

ANÁLISE COMBINATÓRIA V

PERMUTAÇÃO CAÓTICA

Dando andamento ao conteúdo sobre Análise Combinatória, tem-se o conceito de permutação caótica, também chamada de desarranjo.

Uma permutação de uma lista de n elementos é chamada de permutação caótica quando nenhum dos elementos da permutação está na posição original, ou seja, uma permutação de $a_1, a_2, \dots, a_n$ a $1, a_2, \dots, a_n$ é chamada de caótica quando nenhum dos a_i 's (elementos i s) se encontra na i -ésima posição.

$$D_n = n! \cdot \left[\frac{1}{0!} - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots + \frac{(-1)^n}{n!} \right].$$

DIRETO DO CONCURSO

1. (IVIN/PREFEITURA DE VALENÇA DO PIAUÍ/AUXILIAR DE SERVIÇOS GERAIS/2023) Carlos decide que a senha que ele vai utilizar em sua rede social será formada com as letras da palavra ROMA, e para que a senha não seja fraca o aplicativo sugere que nenhuma letra ocupe sua posição original. De quantas formas distintas Carlos pode montar sua senha?

- a. 7
- b. 8
- c. 9
- d. 10
- e. 11



A questão quer que nenhuma das letras da palavra ROMA ocupe a sua posição original, após a permutação. São 4 letras, então, trata-se de um desarranjo de 4 elementos, ou seja, $n = 4$.

R	O	M	A
---	---	---	---

$$D_4 = 4! \cdot \left(\frac{1}{0!} - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} \right)$$

$$D_4 = 4! \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{1} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{24} \right)$$

$$D_4 = 4! * \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{24}\right)$$

$$D_4 = 4! * \left(\frac{12}{24} - \frac{4}{24} + \frac{1}{24}\right)$$

$$D_4 = 4! * \left(\frac{9}{24}\right)$$

$$D_4 = 24 * \left(\frac{9}{24}\right)$$

$$D_4 = 9$$

O PULO DO GATO



Como saída alternativa e rápida para questões de desarranjo, pode-se utilizar a seguinte fórmula:



$$D_n = \frac{n!}{e}$$

$$e \cong 2,718 \dots$$

Para a questão em tela, tem-se:

$$D_4 = \frac{4!}{2,718}$$

$$D_4 \cong 8,8$$

ARRANJOS

Arranjos são as sequências ordenadas com p elementos que pertencem a um conjunto X de n elementos. Portanto, cada ordem com que os elementos estão dispostos representa arranjos diferentes.



Os arranjos simples são aqueles sem elementos repetidos no seu conjunto. Para calcular o número de arranjos formados por p elementos de um conjunto finito de n elementos distintos, utiliza-se a seguinte fórmula:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

DIRETO DO CONCURSO

2. (IBFC/PREFEITURA DE SÃO GONÇALO DO AMARANTE-RN/AGENTE ADMINISTRATIVO/2021)
As senhas bancárias utilizadas nas máquinas de cartões são formadas exclusivamente por números de 0 a 9. Considere que um banco utiliza senhas de 4 dígitos e restringe a senha ao uso de números diferentes. Assinale a alternativa que apresenta o número de senhas possíveis para cada cartão.

- a. 5040
- b. 4032
- c. 3024
- d. 2016



O número total de algarismos possíveis para compor a senha bancária é 10, logo, $n = 10$. No entanto, as senhas possuem 4 dígitos distintos, ou seja, $p = 4$. Então, o número de senhas possíveis para cada cartão é determinado por um arranjo de 10 elementos, tomados 4 a 4. Então:



$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$$A_{10,4} = \frac{10!}{(10-4)!}$$

$$A_{10,4} = \frac{10!}{6!}$$

$$A_{10,4} = \frac{10 * 9 * 8 * 7 * 6!}{6!}$$

$$A_{10,4} = 5040$$

3. (QUADRIX/COREN-AC/ASSISTENTE ADMINISTRATIVO/2019) Dona Clara, no momento de realizar um saque, esqueceu sua senha. Ela sabe que a senha é formada por 4 números distintos, de 0 a 9. Com base nesse caso hipotético, julgue o item. Existem 4! possibilidades para a senha de Dona Clara.



São 10 possibilidades de números para Dona Clara determinar sua senha, que terá 4 dígitos distintos. Logo, trata-se de um arranjo de 10 elementos, tomados 4 a 4.

$$A_{10,4} = \frac{10!}{(10-4)!}$$

$$A_{10,4} = \frac{10!}{6!}$$

$$A_{10,4} = \frac{10 * 9 * 8 * 7 * 6!}{6!}$$

$$A_{10,4} = 5040$$

Pelo princípio de contagem, também é possível calcular, apenas multiplicando-se as possibilidades:

$$OI(x) = 10 * 9 * 8 * 7$$

$$OI(x) = 5040$$

COMBINAÇÃO

A combinação é um processo matemático utilizado para contar a quantidade de subconjuntos diferentes, possíveis de serem formados, ao escolher elementos de um conjunto maior, não importando a ordem dos elementos.

ATENÇÃO

Vale ressaltar que, diferente da permutação, mas da mesma forma que o arranjo, na combinação não é necessário utilizar todos os elementos do conjunto maior. A combinação é dada pela seguinte fórmula:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)! * p!}$$

Essa fórmula define a combinação de n elementos, tomados p a p . Pelos princípios de contagem, quando a ordem não importa, deve-se multiplicar e dividir as possibilidades.

GABARITO

1. c
2. a
3. E

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.