

ANÁLISE COMBINATÓRIA III

Na permutação simples, há símbolos diferentes. Neste caso, os anagramas são calculados pelo fatorial do número de letras, desde que elas sejam distintas entre si. Por exemplo:

Neste caso, qualquer permutação das letras da palavra GRAN, por serem distintas entre si, gerará um novo anagrama. Existem, no entanto, situações em que haverá repetição de letras dentro de uma mesma palavra.

$$\text{GRAN} = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \text{ anagramas.}$$

Permutação com Repetição

Na permutação com repetição, a ordem dos elementos altera a natureza e todos eles são utilizados, sendo alguns repetidos.

$$P_n^{k_1, k_2, \dots, k_i} = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_i!}$$

Exemplo 1: com a palavra **ONLINE**, quantos anagramas podem ser formados?

Neste caso, a letra N se repete, então, permutando essas duas letras, não será formado um novo anagrama. Conforme os princípios de contagem, deve-se dividir o fatorial do número de letras (6), pelo fatorial do termo que se repete (2). Então:

$$P = \frac{6!}{2!}$$

$$P = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1}$$

$$P = 360 \text{ anagramas.}$$

Exemplo 2: Com a palavra **BANANA**, quantos anagramas podem ser formados?

$$P = \frac{6!}{3! \cdot 2!}$$

$$P = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 2 \cdot 1}$$

$$P = 60 \text{ anagramas.}$$



Exemplo 3: Sabe-se que determinado código binário deve conter dois algarismos 0 (zero) e cinco algarismos 1 (um). Determinar o número de códigos distintos podem ser formados com essas características?

$$P = \frac{7!}{4! \cdot 2!}$$

$$P = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{2 \cdot 1 \cdot 5!}$$

$$P = 21 \text{ códigos.}$$



10m

DIRETO DO CONCURSO

1. (ABIN) Deseja-se criar códigos, em que todo código tem que ter três triângulos, dois quadrados e dois ciclos. Quantos códigos podem ser criados a partir disso?



Como o código possui formas repetidas, trata-se de uma permutação com repetição, e no caso em questão, deve ter 7 elementos.

$$P = \frac{7!}{3! \cdot 2! \cdot 2!}$$

$$P = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 2 \cdot 2}$$

$$P = 210 \text{ anagramas.}$$

2. (QUADRIX/CAU-GO/ANALISTA ADMINISTRATIVO/2023) Com relação aos anagramas distintos da palavra COELHO, julgue o item. O número de anagramas que começam ou terminam em O é igual a 216.



15m

Pode-se afirmar que o número de anagramas da palavra COELHO, sem considerar distinção, é:

$$P = \frac{6!}{2!}$$

$$P = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2 \cdot 1}$$

$$P = 360 \text{ anagramas.}$$

No entanto, é preciso considerar que são solicitados os anagramas que começam ou terminam em O. Portanto, sugere-se considerar os princípios de contagem para resolução. Fixando uma letra O no início, verifica-se que as demais letras da palavra COELHO são distintas. Logo, tem-se 120 anagramas possíveis para esta situação.

O	5	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---

Fixando-se uma letra O no final, também se verifica que as demais letras da palavra COELHO são distintas. Logo, também há 120 anagramas possíveis para essa situação.

5	4	3	2	1	O
---	---	---	---	---	---

O termo "OU" significa soma, e somando essas duas possibilidades de anagramas, totaliza-se 240.

No entanto, deve-se desconsiderar as repetições em que a letra O ocupa a primeira e a última posição da palavra.

O	4	3	2	1	O
---	---	---	---	---	---

Para essa situação, tem-se 4 anagramas, qual seja, 24 possibilidades. Então:

$$P = 240 - 24$$

$$P = 216.$$

3. (FGV/RECEITA FEDERAL/ANALISTA TRIBUTÁRIO/2023) A quantidade de anagramas da palavra SAUDADE nos quais todas as vogais estejam juntas é igual a:

- a. 98.
- b. 144.
- c. 186.
- d. 204.
- e. 288.



Existem 4 vogais na palavra SAUDADE, quais sejam: A, U, A, E. Para se calcular essa possibilidade, considera-se que as 4 vogais são uma letra só. Deve-se considerar também que as vogais juntas também sofrem permutação entre si, e têm letras repetidas. Portanto, devem ser consideradas no cálculo das variações possíveis.

S	A	U	D	A	D	E
---	---	---	---	---	---	---

A – U – A – E				S	D	D
---------------	--	--	--	---	---	---

A permutação de 4 elementos com 2 repetições é igual a:

$$P = \frac{4!}{2!}$$

$$P = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2!}$$

P = 12 anagramas.

A	U	A	E
---	---	---	---

Realizando a permutação dentro do conjunto das vogais, há uma permutação de 4 elementos, com 2 repetições. Logo:

$$P = \frac{4!}{2!}$$

$$P = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!}$$

P = 12 anagramas.

O número de anagramas possíveis, com as 4 vogais juntas, é igual a:

$$P = 12 \cdot 12.$$

P = 144 anagramas.

GABARITO

1. -
2. C
3. b

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha .

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.
