos.

Usando a fórmula, o cálculo para a permutação simples é expresso como $P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Da mesma forma, sem a utilização da fórmula, a ordem é considerada: $\underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} = 120$.

4. (ANO/2022/BANCA/QUADRIX ÓRGÃO/CRQ - 17ª REGIÃO (AL) PROVAS/QUADRIX/2022/CRQ/17ª REGIÃO (AL)/ASSISTENTE ADMINISTRATIVO) A respeito de anagramas, julgue o item.
O número de anagramas distintos da palavra "GÁLIO" está para o número de anagramas distintos da palavra "GERMÂNIO" assim como 1 está para 336.



As permutações em questão são consideradas simples, uma vez que a ordem é relevante, e todos os elementos disponíveis estão sendo utilizados, sem repetição. Para o termo "Gal5io", a expressão correspondente é "5!", e para o termo "Germânio", temos "8!". Portanto, 8! é equivalente a:

$$\frac{5!}{8!} = \frac{\cancel{8!}}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cancel{5!}} = \frac{1}{336}$$

GABARITO

1. d
2. c
3. C
4. C

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.
