

ANÁLISE COMBINATÓRIA IV

Dando andamento ao conteúdo sobre permutações com repetição, a seguir alguns exercícios.

DIRETO DO CONCURSO

1. (FGV/RECEITA FEDERAL/AUDITOR FISCAL/2023) O número de anagramas que podem ser formados com as letras da palavra DEMOCRACIA em que todas as vogais estejam juntas e todas as consoantes também estejam juntas é igual a:

- a. 3600.
- b. 4800.
- c. 7200.
- d. 12300.
- e. 14400.



Deve-se considerar o bloco de consoantes como um único símbolo, bem como o bloco de vogais da palavra DEMOCRACIA. Então:

D	M	C	R	C	E	O	A	I	A
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Nesta situação, tem-se dois símbolos, logo, os anagramas possíveis para essa condição são $2! = 2$.

Deve-se observar, no entanto, que dentro do bloco de consoantes há repetição da letra c, bem como no grupo das vogais, que tem a repetição da letra a.

No bloco das vogais, tem-se uma permutação de 5 elementos com 2 repetições:

$$P_5^2 = \frac{5!}{2!}$$

$$P_5^2 = \frac{5*4*3*2!}{2!}$$

$$P_5^2 = 60$$

No bloco das consoantes, também se tem uma permutação de 5 elementos com 2 repetições:

$$P_5^2 = \frac{5!}{2!}$$

$$P_5^2 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{2!}$$

$$P_5^2 = 60$$

Então, o número de anagramas possíveis, seguindo a condição de que todas as vogais e todas as consoantes fiquem juntas, é:

$$P = 60 \cdot 60 \cdot 2$$

$$P = 7200$$

2. (QUADRIX/CRM-MG/AGENTE ADMINISTRATIVO/2023) Adolfo possui sete livros de matemática e deseja distribuí-los, como herança, entre seus três netos. Com base nesse caso hipotético, assinale a alternativa que apresenta o número de maneiras diferentes de que ele dispõe para fazer essa distribuição.

- a. 36.
- b. 72.
- c. 108.
- d. 144.
- e. 180.



10m



Como interpretações para a questão, tem-se algumas possibilidades: Adolfo pode distribuir seus 7 livros para um único neto. Ou então, pode distribuí-los entre apenas dois netos. A questão não especifica que cada neto deve receber ao menos um livro, então, há possibilidades em que um neto poderia ficar sem receber um livro.

O examinador, apesar de não ter redigido claramente a questão, deseja saber como essa distribuição pode ser feita, podendo os netos receber ou não algum livro.

Existem 7 livros. Imagine-se algumas possibilidades de distribuição:

1ª situação:

Neto 1		Neto 2		Neto 3
1 livro	+	2 livros	+	4 livros

2ª situação:

Neto 1		Neto 2		Neto 3
3 livros	+	0 livros	+	4 livros



15m

3ª situação:

Neto 1		Neto 2		Neto 3
3 livros	+	3 livros	+	1 livro

4ª situação:

Neto 1		Neto 2		Neto 3
7 livros	+	0 livros	+	0 livros

Dentre outras situações possíveis, percebe-se a troca de símbolos. Para resolução, entende-se essa distribuição como um conjunto de símbolos, com repetição. Logo, há 7 livros e dois sinais de adição, logo, 9!. No entanto, há símbolos repetidos, a serem divididos pelo fatorial daquilo de repete, qual seja, 7!. Então:

$$P_9^7 = \frac{9!}{7! \cdot 2!}$$

$$P_9^7 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7!}{7! \cdot 2!}$$

$$P_9^7 = 36 \text{ possibilidades}$$

PERMUTAÇÃO CIRCULAR

A permutação circular é um tipo de permutação composta por n elementos distintos em ordem cíclica (formando uma circunferência).

$$PC_n = \frac{n!}{n} \text{ ou } PC_n = (n-1)!$$

De maneira retilínea, toda permutação cria uma nova possibilidade, diferentemente da permutação circular, em que todos os elementos continuam com os mesmos "vizinhos".



20m



25m

DIRETO DO CONCURSO

3. (QUADRIX/CRMV-MT/CONTROLADOR INTERNO/2023) Considere-se um conjunto de bonecas russas, também conhecidas como matrioscas, em que cada boneca pode ser aberta para revelar uma boneca menor em seu interior. Nesse conjunto específico, o número de bonecas que podem ser aninhadas umas dentro das outras é igual a sete. Com base nessas informações, julgue o item. Há exatamente 720 formas diferentes de organizar essas 7 bonecas russas em uma roda.



Ao se dispor as 7 bonecas em uma roda, tem-se um caso de permutação circular. Logo:

$$PC_7 = (n-1)!$$

$$PC_7 = (7-1)!$$

$$PC_7 = 6!$$

$$PC_7 = 6*5*4*3*2*1$$

$$PC_7 = 720$$

4. (IVIN/PREFEITURA DE VALENÇA DO PIAUÍ/AUXILIAR DE SERVIÇOS GERAIS/2023) Em uma reunião na escola Aluno Feliz estavam presentes 7 professores, todos sentados em cadeiras contornando uma mesa redonda. De quantas formas diferentes podemos organizar os professores ao redor desta mesa?

- a. 60.
- b. 120.
- c. 240.
- d. 350.
- e. 720.



$$PC_7 = (n-1)!$$

$$PC_7 = (7-1)!$$

$$PC_7 = 6!$$

$$PC_7 = 6*5*4*3*2*1$$

$$PC_7 = 720$$

GABARITO

1. c
 2. a
 3. C
 4. e
-

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.
