

RACIOCÍNIO LÓGICO

Equações do 1º e 2º Graus



Presidente: Gabriel Granjeiro

Vice-Presidente: Rodrigo Calado

Diretor Pedagógico: Erico Teixeira

Diretora de Produção Educacional: Vivian Higashi

Gerente de Produção Digital: Bárbara Guerra

Coordenadora Pedagógica: Élica Lopes

Todo o material desta apostila (incluindo textos e imagens) está protegido por direitos autorais do Gran. Será proibida toda forma de plágio, cópia, reprodução ou qualquer outra forma de uso, não autorizada expressamente, seja ela onerosa ou não, sujeitando-se o transgressor às penalidades previstas civil e criminalmente.

CÓDIGO:

250613343635



THIAGO CARDOSO

Engenheiro eletrônico formado pelo ITA com distinção em Matemática, analista-chefe da Múltiplos Investimentos, especialista em mercado de ações. Professor desde os 19 anos e, atualmente, leciona todos os ramos da Matemática para concursos públicos.

GRAN
CONCURSOS

SUMÁRIO

Equações do 1º e 2º Grau	4
1. Equação do Primeiro Grau	4
2. Sistemas do Primeiro Grau	14
2.1. Método da Substituição	14
2.2. Método da Adição	16
2.3. Sistemas Indeterminados e Impossíveis	25
3. Equações Diofantinas	29
3.1. Primeira Equação	30
3.2. Raízes em Progressão Aritmética	31
4. Gráficos do Primeiro Grau	33
4.1. Inclinação	33
4.2. Taxa de Variação	35
4.3. Intercepto	36
4.4. Como Esboçar o Gráfico de uma Função do Primeiro Grau	37
5. Equações do Segundo Grau	47
5.1. Raízes da Função	48
5.2. Equações Biquadradas	56
Resumo	58
Mapa Mental	61
Questões Comentadas em Aula	62
Questões de Concurso	72
Gabarito	79
Gabarito Comentado	80

EQUAÇÕES DO 1º E 2º GRAUS

1. EQUAÇÃO DO PRIMEIRO GRAU

Uma equação do primeiro grau tem a seguinte forma:

$$a + bx = c$$

É um problema de fácil resolução. Para isso, devemos lembrar de dois resultados a respeito de passar um número para o outro lado da igualdade:

Se um número está somando, ele passa para o outro lado da igualdade subtraindo, e vice-versa; se um número está multiplicando, ele passa para o outro lado da igualdade dividindo, e vice-versa.

Para encontrar o valor da incógnita **x**, devemos isolar a incógnita, passando todos os outros termos para o outro lado.

O termo **a** está somando; portanto, deve passar subtraindo. Vejamos:

$$a + bx = c \rightarrow bx = c - a$$

Para isolar o **x**, agora, precisamos apenas passar o termo **b** para o outro lado. Como ele está multiplicando, ele passa dividindo.

$$bx = c - a \rightarrow x = \frac{c - a}{b}$$

A principal dificuldade no caso de equações do primeiro grau é a leitura correta do enunciado e interpretar as informações advindas dele. Por isso, precisamos treinar com diversas questões.

DIRETO DO CONCURSO

001. (VUNESP/TCE-SP/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO/2017) Para ir ao trabalho caminhando, Rodrigo percorreu a terça parte do percurso sem qualquer parada. Descansou um pouco e, em seguida, percorreu a quinta parte do que restava do percurso e, novamente, parou para descansar. Após essas duas etapas, ainda faltavam 1 080 metros para Rodrigo chegar ao destino. A diferença entre o número de metros que Rodrigo caminhou na primeira etapa em relação à segunda etapa é igual a

- a) 405.
- b) 470.
- c) 525.
- d) 580.
- e) 625.



Seja x o comprimento total do percurso. Rodrigo andou a terça parte ($x/3$), depois andou a quinta parte do que restava ($1/5 \cdot 2/3x$) e, depois de andar esses dois trechos, ainda faltava 1080 metros para chegar ao destino (x). Assim:

$$\frac{x}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{2x}{3} + 1080 = x$$

$$\frac{x}{3} + \frac{2x}{15} + 1080 = x$$

$$\frac{5x + 2x}{15} + 1080 = x \therefore x - \frac{7x}{15} = 1080$$

$$\frac{8x}{15} = 1080 \therefore x = \frac{1080 \cdot 15}{8} = 135 \cdot 15 = 2025$$

A questão solicitou a diferença:

$$\frac{x}{3} - \frac{1}{5} \cdot \frac{2x}{3} = \frac{2025}{3} - \frac{2 \cdot 2025}{5 \cdot 3} = 675 - 270 = 405$$

Letra a.

002. (FCC/TRT-15ª REGIÃO/ANALISTA JUDICIÁRIO/2018) Alberto, Breno e Carlos têm, ao todo, 40 figurinhas. Alberto e Breno têm a mesma quantidade de figurinhas e Carlos tem a metade da quantidade de figurinhas de Breno. A quantidade de figurinhas que Alberto e Carlos têm juntos é

- a) 16
- b) 8
- c) 24
- d) 32
- e) 20



Suponha que A, B e C sejam as quantidades de figuras de Alberto, Breno e Carlos. Como o total da quantidade de figuras dos três é 40, temos que:

$$A + B + C = 40$$

Pelas informações do enunciado, Breno e Alberto possuem a mesma quantidade de figuras. Logo, $A = B$. Além disso, Carlos possui a metade da quantidade de figuras de Breno. Logo, $C = B/2$. Substituindo essas informações, temos:

$$A + A + \frac{A}{2} = 40$$

Trabalhando com a equação, temos:

$$\frac{5A}{2} = 40 \therefore A = \frac{40 \cdot 2}{5} = 16$$

Como queremos as figurinhas que Alberto e Carlos possuem juntos, temos:

$$A + C = A + \frac{A}{2} = 16 + 8 = 24$$

Letra c.

003. (FCC/TRT-15ª REGIÃO/ANALISTA JUDICIÁRIO/2018) Quando se diz que um imposto com alíquota de 20% incide sobre um produto cujo preço inicial é R\$ 100,00, é usual concluir que, com o acréscimo desse imposto, o preço final do produto seria de R\$ 120,00. Isso é chamado de cálculo “por fora”. Porém, há impostos em que se utiliza o chamado “cálculo por dentro”. Nesses casos, se uma alíquota de 20% incide sobre um produto cujo preço inicial é R\$ 100,00, então o preço final é de R\$ 125,00, pois 20% do valor final deve ser relativo ao imposto.

Com um imposto de alíquota 18% sobre um produto cujo valor inicial é de R\$ 1.640,00, a diferença entre os preços finais calculados por dentro e por fora é de:

- a) R\$ 128,40.
- b) R\$ 32,40.
- c) R\$ 360,00.
- d) R\$ 64,80.
- e) R\$ 640,00.



Primeiramente, vamos calcular o imposto por fora, considerando a alíquota de 18% sobre R\$1640:

$$I_{fora} = 0,18 \cdot 1640 = 295,20$$

Agora, vamos calcular o imposto por dentro. Para isso, seja x o valor do imposto. A alíquota de 18% significa que o valor do imposto x será igual a 18% do valor total do produto, que é $1640 + x$.

$$x = 0,18 \cdot (1640 + x)$$

$$x = 295,20 + 0,18x$$

$$\begin{aligned}x - 0,18x &= 295,20 \\0,82x &= 295,20 \\ \therefore x &= \frac{295,20}{0,82} = \frac{29520}{82} = 360\end{aligned}$$

Sendo assim, a diferença pedida é:

$$I_{dentro} - I_{fora} = 360 - 295,20 = 64,80$$

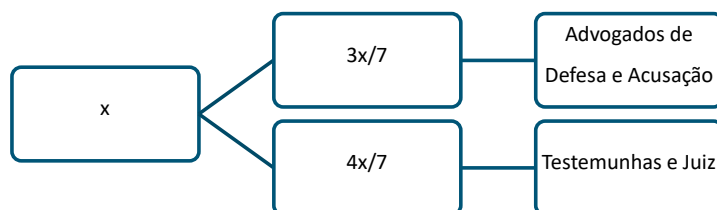
Letra d.

004. (FCC/TRF 4ª REGIÃO/ANALISTA JUDICIÁRIO/2014) Da duração total de um julgamento, $\frac{3}{7}$ do tempo foi utilizado pelos advogados de defesa e acusação, $\frac{7}{8}$ do tempo remanescente com os depoimentos de testemunhas. O tempo do julgamento foi ocupado, apenas, pelos advogados de defesa e acusação, pelos depoimentos de testemunhas, e pela fala do juiz, sendo que esta última foi de 7 minutos. De acordo com as informações fornecidas, a duração total do julgamento foi de 1 hora e

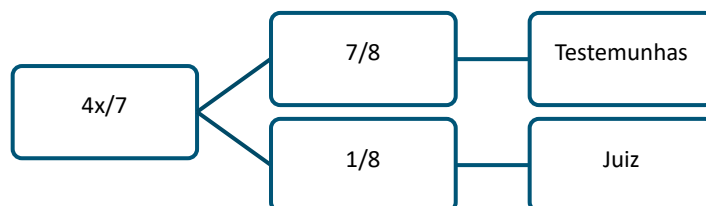
- a) 24 minutos.
- b) 38 minutos.
- c) 42 minutos.
- d) 26 minutos.
- e) 02 minutos.



Seja x o tempo total do julgamento, temos que a distribuição desse tempo foi:



Em relação ao $\frac{4x}{7}$ o tempo ocupado pelas testemunhas e juiz, temos:



Como foi fornecido o tempo ocupado pelo juiz, sendo igual a 7 minutos, podemos concluir que:

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{4x}{7} = 7$$

$$\therefore x = \frac{7 \cdot 7 \cdot 8}{4} = 98 \text{ minutos}$$

Podemos transformar esse tempo em horas e minutos dividindo por 60.

$$\begin{array}{r|l} 98 & 60 \\ -60 & 1 \\ \hline & (38) \end{array}$$

Portanto, o tempo total de julgamento foi de 1 hora e 38 minutos.

Letra b.

005. (FCC/TRF 4ª REGIÃO/ANALISTA JUDICIÁRIO/2014) Um investidor inicia seus negócios com um valor x . Após um mês, faz a 1ª apuração e verifica que perdeu 20% de seu valor inicial. Após outro mês, faz a 2ª operação e verifica que perdeu 30% do valor da 1ª apuração. Após o 3º mês, faz a 3ª apuração e verifica que havia recuperado 10% do valor que tinha no momento da 2ª apuração. Após esses três meses, no momento da 3ª apuração, esse investidor verificou que já perdera, em relação ao valor inicial x , uma parte correspondente, em %, a

- a) 60.
- b) 40.
- c) 56.
- d) 61,6.
- e) 38,4.



Vamos fazer um esquema das operações do investidor.

$$x \xrightarrow{-20\%} 0,80x \xrightarrow{-30\%} 0,56x \xrightarrow{+10\%} 0,616x$$

Concluimos, portanto, que ele perdeu:

$$P = x - 0,616x = 0,384x$$

Assim, ele perdeu 0,384 ou 38,4% do seu patrimônio inicial.

Letra e.

006. (FCC/SABESP/ANALISTA DE GESTÃO DE SISTEMAS/2018) O ICMS que incide em uma conta tem como base de cálculo o valor final a ser pago, que já inclui o próprio imposto. Assim, uma vez que a alíquota do ICMS é de 25%, o valor do tributo na conta deve ser 25% do valor final da conta, o qual já contempla o tributo. Por exemplo, se o valor da conta sem o ICMS for de 90 reais, o tributo deverá ser de 30 reais, já que, em relação ao valor final de $(30 + 90) = 120$ reais, os 30 reais representam 25%.

Se a parte do valor da conta referente ao ICMS em uma conta for de 55 reais, então o valor da conta sem o ICMS será, em reais, de

- a) 165.
- b) 220.
- c) 255.
- d) 280.
- e) 315.



Seja x o valor da conta, temos que o ICMS é igual à alíquota de 25% multiplicado pelo valor da conta mais o ICMS $(x + 55)$.

$$55 = 0,25 \cdot (x + 55)$$

Agora, vamos expandir o lado direito:

$$55 = 0,25x + 0,25 \cdot 55$$

$$55 = 0,25x + 13,75$$

Isolando o x , temos:

$$0,25x = 55 - 13,75 = 41,25$$

$$\therefore x = \frac{41,25}{0,25}$$

Como o denominador terminou em 25, podemos multiplicar por 4 em cima e em baixo para facilitar:

$$x = \frac{41,25}{0,25} = \frac{165}{1} = 165$$

Letra a.

007. (FCC/CREMESP/OFICIAL ADMINISTRATIVO/2016) O dono utiliza o faturamento total mensal de uma loja do seguinte modo:

- 30% para cobrir os custos dos produtos vendidos;
- R\$ 5.000,00 para pagamento de funcionários;
- R\$ 4.000,00 para pagamento de custos fixos, tais como luz, água, telefone etc.;
- 20% para seu próprio lucro;
- R\$ 8.000,00 para investimentos diversos.

Para fazer frente a todas essas necessidades, o faturamento mensal mínimo dessa loja precisa ser

- a) R\$ 27.000,00.
- b) R\$ 34.000,00.
- c) R\$ 50.000,00.
- d) R\$ 65.000,00.
- e) R\$ 45.000,00.



Seja x o faturamento da empresa, temos que: $0,30x$ e $0,20x$ são destinados, respectivamente, ao custo dos produtos vendidos e ao lucro.

Assim, o faturamento mínimo da companhia

$$x = 0,30x + 5000 + 4000 + 0,20x + 8000$$

$$x = 0,50x + 17000$$

$$x - 0,50x = 17000$$

$$0,50x = 17000$$

$$\therefore x = \frac{17000}{0,50} = 34000$$

Letra b.

008. (INEAA/CREA-GO/ASSISTENTE ADMINISTRATIVO/2014) UM taxista recebe R\$ 4,00 pela bandeirada e mais R\$ 1,40 por quilômetro rodado. Se o taxista quiser ganhar pelo menos R\$ 60,00 em uma única rodada, ele precisa percorrer:

- a) 40 km ou mais.
- b) menos que 40 km.
- c) 39 km.
- d) 39 km ou mais.
- e) 38 km.



Seja x o número de quilômetros percorridos pelo taxista. Ele recebe R\$1,40. x quando percorre x quilômetros. Além disso, recebe o valor da bandeirada, que é de R\$4,00.

Portanto, para que a corrida seja de, pelo menos, R\$60.

$$4 + 1,40x = 60$$

Vamos resolver a equação:

$$1,40x = 60 - 4$$

$$1,40x = 56$$

$$\therefore x = \frac{56}{1,40} = 40$$

Letra a.

009. (NUCEPE/PREFEITURA DE TERESINA-PI/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2019) A soma de três números consecutivos é igual a 249. Qual a soma dos algarismos do primeiro número?

- a) 8.
- b) 10.
- c) 11.
- d) 12.
- e) 13.



Seja x o primeiro número dentre os três. O enunciado nos forneceu a informação:

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 249$$

Somando tudo, temos:

$$3x + 3 = 249$$

$$3x = 249 - 3 = 246$$

$$\therefore x = \frac{246}{3} = 82$$

Portanto a soma dos seus dígitos é igual a $8 + 2 = 10$.

Letra b.

010. (FGV/PREFEITURA DE NITERÓI-RJ/AUXILIAR ADMINISTRATIVO/2018) Em uma gaveta A existem 43 processos e em uma gaveta B existem 27 processos. Para que as duas gavetas fiquem com o mesmo número de processos, devemos passar da gaveta A para a gaveta B:

- a) 18 processos;
- b) 16 processos;
- c) 12 processos;
- d) 8 processos;
- e) 6 processos.



O total de processos presentes nas duas gavetas é:

$$Total = 43 + 27 = 70$$

Assim, para que a distribuição entre as duas gavetas seja igual, cada uma delas deve armazenar:

$$\frac{Total}{2} = \frac{70}{2} = 35 \text{ processos}$$

Para isso, devem ser retirados 8 processos da gaveta A para que ela fique com 35 processos; e devem ser adicionados 8 processos à gaveta B para que ela também fique com 35 processos.

Letra d.

011. (FGV/PREFEITURA DE SALVADOR-BA/AGENTE DE TRÂNSITO E TRANSPORTE/2019) As amigas Flávia, Gilda e Hilda, saíram para fazer um lanche. A primeira tinha 35 reais, a segunda 45 reais e a terceira, 64 reais. Como Hilda tinha mais dinheiro, ela deu a cada uma das amigas alguma quantia de forma que ficassem, as três, com quantias iguais. É correto concluir que:

- a) Flávia ganhou mais 10 reais do que Gilda.
- b) Hilda ficou com menos 14 reais.
- c) Flávia ganhou 12 reais.
- d) Hilda perdeu a terça parte do que tinha.
- e) Gilda ganhou 4 reais.



O total de dinheiro que as três amigas juntas possuem é:

$$T = 35 + 45 + 64 = 144$$

Somando tudo, temos:

$$\frac{T}{3} = \frac{144}{3} = 48$$

Portanto, as três amigas devem ficar com R\$48 no final. Logo, Flávia deve receber R\$13 e Gilda deve receber R\$3 para chegar ao valor desejado de R\$48. Em contrapartida, Hilda deve doar R\$16, também atingindo a marca de R\$16.

Portanto, Flávia deve ganhar R\$10 a mais do que Gilda.

Letra a.

012. (FGV/PREFEITURA DE SALVADOR-BA/AGENTE DE TRÂNSITO E TRANSPORTE/2019) Em uma obra há várias tábuas, todas iguais. Cada tábua pesa 6 kg mais $\frac{1}{6}$ de tábua. O peso de 20 tábuas é

- a) 120 kg.
- b) 132 kg.
- c) 140 kg.
- d) 144 kg.
- e) 150 kg.



Seja x o peso da tábua, temos que:

$$x = 6 + \frac{1}{6}x$$

Podemos resolver a equação:

$$x - \frac{1}{6}x = 6$$

$$\frac{5x}{6} = 6$$

$$\therefore x = \frac{6 \cdot 6}{5} = \frac{36}{5}$$

Como queremos o peso de 20 tábuas, queremos, na verdade:

$$P = 20x = 20 \cdot \frac{36}{5} = 4 \cdot 36 = 144$$

Letra d.

2. SISTEMAS DO PRIMEIRO GRAU

Um sistema linear é formado por um conjunto de equações e incógnitas. Os sistemas mais conhecidos são os sistemas de duas equações e duas incógnitas. Vejamos um exemplo:

$$x + y = 4$$

$$x - y = 2$$

Neste capítulo, trabalharemos unicamente esse tipo de sistema.

Existem duas formas de resolvê-lo. Você sempre pode escolher a de sua preferência. Vamos estudá-las?

2.1. MÉTODO DA SUBSTITUIÇÃO

Consiste em isolar uma das incógnitas em uma das equações e substituir seu valor na equação seguinte.

Considere, por exemplo, o sistema mostrado no início da seção:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Podemos isolar o valor de x na segunda equação:

$$x - y = 2 \rightarrow x = y + 2$$

O valor encontrado pode ser substituído na primeira equação:

$$x + y = 4$$

$$(y + 2) + y = 4$$

Agora, basta resolver a equação em y :

$$2y + 2 = 4$$

$$2y = 4 - 2 = 2$$

$$\therefore y = \frac{2}{2} = 1$$

Podemos também calcular o valor de x com base na expressão encontrada:

$$x = y + 2 \rightarrow x = 1 + 2 = 3$$

Vejamos um exemplo um pouco mais sofisticado para treinarmos mais:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 7 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

Nesse caso, podemos isolar o valor de **y** na primeira equação:

$$4y = 7 - 3x \therefore y = \frac{7 - 3x}{4}$$

Agora, podemos substituir o valor encontrado na segunda equação:

$$2x + 3y = 5$$

$$2x + 3 \cdot \left(\frac{7 - 3x}{4} \right) = 5$$

$$2x + \frac{21}{4} - \frac{9x}{4} = 5$$

Podemos multiplicar tudo por 4 para facilitar:

$$8x + 21 - 9x = 20$$

$$-x + 21 = 20$$

$$\therefore x = 21 - 20 = 1$$

Podemos calcular o valor de **y** com base na expressão encontrada anteriormente:

$$y = \frac{7 - 3x}{4} = \frac{7 - 3 \cdot 1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

Portanto, fomos capazes de resolver o sistema.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 7 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases} \therefore x = 1, y = 1$$

Na minha visão, o método da substituição pode levar o aluno a fazer contas muito complicadas envolvendo frações. Por isso, eu prefiro o método da adição.

2.2. MÉTODO DA ADIÇÃO

Consiste em igualar os coeficientes da incógnita **y** nas duas equações e subtraí-las, de modo a eliminar **y**, facilitando o cálculo da outra incógnita.

O método também pode ser feito igualando os coeficientes da incógnita **x** nas duas equações para eliminá-la, facilitando o cálculo da incógnita **y**.

Vejamos exemplos para facilitar.

Primeiramente, vamos a um sistema mais simples.

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Nessa equação, os coeficientes já estão iguais. Portanto, podemos somar diretamente as duas equações:

$$\begin{array}{rcl} x + y & = & 4 \\ (+) \quad x - y & = & 2 \\ \hline 2x & = & 6 \end{array}$$

Note que o **+y** foi cancelado com o **-y**, o que podemos representar da seguinte forma:

$$\begin{array}{rcl} x + \cancel{y} & = & 4 \\ (+) \quad x - \cancel{y} & = & 2 \\ \hline 2x & = & 6 \end{array}$$

Agora, ficou simples resolver o sistema e encontrar o valor de **x**:

$$2x = 6 \therefore x = \frac{6}{2} = 3$$

Se for necessário, podemos também calcular o valor de **y** substituindo em qualquer uma das equações do sistema. Por exemplo, na primeira, temos:

$$x + y = 4$$

$$3 + y = 4 \rightarrow y = 4 - 3 = 1$$

Portanto, encontramos exatamente a mesma solução.

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases} \therefore x = 3, y = 1$$

A meu ver, o método da adição é bastante útil quando o sistema é mais complicado, com muitos coeficientes, como o seguinte:

$$\begin{cases} 3x + 4y = 7 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

Podemos, por exemplo, eliminar a incógnita **y**. Para isso, podemos fazer o produto cruzado. Ou seja, multiplicamos a primeira equação pelo coeficiente de **y** encontrado na segunda equação, e vice-versa. Vejamos como isso funciona:

$$(\times 3) \quad 3x + 4y = 7$$

$$(\times 4) \quad 2x + 3y = 5$$

Façamos as contas:

$$9x + 12y = 21$$

$$8x + 12y = 20$$

Podemos, agora, subtrair a segunda equação da primeira:

$$\begin{array}{rcl} 9x + 12y & = & 21 \\ (-) \quad 8x + 12y & = & 20 \\ \hline 9x - 8x & = & 21 - 20 \end{array}$$

Façamos as contas:

$$9x - 8x = 21 - 20$$

$$x = 1$$

Podemos encontrar o valor de **y**, se necessário, substituindo o valor de **x** em qualquer uma das equações:

$$3x + 4y = 7$$

$$3.1 + 4y = 7$$

$$4y = 7 - 3 = 4$$

$$\therefore y = \frac{4}{4} = 1$$

Assim, chegamos exatamente à mesma solução que havíamos encontrado pelo método da substituição.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 7 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases} \therefore x = 1, y = 1$$

Vale ressaltar que é muito comum que as questões peçam apenas o valor de uma das incógnitas. Por isso, podemos usar o método da adição para eliminar a outra incógnita e resolver rapidamente o problema.

Ou seja, se o enunciado pediu o valor de **x**, podemos usar o método da adição para eliminar a incógnita **y**. Assim, conseguimos resolver o problema mais rapidamente.

Trabalharemos tudo isso em muitos exercícios.

DIRETO DO CONCURSO

013. (VUNESP/TCE-SP/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO/2017) Tenho um filho. Nasci 20 anos antes do que ele. Daqui a dez anos terei o dobro da idade dele. Hoje a razão entre a idade dele e a minha é igual a:

- a) 1/2
- b) 1/4
- c) 1/6
- d) 1/3
- e) 1/5



Seja **x** a minha idade e **y** a idade do meu filho, temos, pelo enunciado, que:

$$x = y + 20$$

$$(x + 10) = 2 \cdot (y + 10)$$

Trabalhando com a segunda equação:

$$x + 10 = 2y + 20 \therefore x - 2y = 20 - 10 = 10$$

Comparando essa equação com a primeira:

$$\begin{array}{rcl} I: & x - y & = 20 \\ II: & x - 2y & = 10 \\ \hline I - II: & 2y - y & = 20 - 10 \\ & y & = 10 \end{array}$$

Agora, de (I), podemos calcular a minha idade:

$$x = 10 + 20 = 30$$

Portanto, a razão solicitada será:

$$\frac{y}{x} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

Letra d.

014. (VUNESP/TCE-SP/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO/2017) Hoje a razão entre a minha idade e a idade do meu filho é $\frac{3}{2}$, e a soma de nossas idades é 120 anos. Já aconteceu de essa razão ser igual a 3, e, nessa ocasião, a idade de meu filho, em anos, era igual a

- a) 8
- b) 14
- c) 16
- d) 12
- e) 10



Seja x a minha idade e y a idade do meu filho, temos, pelo enunciado, que:

$$x + y = 120$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$$

Podemos utilizar a propriedade de somas internas na proporção:

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{2} \therefore \frac{x}{x+y} = \frac{3}{3+2}$$

$$\frac{x}{120} = \frac{3}{5} \therefore x = \frac{3 \cdot 120}{5} = 3 \cdot 24 = 72$$

$$y = 120 - 72 = 48$$

Estas são as idades minha e do meu filho hoje. Porém, queremos saber em algum lugar do passado (há z anos) quando:

$$\frac{72 - z}{48 - z} = \frac{3}{1}$$

Agora, podemos usar a propriedade das somas internas novamente subtraindo o numerador do denominador:

$$\frac{72 - z}{72 - 48} = \frac{3}{3 - 1}$$

$$\frac{72 - z}{24} = \frac{3}{2} \therefore 72 - z = \frac{24 \cdot 3}{2} = 36 \therefore z = 36$$

Portanto, há 36 anos, a razão entre a minha idade e a do meu filho era igual a 3. Nessa ocasião, minha idade era de 36 anos ($72 - 36$) e a dele era de 12 anos ($48 - 36$).

Letra d.

015. (FCC/TRF-4ª REGIÃO/TÉCNICO JUDICIÁRIO/2014) Um frasco contendo 30 pastilhas idênticas “pesa” 54 gramas. O mesmo frasco contendo apenas 12 dessas pastilhas “pesa” 32,4 gramas. Nas condições dadas, a razão entre o “peso” de uma pastilha e o do frasco vazio, nessa ordem, é igual a

- a) $1/4$
- b) $3/16$
- c) $2/15$

d) $1/12$

e) $1/15$



Seja x o peso do frasco vazio e y o peso de uma única pastilha.

Perceba que, ao retirar 18 pastilhas, o peso do frasco diminuiu de 54 gramas para 32,4 gramas. Assim, o peso de 18 pastilhas é igual a:

$$18y = 54 - 32,4 = 21,6$$

$$\therefore y = \frac{21,6}{18} = 1,2g$$

Sabemos que o peso do frasco com as 30 pastilhas é igual a 54 gramas, portanto, podemos escrever:

$$x + 30y = 54$$

$$x + 30 \cdot 1,2 = 54$$

$$x + 36 = 54$$

$$\therefore x = 54 - 36 = 18$$

Logo, a razão pedida é:

$$\frac{y}{x} = \frac{1,2}{18} = \frac{12}{180}$$

Simplificando por 15:

$$\frac{y}{x} = \frac{1}{15}$$

Letra e.

016. (FCC/TRF-4ª REGIÃO/TÉCNICO JUDICIÁRIO/2014) A idade do irmão mais novo está para 3, assim como a idade do irmão mais velho está para 4. A idade do irmão mais velho está para 2, assim como a idade do pai está para 11. O pai tinha 36 anos quando nasceu o filho mais velho. Dessa maneira, a diferença de idade entre esses dois irmãos é, em anos, igual a:

a) 1.

b) 5.

c) 3.

d) 2.

e) 4.



Sejam A o irmão mais novo, B o irmão mais velho e C o pai, temos, pelo enunciado, que:

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{4}$$

$$\frac{B}{2} = \frac{P}{11}$$

$$P = B + 36$$

Reunindo as duas últimas informações:

$$\frac{B}{2} = \frac{P}{11}$$

$$\frac{B}{2} = \frac{B + 36}{11}$$

Usando a substituição

$$\frac{B}{2} = \frac{B + 36}{11} = \frac{36}{11 - 2} = \frac{36}{9} = 4$$

$$\therefore \frac{B}{2} = 4 \therefore B = 2 \cdot 4 = 8$$

Agora, vamos calcular a idade do irmão mais novo pela proporção fornecida no início da questão:

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{4}$$

$$\frac{A}{3} = \frac{8}{4} = 2 \therefore A = 3 \cdot 2 = 6$$

Portanto, o irmão mais velho tem 8 anos e o mais novo tem 6 anos. Logo, a diferença de idade é igual a 2 anos.

Letra d.

017. (FUNDATEC/PREFEITURA DE FOZ DO IGUAÇU-PR/PROFESSOR DE EDUCAÇÃO INFANTIL/2016) Considere que a variável y representa o custo em centenas de reais da produção de x unidades produzidas de um brinquedo. Se a fábrica está analisando a proposta de dois fornecedores diferentes, onde o fornecedor A tem custo determinado por $21y = 20x + 16.800$ e o fornecedor B tem custo expresso por $10x + 3y = 7.800$. O custo dos dois fornecedores é igual quando são produzidos quantos brinquedos?

- a) 30.
- b) 120.
- c) 402.
- d) 420.
- e) 800.



Organizando as duas equações, temos:

$$21y - 20x = 16800$$

$$10x + 3y = 7800$$

Como queremos a quantidade de brinquedos que é produzida, ou seja, o valor de x , podemos multiplicar a segunda equação por 7 para aplicar o método da adição.

$$(-) \quad 21y - 20x = 16800$$

$$(+) \quad 70x + 21y = 54600$$

$$70x + 20x = 54600 - 16800$$

Procedamos às contas:

$$90x = 37800$$

$$\therefore x = \frac{37800}{90} = 420$$

Letra d.

018. (FCC/SEFAZ-BA/AUDITOR FISCAL/2019) A oferta para determinado produto foi modelada pela função $y = 90 - 1,2x$, em que y representa o preço unitário para uma oferta de x unidades do produto. A demanda para o mesmo produto foi modelada pela função $y = 1,4x + 12$, em que x representa o número de unidades procuradas quando o preço do produto é y . Nessas

condições, as coordenadas para o ponto de equilíbrio de mercado, isto é, o ponto em que a oferta é igual à demanda, são:

- a) (50, 30).
- b) (40, 42).
- c) (30, 54).
- d) (20, 66).
- e) (10, 78).



Vamos igualar as duas equações oferecidas.

$$y = 90 - 1,2x$$

$$y = 1,4x + 12$$

Comparando os valores de **y** nas duas equações, temos:

$$90 - 1,2x = 1,4x + 12$$

$$90 - 12 = 1,4x + 1,2x$$

$$78 = 2,6x \therefore x = \frac{78}{2,6} = 30$$

Agora, basta substituir o valor encontrado de **x** para sabermos **y** correspondente.

$$y = 90 - 1,2 \cdot x = 90 - 1,2 \cdot 30 = 90 - 36 = 54$$

Portanto, as coordenadas do ponto em questão são $(x,y) = (30, 54)$.

Letra c.

019. (FCC/SEFAZ-BA/AUDITOR FISCAL/2019) Uma empresa estimou o custo unitário para produzir determinada peça de computador em 50 centavos de real. Considerando o custo fixo para a linha de produção dessa peça em 5 mil reais semanais, para obter um lucro semanal de 2 mil reais o número de milhares de unidades que seria preciso vender a 1 real cada é de

- a) 7.
- b) 9.
- c) 11.
- d) 14.
- e) 16.



O custo para produzir uma quantidade x de peças é igual ao custo fixo mais os custos variáveis, que são de R\$ 0,50. x :

$$\text{Custo} = 5000 + 0,50 \cdot x$$

A receita apurada com as vendas, por sua vez, é igual ao preço de venda multiplicado pela quantidade de unidades vendidas, no caso, x :

$$\text{Receita} = 1 \cdot x = x$$

O lucro, por sua vez, corresponde à diferença entre a receita e o custo da empresa.

$$\text{Lucro} = \text{Receita} - \text{Custo}$$

$$\text{Lucro} = x - (5000 + 0,50x) = 0,50x - 5000$$

Como queremos que o lucro seja de, pelo menos, R\$2000, podemos substituir:

$$0,50x - 5000 = 2000$$

$$0,50x = 5000 + 2000 = 7000$$

$$\therefore x = \frac{7000}{0,50} = 14000$$

Portanto, o número mínimo de unidades é de 14 mil.

Letra d.

2.3. SISTEMAS INDETERMINADOS E IMPOSSÍVEIS

A grande maioria dos sistemas de equações do primeiro grau com duas equações e duas incógnitas são **sistemas determinados**, isto é, possuem **uma única solução**.

Um sistema de equações será determinado sempre que os coeficientes em " x " e em " y " das duas equações **não forem proporcionais entre si**.

Por exemplo, vejamos o caso estudado anteriormente:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Esse sistema é determinado porque os coeficientes em " x " e em " y " não seguem nenhuma razão de proporcionalidade:

$$\frac{1}{1} \neq \frac{1}{-1}$$

Quando isso acontece, é possível resolver o sistema e encontrar uma única solução, seja pelo método da adição ou pelo método da substituição.

2.3.1. SISTEMAS INDETERMINADOS

Um sistema de equações do primeiro grau é indeterminado quando admite várias ou infinitas soluções. Vejamos um exemplo:

$$2x + 3y = 6$$

$$4x + 6y = 12$$

Observe que a segunda equação é o dobro da primeira. Isto significa que as duas equações representam a **mesma relação entre x e y** e, portanto, possuem infinitas soluções. Nesse caso, o sistema é **dependente e indeterminado**.

São exemplos de soluções desse sistema:

- $X = 0$ e $y = 2$, pois:

$$2.0 + 3.2 = 0 + 6 = 6 \text{ (ok)}$$

$$4.0 + 4.2 = 0 + 12 = 12 \text{ (ok)}$$

- $X = 3$ e $y = 0$, pois:

$$2.3 + 3.0 = 6 + 0 = 6 \text{ (ok)}$$

$$4.3 + 4.0 = 12 + 0 = 12 \text{ (ok)}$$

- $X = 6$ e $y = -2$, pois:

$$2.6 + 3.(-2) = 12 - 6 = 6 \text{ (ok)}$$

$$4.6 + 4.(-2) = 24 - 12 = 12 \text{ (ok)}$$

Para identificar um sistema de 2 equações e 2 incógnitas **indeterminado**, devemos notar que todos os coeficientes **são proporcionais entre si**. Isto significa que os coeficientes que multiplicam "x" são proporcionais aos coeficientes que multiplicam "y" e aos coeficientes independentes das duas equações. Vejamos no sistema em apreço:

$$2x + 3y = 6$$

$$4x + 6y = 12$$

Esse sistema realmente é indeterminado, porque:

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{6}{12}$$

Caso tentemos resolver a equação, por exemplo, aplicando o método da adição ou da subtração, chegaremos a uma tautologia, isto é, a uma igualdade sempre verdadeira, como $0 = 0$. Vejamos:

$$2x + 3y = 6$$

$$4x + 6y = 12$$

Podemos multiplicar a primeira equação por 2:

$$4x + 6y = 12$$

$$4x + 6y = 12$$

Então, podemos subtrair a segunda equação da primeira, e teremos:

$$(4x + 6y) - (4x + 6y) = 12 - 12$$

$$0 = 0$$

2.3.2. SISTEMAS IMPOSSÍVEIS

Um sistema de equações do primeiro grau é impossível quando não tem solução. Isto acontece quando as duas equações são contraditórias entre si, por exemplo:

$$2x + 3y = 6$$

$$4x + 6y = 6$$

Veja que o lado esquerdo da segunda equação é o dobro da primeira, mas o lado direito não é. Se " $2x + 3y = 6$ ", ao multiplicarmos a equação por 2, deveríamos ter " $4x + 12y = 12$ ", e não " $4x + 12y = 6$ ".

É por isso que é impossível resolver esse sistema. Caso tentemos, chegaremos a alguma contradição. Por exemplo, vamos multiplicar a primeira equação por 2.

$$4x + 6y = 12$$

$$4x + 6y = 6$$

Se usarmos o método da adição e subtrair a segunda equação da primeira, teremos:

$$0 = 12 - 6$$

$$0 = 6 \text{ (falso)}$$

Chegamos a uma contradição, o que prova que **é impossível resolver o sistema**, ou seja, **ele não tem solução**.

Um sistema é impossível quando os coeficientes em “x” e em “y” são proporcionais entre si, mas **os coeficientes independentes não seguem a mesma proporcionalidade**.

No caso do sistema em apreço:

$$2x + 3y = 6$$

$$4x + 6y = 6$$

Tal sistema é impossível, porque os coeficientes em “x” e em “y” são proporcionais entre si, visto que:

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

Porém, os coeficientes independentes não seguem a mesma proporcionalidade.

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \neq \frac{6}{6}$$

DIRETO DO CONCURSO



020. (FGV/PREFEITURA DE CANAÃ DOS CARAJÁS/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2025/Q3740485) Considere o sistema de equações de 1º grau, com incógnitas x e y , dado por

Se a e b são números reais, é correto afirmar que haverá mais de uma solução para o sistema se

- a) $a = 0$ e $b = 1$
- b) $a = 1$ e $b = 2$
- c) $a = 2$ e $b = 0,5$
- d) $a = 0,5$ e $b = 2$
- e) $a = 2$ e $b = 2$



A condição para que o sistema seja indeterminado é que as duas equações sejam equivalentes. Para isso, os coeficientes devem ser todos proporcionais entre si:

$$\frac{1}{b} = \frac{a}{1} = \frac{1}{2}$$

Podemos resolver as equações separadamente:

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{2} \therefore b = 2$$

$$\frac{a}{1} = \frac{1}{2} \therefore a = 0,5$$

Desse modo, teremos o sistema:

$$x + 0,5y = 1$$

$$2x + y = 2$$

De fato, as duas equações são equivalentes, pois a segunda é igual à primeira multiplicada por 2.

Letra d.

3. EQUAÇÕES DIOFANTINAS

As equações diofantinas são aquelas do tipo:

$$ax + by = c$$

Essas equações se caracterizam por coeficientes inteiros primos entre si. De maneira geral, procura-se pelas soluções inteiras da equação. São exemplos de equações diofantinas:

$$2x + 3y = 20$$

Outro exemplo:

$$3x + 4y = 22$$

Observe que, na primeira equação, os termos {2, 3, 20} são primos entre si, pois o MDC entre eles é igual a 1. Da mesma forma, os termos {3, 4, 22} também possuem MDC igual a 1.

Vejamos alguns exemplos de soluções dessas equações:

Quadro 1 – Equações Diofantinas e suas Soluções

	x	y
$2x + 3y = 20$	$x = 1$	$y = 6$
	$x = 4$	$y = 4$
	$x = 7$	$y = 2$
$3x + 4y = 22$	$x = 6$	$y = 1$
	$x = 2$	$y = 4$

É importante observar que, na equação diofantina, os coeficientes devem ser primos entre si. Caso não sejam, é necessário realizar uma simplificação. Vejamos:

$$2x + 4y = 16 \xrightarrow{\text{por } 2} x + 2y = 8$$

$$9x + 12y = 21 \xrightarrow{\text{por } 3} 3x + 4y = 7$$

3.1. PRIMEIRA EQUAÇÃO

Considere uma equação diofantina genérica:

$$3x + 4y = 35$$

O modo mais simples de resolvê-la é fazer uma das incógnitas se igualar a zero. Por exemplo, façamos $y = 0$.

$$3x + 4.0 = 35 \therefore 3x = 35$$

Observe que 35 não é divisível por 3. Na realidade, 35 dividido por 3 é igual a 11, e deixa resto 2.

Agora, em vez de $y = 0$, podemos igualar y ao resto da divisão obtido anteriormente. Façamos $y = 2$.

$$3x + 4 \cdot 2 = 35$$

$$3x + 8 = 35$$

$$3x = 35 - 8 = 27$$

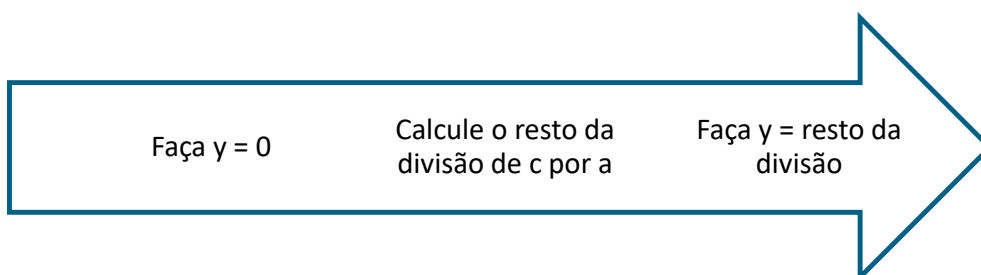
$$\therefore x = \frac{27}{3} = 9$$

Temos, portanto, que uma das soluções da equação diofantina é:

$$x = 9 \quad y = 2$$

Assim, vamos esquematizar para a obtenção da primeira solução da equação.

Figura 1 – Como obter a primeira raiz de uma equação diofantina



3.2. RAÍZES EM PROGRESSÃO ARITMÉTICA

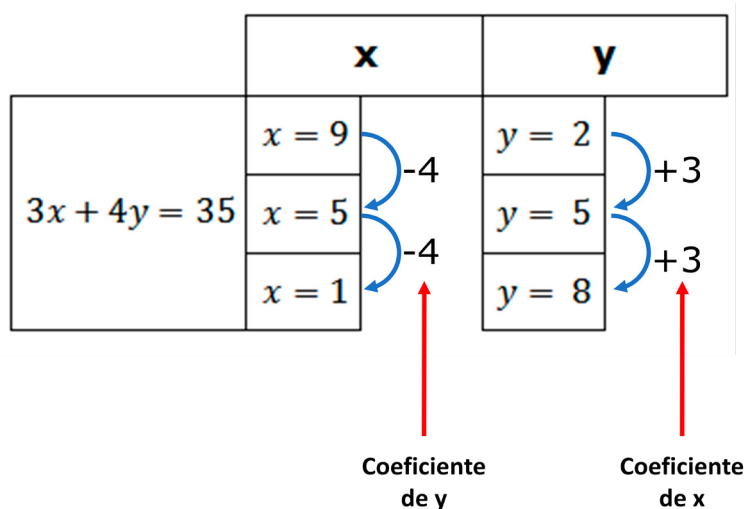
Em uma equação diofantina, **as raízes seguem progressão aritmética**, cujas razões são cruzadas. Ou seja, a razão das soluções em x é igual ao coeficiente b que acompanha a incógnita y . Analogamente, a razão das soluções em y é igual ao coeficiente a que acompanha a incógnita x .

Além disso, vale notar que, se uma das incógnitas for crescente, a outra será decrescente. Com isso, basta encontrar a primeira solução da equação que encontraremos as outras. Vejamos um exemplo para facilitar o seu entendimento:

$$3x + 4y = 35$$

Como já sabemos a primeira solução da equação, note que as soluções x decrescem a uma razão igual a 4, enquanto as soluções y crescem a uma razão igual a 3.

Figura 2 – Raízes da Equação Diofantina



DIRETO DO CONCURSO

021. (IADES/BRB/ESCRITURÁRIO/2019) Considere hipoteticamente que M. A. S. é uma escrituraria em um banco de varejo. Em determinado dia quando estava trabalhando como operadora de caixa, observou que, na abertura do caixa, só havia notas de R\$ 20,00 e R\$ 50,00, e o total, em reais, era igual a R\$ 366000. Se o número de cédulas era o menor possível no caixa de M.A.S., é correto afirmar que, no caixa

- a) Havia mais cédulas de R\$ 20,00 do que cédulas de R\$ 50,00
- b) O número de cédulas de R\$ 20,00 era o triplo do número de cédulas de R\$50,00
- c) O total em cédulas de R\$ 50,00 era igual a R\$ 250,00
- d) O total em cédulas de R\$ 20,00 era igual a R\$ 160,00
- e) O número de cédulas de R\$ 50,00 era o dobro de número de cédulas de R\$ 20,00



Suponha que tenhamos x notas de R\$ 20,00 e y notas de R\$ 50,00. Como o valor total em dinheiro era igual a R\$360,00, podemos escrever que:

$$20x + 50y = 360$$

Como queremos que haja o menor número possível de notas, precisamos que a maior quantidade possível de notas esteja na forma de R\$50,00. Queremos, portanto, o menor

número possível de notas de R\$20,00. Então, vamos tentar encontrar o menor valor possível para x :

$$x = 0 \rightarrow 20.0 + 50y = 360 \therefore y = \frac{360}{50} = 7,2 \text{ (não é possível)}$$

Não é possível que exista um número fracionário de cédulas. O caixa só pode ter um número inteiro (6 cédulas ou 7 cédulas). Não é possível existir 7,2 cédulas.

$$x = 1 \rightarrow 20.1 + 50y = 360 \therefore y = \frac{340}{50} = 6,8 \text{ (não é possível)}$$

$$x = 2 \rightarrow 20.2 + 50y = 360 \therefore y = \frac{320}{50} = 6,4 \text{ (não é possível)}$$

$$x = 3 \rightarrow 20.3 + 50y = 360 \therefore y = \frac{300}{50} = 6 \text{ (ok)}$$

Assim, havia 3 notas de R\$ 20,00 e 6 notas de R\$ 50,00. Logo, o número de cédulas de R\$ 50,00 era o dobro das cédulas de R\$ 20,00

Letra e.

4. GRÁFICOS DO PRIMEIRO GRAU

A função do primeiro grau é também conhecida como **função afim**. Ela possui domínio e imagem em todo o conjunto dos números reais.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$y = f(x) = ax + b$$

O gráfico da função do primeiro grau é uma reta.

4.1. INCLINAÇÃO

O coeficiente "a", conhecido como coeficiente linear, é o que multiplica a variável principal e determina a **inclinação** do gráfico. Tem-se dois casos a comentar:

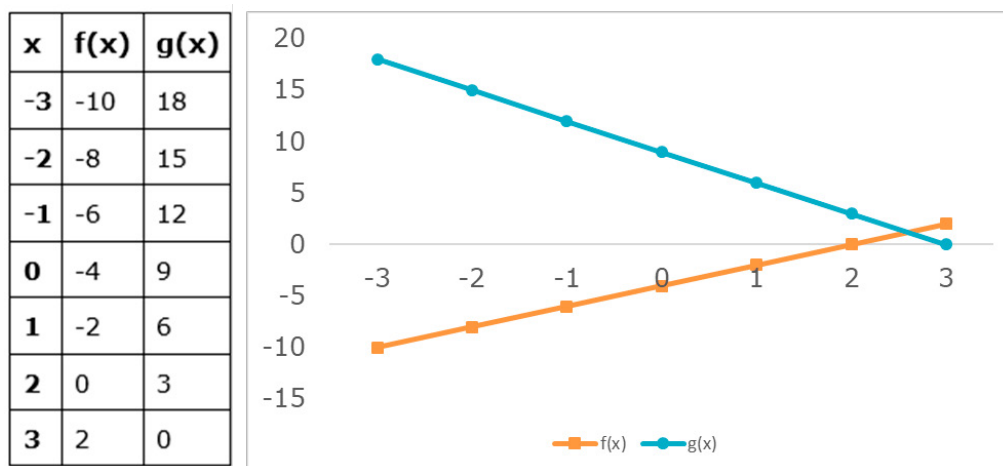
- **$a > 0$** : a função será crescente;
- **$a < 0$** : a função será decrescente.

Vejamos dois tipos:

$$f(x) = 2x - 4 \quad g(x) = -3x + 9$$

Calcularemos alguns valores e, a seguir, plotaremos o gráfico dessas funções.

Figura 3 – Comportamento das funções f e g



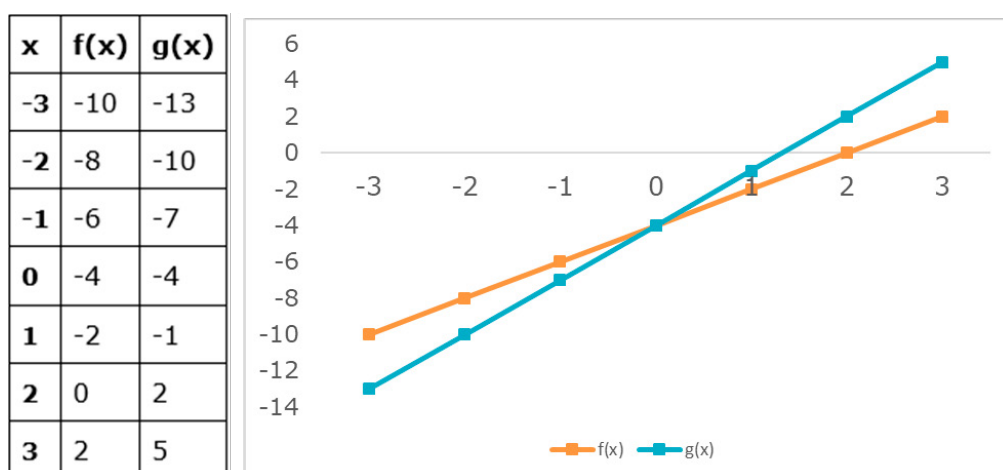
Note que a função f tem o coeficiente a positivo; por isso, será crescente. Já a função g tem o coeficiente a negativo; por isso, será decrescente.

Quanto maior o módulo do coeficiente linear, maior será a inclinação do gráfico. Para deixar isso claro, comparemos duas funções variando apenas esse coeficiente.

$$f(x) = 2x - 4 \quad g(x) = 3x - 4$$

A seguir, temos a tabela de valores e o respectivo gráfico plotado para essas duas funções.

Figura 4 – Influência do Coeficiente Linear no Gráfico da Função do Primeiro Grau



Perceba que ambas as funções f e g são crescentes, porque possuem coeficiente linear positivo. Além disso, a função g possui um coeficiente linear maior, portanto, cresce com maior velocidade.

4.2. TAXA DE VARIAÇÃO

Numa função do primeiro grau, o coeficiente **a** é associado à taxa de variação de **y** em função de **x**. Em outras palavras, se temos três pontos no gráfico $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ e $C(x_3, y_3)$, temos:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}$$

Podemos tomar como exemplo a função $f(x) = 2x + 3$:

x	f(x)
0	3
1	5
2	7
3	9

Podemos calcular as diferenças em relação ao ponto $x = 0$, que é o ponto $(0,3)$:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 3}{1 - 0} = \frac{2}{1} = 2 = a$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7 - 3}{2 - 0} = \frac{4}{2} = 2 = a$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{9 - 3}{3 - 0} = \frac{6}{3} = 2 = a$$

Perceba, portanto, que o coeficiente **a** indica uma proporcionalidade entre as variações da variável dependente (**y**) com a variável independente (**x**).

Suponha, agora, que a função $f(x) = 2x + 3$ represente o custo de fabricação de um produto em função do número de unidades produzidas (**x**).

Podemos afirmar que esse custo aumenta 2 unidades a cada unidade produzida que é aumentada, justamente porque o coeficiente $a = 2$.

Por conta disso, o coeficiente **a** é frequentemente associado aos **custos variáveis** quando se está avaliando os custos de produção.

Esse custo variável aparece em várias situações: é o custo para se adicionar um novo convidado a uma festa, é o preço a se pagar para andar 1 quilômetro a mais de táxi ou

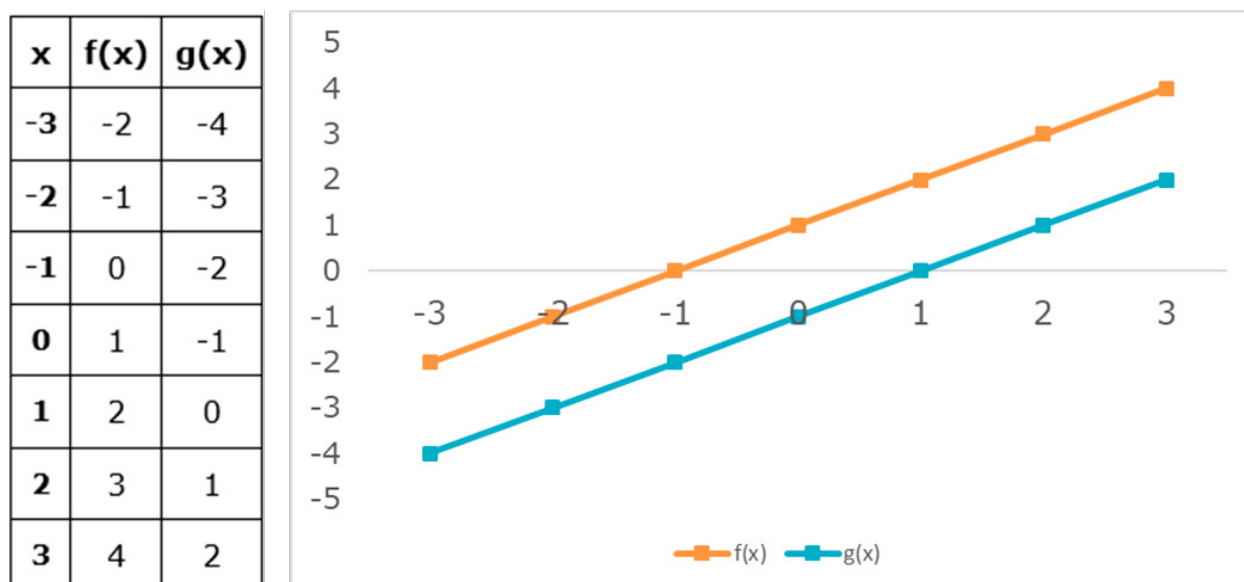
Uber, é o quanto você gasta de gasolina – esse custo depende de quanto você anda com o seu carro, não é verdade?

4.3. INTERCEPTO

Agora, vejamos o efeito do coeficiente b . Esse coeficiente provoca apenas um deslocamento vertical no gráfico da função, criando uma reta paralela:

Figura 5 – Influência do Coeficiente b no Gráfico da Função do Primeiro Grau

$$f(x) = x + 1 \quad g(x) = x - 1$$



O coeficiente b é, por vezes, chamado de **intercepto**, porque determina o momento de encontro entre o gráfico da função e o eixo y .

No eixo y , temos que $x = 0$, portanto:

$$y = ax + b = a \cdot 0 + b = b$$

No caso das funções f e g , temos que os intercepto são, respectivamente, -1 e 1 .

O intercepto é frequentemente associado **aos custos fixos** na produção de um determinado produto.

Por exemplo, se você tem um carro, há custos que você deverá ter independentemente de rodar com ele: seguro, IPVA e boa parte da manutenção do veículo.

No caso de uma fábrica, também há custos que ela não pode evitar, ainda que não esteja produzindo, como os custos administrativos e o aluguel do espaço.

Se a função $f(x) = 2x + 3$ representa o custo de produzir x unidades de um dado produto, temos que o intercepto $b = 3$ é o custo fixo da companhia.

4.4. COMO ESBOÇAR O GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO DO PRIMEIRO GRAU

Em questões, é muito útil desenhar por conta própria o gráfico de uma função do primeiro grau.

Uma reta pode ser desenhada a partir de dois pontos. Portanto, só precisamos marcar dois pontos e traçar a reta para esboçar um gráfico de uma função do primeiro grau.

De maneira geral, podemos adotar o seguinte procedimento em dois passos:

Calculamos o ponto de intersecção do gráfico dessa função com o eixo “x”, ou seja, calculamos com $x = 0$;

$$y = a \cdot 0 + b = b$$

Portanto, a função do primeiro grau passa pelo ponto. O cruzamento do gráfico da função com o eixo “x” sempre ocorrerá no intercepto.

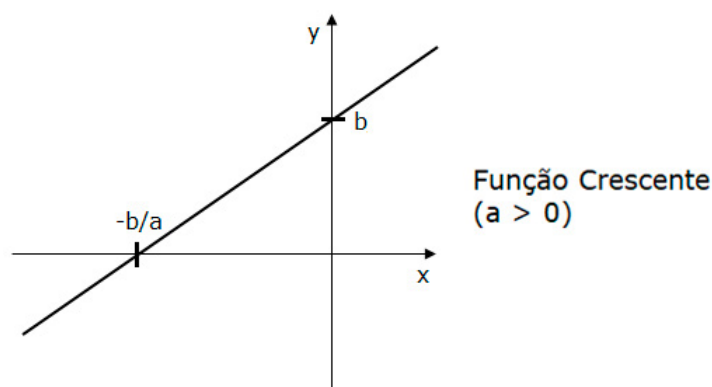
Calculamos o ponto de intersecção do gráfico dessa função com o eixo “y”, ou seja, calculamos com $y = 0$.

$$0 = ax + b \therefore ax = -b \therefore x = -\frac{b}{a}$$

Portanto, a função do primeiro grau também passa pelo ponto $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$.

Traçaremos, portanto, os dois pontos selecionados no plano cartesiano. Como sabemos, se $a > 0$, o gráfico será crescente, conforme ilustrado na figura a seguir:

Figura 6 – Função do Primeiro Grau Crescente



De posse desse algoritmo, vejamos dois exemplos para fins de fixação. Considere a função linear:

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 1$$

Calculemos os dois pontos notáveis do gráfico. Para $x = 0$, temos:

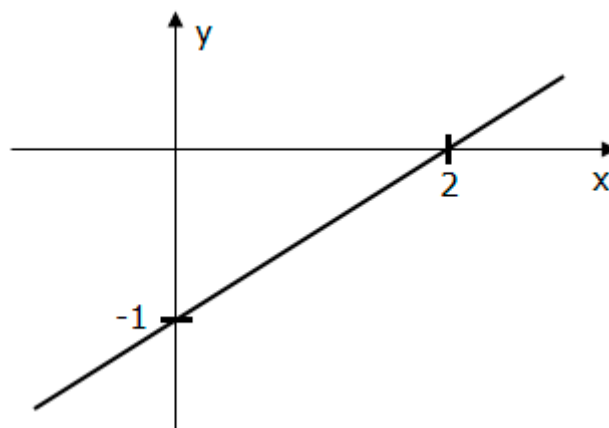
$$y = \frac{1}{2} \cdot 0 - 1 = -1 \therefore P(0, -1)$$

Para $y = 0$, temos:

$$y = \frac{1}{2} \cdot x - 1 = 0 \therefore \frac{1}{2}x = 1 \therefore x = 2 \therefore P(2, 0)$$

Agora, vamos desenhar ambos os pontos no gráfico.

Figura 7 – Função Linear Crescente



Agora, considere a função linear:

$$f(x) = 1 - 2x$$

Calculemos os dois pontos notáveis do gráfico. Para $x = 0$, temos:

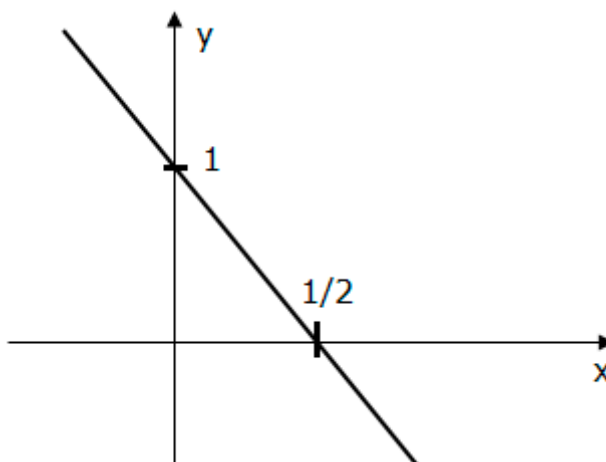
$$y = 1 - 2 \cdot 0 = 1 \therefore P(0, 1)$$

Para $y = 0$, temos:

$$y = 1 - 2x = 0 \therefore 2x = 1 \therefore x = \frac{1}{2} \therefore P\left(0, \frac{1}{2}\right)$$

Agora, vamos desenhar ambos os pontos no gráfico.

Figura 8 – Função Linear Decrescente



Às vezes, as questões falam de duas funções do primeiro grau. Nesse caso, pode ser útil adotar como um dos pontos exatamente o ponto de encontro entre essas duas retas. Isto é algo que você verá quando fizermos algumas questões de prova.

DIRETO DO CONCURSO

022. (FCC/SEGEF-MA/ANALISTA AMBIENTAL-BIÓLOGO/2016) Um casal começa a planejar sua festa de casamento a partir das seguintes estimativas:

De acordo com essas estimativas, desconsiderando outros gastos, o custo total C da festa de casamento, em reais, em função do número de convidados n , pode ser expresso pela fórmula:

Convite	01 convite para cada convidado R\$ 4,00 (unidade)
Trajes dos noivos	R\$ 5.000,00
Espaço para a festa	R\$ 3.500,00
Decoração	R\$ 5.000,00
Buffet	R\$ 200,00 por convidado
Vinho	1 taça para cada convidado R\$ 10,00 (taça)
Doces e bolos	R\$ 30,00 por convidado
Foto e vídeo	R\$ 8.000,00

- a) $C = 21500 + 234n$
- b) $C = 21500 + 238n$
- c) $C = 21500 + 244n$
- d) $C = 21500 + 248n$
- e) $C = 21500 + 274n$



Uma questão muito boa para começar a entender na prática como funcionam as funções de primeiro grau.

Os custos da festa são divididos em dois grupos: os custos fixos, que independem do número de convidados, e os custos variáveis, que são proporcionais ao número de convidados.

Primeiramente, somaremos os custos fixos:

$$b = CF = 5000 + 3500 + 5000 + 8000 = 21500$$

Esses R\$ 21.500 serão gastos independentemente da quantidade de convidados que participem da festa. Mesmo que só haja um único convidado, a festa ainda terá de ter fotos e vídeo, trajes dos noivos e o aluguel do espaço com decoração.

Por outro lado, os demais custos – convites, *buffet*, vinho e doces – dependem do número convidados presentes. Se os noivos chamarem 100 convidados, terão de confeccionar 100 convites, o que custará R\$ 400. Se os noivos chamarem 200 convidados, terão de confeccionar 200 convites, o que custará R\$ 800.

Assim, calcularemos os custos variáveis:

$$CV = an = 4n + 200n + 10n + 30n = 244n$$

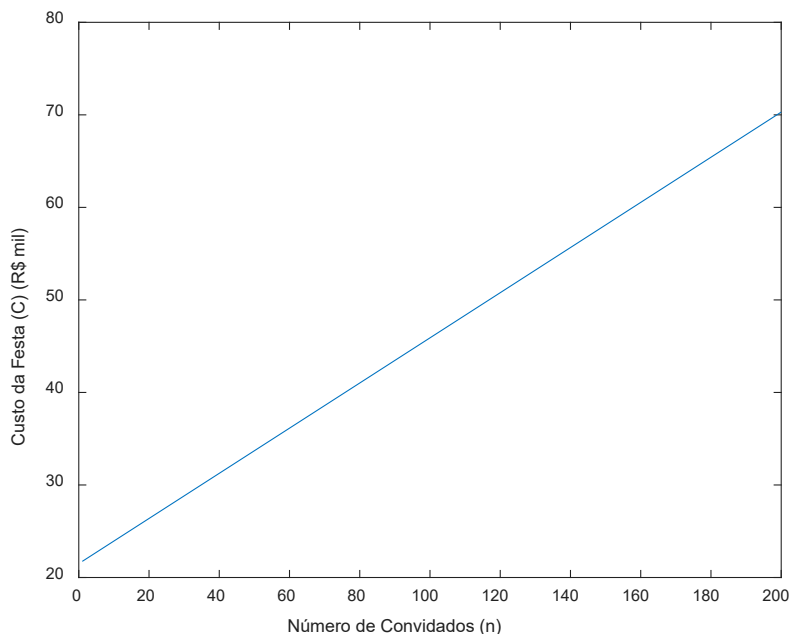
O custo total da festa será a soma dos custos fixos com os variáveis:

$$C = CF + CV = an + b = 244n + 21500$$

Já podemos marcar a alternativa C. Porém, para fins didáticos, vamos explorar ainda mais o problema.

Traçamos o gráfico dessa função em MatLab, mostrando o comportamento do custo da festa em função do número de convidados.

Perceba que o intercepto, ou seja, o ponto de encontro com o eixo y, ocorre justamente um pouco acima de R\$ 20 mil, exatamente no ponto R\$ 21.500 que corresponde ao total de custos fixos da festa.



Letra c.

023. (ESAF/ANAC/TÉCNICO ADMINISTRATIVO/2016) Sejam $f(x) = ax + 7$ e $g(x) = 3x + 6$ funções do primeiro grau. O valor de “a” que faz com que $f(2)$ seja igual a $g(3)$ é igual a:

- a) 6
- b) 3
- c) 5
- d) 4
- e) 7



Calculamos primeiramente o valor de $f(2)$, que deve ser obtido substituindo x por 2.

$$f(x) = ax + 7 \therefore f(2) = a \cdot 2 + 7 = 7 + 2a$$

Agora, vamos ao valor de $g(3)$.

$$g(x) = 3x + 6 \therefore g(3) = 3 \cdot 3 + 6 = 15$$

Agora, precisamos igualar os dois valores.

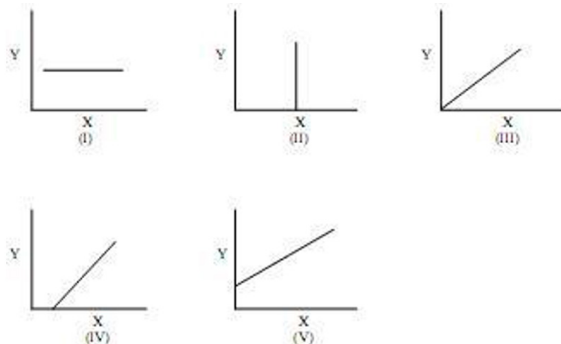
$$f(2) = g(3)$$

$$\therefore 7 + 2a = 15 \therefore 2a = 15 - 7 = 8$$

$$\therefore a = \frac{8}{2} = 4$$

Letra d.

024. (ESAF/DNIT/ANALISTA EM INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES/2013) Suponha que a seguinte relação aritmética foi obtida entre duas variáveis X e Y quaisquer: $Y = 3X + 4$. Com base nas cinco ilustrações abaixo, assinale a opção que melhor corresponde à equação apresentada acima.



- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V



Para esboçar o gráfico de uma função, devemos ter em mente o intercepto que é o ponto de encontro da curva com o eixo y.

$$f(x) = 3x + 4 \therefore f(0) = 3 \cdot 0 + 4 = 4$$

Isso já elimina os gráficos II (nunca encontra o eixo x), III (o intercepto é nulo), IV (o intercepto é negativo).

Além disso, o coeficiente $a = 3 > 0$, portanto, a função é crescente, exatamente como mostrado no gráfico V.

Letra e.

Considere o enunciado a seguir para as questões 25 e 26:

O preço de uma corrida de táxi convencional é calculado somando o valor da bandeirada (inicial e fixo) com o valor da distância percorrida. Essa relação pode ser representada, em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais xOy , por uma função da forma $y = f(x)$, em que y é o preço cobrado pela corrida de x quilômetros. Considerando que o valor da bandeirada seja de R\$ 5,00 e R\$ 0,50 por quilômetro percorrido, julgue o próximo item.

025. (CESPE/SEE-AL/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2013) Se uma corrida de táxi custou R\$ 55,00, então a distância percorrida foi superior a 90 km.



A bandeirada representa um custo fixo que deve ser sempre acrescentado ao valor da corrida.

$$f(x) = 5 + 0,50 \cdot x = 55$$

$$\therefore 0,50x = 55 - 5 = 50$$

$$\therefore x = \frac{50}{0,50} = \frac{50 \cdot 2}{0,50 \cdot 2} = 100 > 90$$

Certo.

026. (CESPE/SEE-AL/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2013) Considere que uma cooperativa de taxistas dispense o valor da bandeirada, mas passe a cobrar R\$ 1,00 por quilômetro rodado. Nesse caso, para o usuário desse serviço, independentemente da quantidade de quilômetros rodados, é mais vantajoso utilizar os táxis da referida cooperativa.



Nesse caso, o custo da corrida de x quilômetros será:

$$g(x) = 0 + 1 \cdot x = x$$

Queremos saber quando será mais vantajoso usar essa cooperativa, em outras palavras, quando o custo será menor.

$$g(x) < f(x)$$

$$x < 5 + 0,5x$$

$$\therefore x - 0,5x < 5 \therefore 0,5x < 5$$

$$\therefore x < \frac{5}{0,5} = 10$$

Assim, a corrida pela cooperativa B somente será mais vantajosa quando a distância percorrida for menor que 10 km. Se for maior que 10 km, será mais vantajosa a cooperativa A. Podemos, ainda, explorar mais o problema traçando os gráficos respectivos de cada uma das funções.

Primeiramente, elas se encontram no ponto $x = 10$. Nesse caso, calculamos:

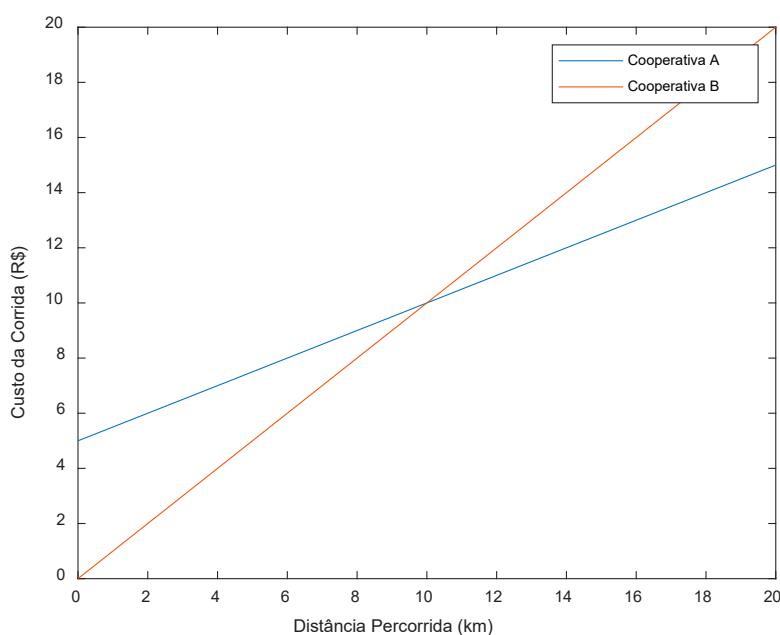
$$f(x) = g(x) = x = 10$$

Além disso, podemos usar outro ponto que é o próprio intercepto. Ou seja, o valor avaliado da função para $x = 0$, que corresponde ao próprio valor da bandeirada.

$$f(x) = 5 + 0,5x \therefore f(0) = 5 + 0,5 \cdot 0 = 5$$

$$g(x) = x \therefore g(0) = 0$$

Com isso, traçamos os gráficos de ambas as funções, obtendo o seguinte resultado.



Letra a.

Considere o enunciado a seguir para as questões 27, 28, 29 e 30:

Considerando que, em determinado dia, a quantidade de homens e mulheres, em um *shopping center*, entre 10 h e 20 h, seja dada, respectivamente, pelas expressões $y = 5t + 200$ e $x = 3t + 234$, em que t seja a hora correspondente, julgue os itens que se seguem.

027. (CESPE/INPI/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL/2013) A quantidade de pessoas no *shopping center*, às 20 h, é superior à quantidade de pessoas às 10 h.



Um ponto a notar nessa questão é que a variável independente foi chamada de t . Já vimos que não há nenhum problema nisso. O número de pessoas corresponde à soma de homens e mulheres.

$$N = x + y = (3t + 234) + (5t + 200) = 8t + 434$$

Perceba que, como $a > 0$, a função é crescente; portanto, realmente, às 20h, a quantidade de pessoas é superior às 10h. Não é preciso nem fazer a conta.

Certo.

028. (CESPE/INPI/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL/2013) Ao longo do dia em questão, a quantidade de homens dentro do *shopping* aumentou, enquanto a quantidade de mulheres no *shopping* diminuiu.



A quantidade de mulheres no shopping também é descrita como uma função no tempo

$$x = 3t + 234$$

Como $a = 3 > 0$, temos que a função é crescente; portanto, a quantidade de mulheres no shopping também aumenta ao longo do dia entre as 10h e 20h.

Errado.

029. (CESPE/INPI/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL/2013) A quantidade de homens no *shopping* torna-se igual à quantidade de mulheres antes das 18 h.



Agora, precisamos calcular o ponto de encontro em que $x = y$.

$$x = y \leftrightarrow 3t + 234 = 5t + 200$$

$$234 - 200 = 5t - 3t$$

$$34 = 2t$$

$$\therefore t = \frac{34}{2} = 17h < 18h$$

Realmente, o número de mulheres e homens se igualou às 17h, o que é antes das 18h.

Certo.

030. (CESPE/INPI/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL/2013) A cada hora, a quantidade de homens aumenta 20 unidades a mais do que a quantidade de mulheres.



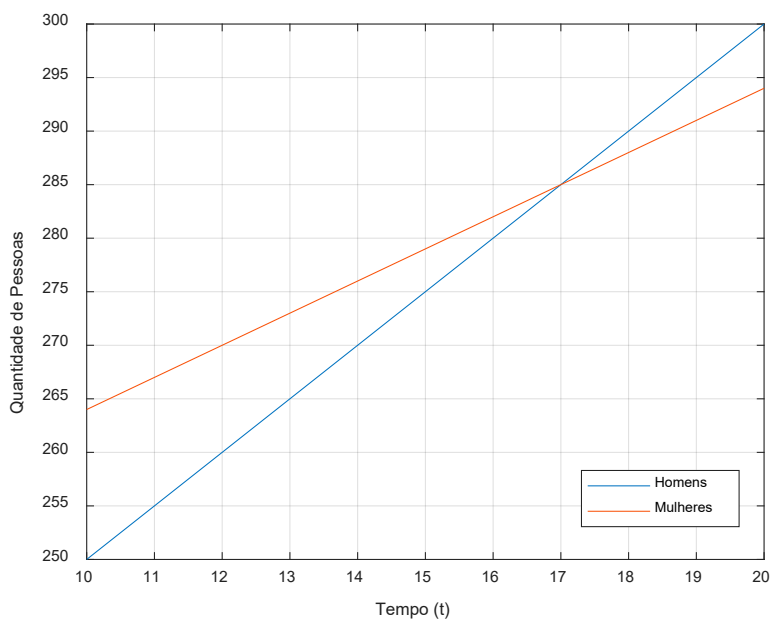
Nesse caso, o enunciado quer saber da diferença entre homens e mulheres no *shopping*.

$$D = y - x = (5t + 200) - (3t + 234) = (5t - 3t) + (200 - 234)$$

$$\therefore D = 2t - 34$$

Assim, a inclinação dessa função é $a = 2$; portanto, a quantidade de homens aumenta 2 unidades a mais que a quantidade de mulheres por hora.

Agora, vamos traçar os gráficos em MatLab do número de mulheres e do número de homens no shopping entre as 10h e as 20h.



Errado.

031. (FCC/SEE-MG/SUPERVISOR PEDAGÓGICO/2012) Um cliente parcelou o valor total a ser pago por um determinado produto. Verificou que no boleto bancário informava-se que haveria multa por atraso. A tabela abaixo indica o valor da multa dependendo do número de dias em atraso.

Número de dias em atraso	Multa em R\$
1	35
2	42
3	49
4	56

Considerando y como sendo a multa a ser paga em reais e x o número de dias em atraso, a função que representa corretamente a situação descrita é:

- a) $y = 35x$
- b) $y = 28 + 7x$
- c) $y = x - 5 / 7$
- d) $y = - 7x + 28$



Como estamos em busca de uma função linear, primeiramente, calcularemos a inclinação.

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{42 - 35}{2 - 1} = \frac{7}{1} = 7$$

De posse da inclinação, podemos obter o intercepto.

$$y = ax + b \therefore 35 = 7 \cdot 1 + b \therefore b = 35 - 7 = 28$$

Portanto, a nossa função procurada é:

$$y = ax + b = 7x + 28$$

Letra b.

5. EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU

A função do segundo grau é definida por um polinômio do segundo grau.

$$y = ax^2 + bx + c, \text{ com } a \neq 0$$

É importante que o coeficiente a não seja nulo. Caso contrário, a função se reduziria a uma função do primeiro grau.

O gráfico de uma função do segundo grau é uma parábola.

5.1. RAÍZES DA FUNÇÃO

As raízes da função do segundo grau são aquelas que igualam o valor da função a zero. Ou seja:

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c = 0$$

Não é demais repetir que, na equação do segundo grau, os termos a , b e c são números constantes. Por exemplo:

$$2x^2 + 4x + 1 \therefore a = 2, b = 4, c = 1$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x \therefore a = 1, b = -\frac{3}{2}, c = 0$$

$$-3x^2 + 7x + 2 \therefore a = -3, b = 7, c = 2$$

5.1.1. FÓRMULA DE BHASKARA

A solução da Equação do Segundo Grau é dada pela Fórmula de Bhaskara. Apresentaremos essa expressão e, a seguir, mostraremos a demonstração.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

É interessante notar que o termo dentro da raiz quadrada é denominado discriminante e determina o número de soluções da equação do segundo grau.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Se $\Delta > 0$: a equação tem duas soluções reais.

Se $\Delta = 0$: a equação tem apenas uma solução real.

Se $\Delta < 0$: a equação não tem soluções reais, porque a raiz quadrada de um número negativo não é real.

Vejamos um exemplo para você entender melhor:

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

As duas soluções para essa equação são, portanto:

$$x_1 = \frac{-4 + 2}{2} = -\frac{2}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-4 - 2}{2} = -\frac{6}{2} = -3$$

5.1.2. SOMA E PRODUTO DAS RAÍZES

A soma e o produto das raízes de uma equação do segundo grau podem ser calculadas diretamente a partir dos coeficientes.

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad P = x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Essas expressões podem ser bastante úteis, porque, em algumas situações, você poderá resolver mais rápido algumas equações do segundo grau.

Por exemplo, considere a equação:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

A soma e o produto das raízes pode ser calculado rapidamente.

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{(-5)}{1} = 5 \quad P = x_1 x_2 = \frac{6}{1} = 6$$

Podemos imaginar dois números, cuja soma é igual a 5 e cujo produto é igual a 6? Tente.

Já tentou?

Conseguiu?

Podemos notar que 2 e 3 são dois números, cuja soma é igual a 5 e cujo produto é igual a 6. Portanto, são essas as duas raízes da equação.

Assim, em algumas equações, você poderá conseguir calcular as raízes de cabeça. Caso seja possível, ótimo. Se não, fique tranquilo. Basta utilizar a fórmula de Bhaskara.

5.1.3. MÉTODO DO TRINÔMIO QUADRADO PERFEITO

Um trinômio quadrado perfeito se baseia no produto notável do quadrado perfeito:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

A ideia é olhar para uma equação do segundo grau:

$$4x^2 + 6x + 2 = 0$$

Em seguida, vamos isolar o coeficiente independente:

$$4x^2 + 6x = -2$$

E, agora, o nosso objetivo é escrever o lado esquerdo como um trinômio quadrado perfeito. Para isso, vamos reconhecer os dois primeiros termos:

$$a^2 = 4x^2$$

$$2ab = 6x$$

Na primeira equação, podemos tirar a raiz quadrada:

$$a^2 = 4x^2 \therefore a = 2x$$

Na segunda equação, podemos utilizar o valor de a:

$$2ab = 6x$$

$$2 \cdot 2x \cdot b = 6x$$

$$\therefore b = \frac{6x}{2 \cdot 2x} = \frac{3}{2}$$

Como já temos os dois a^2 e $2ab$, para completar o trinômio quadrado perfeito, precisamos apenas adicionar b^2 dos dois lados:

$$b = \frac{3}{2} \therefore b^2 = \frac{9}{4}$$

Acrescentando dos dois lados, temos:

$$4x^2 + 6x + \frac{9}{4} = -2 + \frac{9}{4}$$

Veja que, do lado esquerdo, temos um quadrado perfeito:

$$\left(2x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{-8 + 9}{4} = \frac{1}{4}$$

Com isso, podemos resolver a equação do segundo simplesmente tirando a raiz quadrada:

$$\left(2x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$2x + \frac{3}{2} = \pm \frac{1}{2}$$

E, então, podemos obter as duas raízes. Com o sinal positivo, temos:

$$2x_1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 2x_1 = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = -\frac{2}{2} = -1$$

$$\therefore x_1 = -\frac{1}{2}$$

Com o sinal negativo, temos:

$$2x_2 + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore 2x_2 = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = -\frac{4}{2} = -2$$

$$\therefore x_2 = -\frac{2}{2} = -1$$

Portanto, o conjunto solução da equação é $\{-1, -1/2\}$.

DIRETO DO CONCURSO 

032. (FGV/PREFEITURA DE OSASCO-SP/ATENDENTE/2014) Há dois valores de x que satisfazem a equação do segundo grau $5x^2 - 26x + 5 = 0$. Sobre esses valores, é verdadeiro afirmar que:

- a) sua soma é 26 e seu produto é 5;
- b) sua soma é 5 e seu produto é 26;
- c) sua soma é um número inteiro;
- d) seu produto é um número racional, porém não inteiro;
- e) seu produto é 1.



A soma das raízes é dada pelo coeficiente **b**.

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{(-26)}{5} = \frac{26}{5}$$

O produto das raízes é dado pelo coeficiente **c**.

$$P = \frac{c}{a} = \frac{5}{5} = 1$$

Portanto, a soma das raízes é igual a $26/5$, que é um número racional, porém, não inteiro. Já o produto das raízes é igual a 1, que é um número inteiro.

Letra e.

033. (FUNDATEC/PREFEITURA DO SAPUCAIA DO SUL-RS/SECRETÁRIO DE ESCOLA/2019) As raízes da equação do segundo grau $3x^2 - 21x + 30 = 0$ são:

- a) $x = 1$ e $x = 4$
- b) $x = 2$ e $x = 5$
- c) $x = 3$ e $x = 6$
- d) $x = 4$ e $x = 7$
- e) $x = 5$ e $x = 8$



Note que a equação pode ser simplificada por 3.

$$3x^2 - 21x + 30 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

Vamos identificar os coeficientes da equação:

a	é o termo que acompanha x^2	1
b	é o termo que acompanha x	-7
c	é o termo sozinho	10

Como o enunciado já deu possíveis raízes, podemos utilizar o artifício da Soma e Produto das Raízes com facilidade através dos coeficientes da equação.

$$S = -\frac{b}{a} = -\frac{(-7)}{1} = 7$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{10}{1} = 10$$

Agora, basta procurar um par de números, cuja soma seja igual a 7 e o produto igual a 10. Você consegue?

Observe que a soma $2 + 5 = 7$ e que o produto $2 \cdot 5 = 10$. Portanto, as raízes da equação do segundo grau são $x_1 = 2$ e $x_2 = 5$.

Outra solução possível para o problema é usar a Equação de Bhaskara. Primeiramente, calcularemos o discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 31 = 49 - 40 = 9$$

Agora, vamos calcular as raízes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm 3}{2}$$

Agora, podemos calcular as duas raízes separadamente:

$$x_1 = \frac{7 + 3}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{7 - 3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Letra b.

034. (VUNESP/PREFEITURA DE RIBEIRÃO PRETO/TÉCNICO EM PROCESSAMENTO DE DADOS/2018) A equação $x^2 + 5x - 14 = 0$ tem duas raízes reais. Subtraindo-se a menor da maior obtém-se

- a) -9.
- b) -5.
- c) 5.
- d) 7.
- e) 9.



Vamos identificar os termos da equação do segundo grau fornecida.

a	é o termo que acompanha x^2	1
b	é o termo que acompanha x	5
c	é o termo sozinho	-14

Podemos utilizar a Equação de Bhaskara para resolvê-la. Para isso, podemos também calcular o determinante.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4.1.(-14) = 25 + 56 = 81$$

Aplicando na Equação de Bhaskara, temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2.1} = \frac{-5 \pm 9}{2}$$

Agora, vamos calcular as raízes separadamente.

$$x_1 = \frac{-5 + 9}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-5 - 9}{2} = \frac{-14}{2} = -7$$

Portanto, a diferença entre as raízes é:

$$D = x_1 - x_2 = 2 - (-7) = 9$$

Letra e.

035. (CESPE/CRPM/TÉCNICO EM GEOCIÊNCIAS-HIDROLOGIA/2016) Considerando-se os 365 dias de um ano, numerados sequencialmente de 1 a 365, a função $y = -0,1x^2 + 40x$, em que $x = 1, 2, \dots, 365$, estima-se a quantidade de litros de água desperdiçados no dia x em vazamentos na rede de distribuição de determinada cidade. Nesse caso, o desperdício equivalente a 3 m^3 ocorreu em um dia do mês de

- a) janeiro e um dia do mês de dezembro.
- b) janeiro e em um dia do mês de julho.
- c) fevereiro e em um dia do mês de setembro.
- d) abril e em um dia do mês de novembro.
- e) abril e em um dia do mês de outubro.



Primeiramente, devemos observar que $3 \text{ m}^3 = 3000 \text{ litros}$. Feito isso, queremos encontrar as soluções para a seguinte equação do segundo grau.

$$-0,1x^2 + 40x = 3000$$

Chegamos à equação:

$$-0,1x^2 + 40x - 3000 = 0$$

Vamos calcular o discriminante:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 40^2 - 4 \cdot (-0,1) \cdot (-3000) = 1600 - 1200 = 400$$

Agora, vamos transferir para a Fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-40 \pm \sqrt{400}}{2 \cdot (-0,1)} = \frac{-40 \pm 20}{-0,2}$$

Vamos calcular as raízes separadamente:

$$x_1 = \frac{-40 + 20}{-0,2} = \frac{-20}{-0,2} = 100$$

$$x_2 = \frac{-40 - 20}{-0,2} = \frac{-60}{-0,2} = 300$$

Agora, vamos encontrar os meses do ano correspondentes:

Mês	Quantidade de Dias	Números
Janeiro	31	1 a 31
Fevereiro	28	32 a 59
Março	31	60 a 90
Abril	30	91 a 120
Maio	31	121 a 151
Junho	30	142 a 181
Julho	31	182 a 212
Agosto	31	213 a 243
Setembro	30	244 a 273
Outubro	31	274 a 303

Portanto, a quantidade de chuvas pedida aconteceu em um dia do mês de abril e outro dia do mês de outubro.

Letra e.

5.2. EQUAÇÕES BIQUADRADAS

Uma equação biquadrada é uma equação do quarto grau que apresenta coeficientes pares. Vejamos um exemplo:

$$x^4 - 5x^2 + 6 = 0$$

Observe que podemos escrever x^4 como sendo x^2 ao quadrado.

$$(x^2)^2 - 13x^2 + 36 = 0$$

O modo mais simples de resolver essa equação é por meio de uma mudança de variáveis. Basta fazer $y = x^2$. Assim, teremos:

$$(y)^2 - 13y + 36 = 0$$

Agora, chegamos a uma equação do segundo grau, que pode ser resolvida pela Fórmula de Bhaskara:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-13)^2 - 4.1.36 = 169 - 144 = 25$$

Agora, resolvemos a equação para y :

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-13) \pm \sqrt{25}}{2.1} = \frac{13 \pm 5}{2}$$

Chegamos, portanto, a dois valores possíveis:

$$y_1 = \frac{13 + 5}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$y_2 = \frac{13 - 5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Porém, note que $y = x^2$. Assim, podemos calcular os possíveis valores para x :

$$y = x^2 \therefore x = \pm \sqrt{y}$$

$$x = \pm \sqrt{9} \therefore x_1 = +3 \text{ e } x_2 = -3$$

$$x = \pm \sqrt{4} \therefore x_3 = +2 \text{ e } x_4 = -2$$

Note que, se uma das raízes da equação do segundo for negativa, não encontraremos nenhuma raiz referente da equação biquadrada. Vejamos um exemplo em que isso acontece.

$$x^4 - x^2 - 12 = 0$$

Nesse caso,

$$y^2 - y - 12 = 0$$

O discriminante da equação é:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4.1.(-12) = 1 + 48 = 49$$

Chegamos, portanto, a dois valores possíveis de y .

$$y_1 = \frac{1 + \sqrt{49}}{2} = \frac{1 + 7}{2} = 4$$

$$y_2 = \frac{1 - \sqrt{49}}{2} = \frac{1 - 7}{2} = -\frac{6}{2} = -3$$

Agora, notemos que $y = x^2$. Assim, podemos calcular os possíveis valores para x .

$$y = x^2 \therefore x = \pm \sqrt{y}$$

Vamos, então, tirar as raízes quadradas correspondentes aos dois valores de y encontrados.

$$x = \pm \sqrt{4} \therefore x_1 = +2 \text{ e } x_2 = -2$$

$$x = \pm \sqrt{-3} \therefore \text{não é real}$$

Como não existe raiz quadrada de números negativos, não encontramos nenhuma raiz a partir de $y = -3$. Logo, as únicas soluções da equação biquadrada são: $+2$ e -2 .

RESUMO

MÉTODO DA SUBSTITUIÇÃO

$$\begin{cases} 3x + 4y = 7 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

Isole uma das incógnitas em uma das equações; por exemplo, **y**:

$$4y = 7 - 3x \therefore y = \frac{7 - 3x}{4}$$

Substitua o valor encontrado na segunda equação:

$$2x + 3y = 5$$

$$2x + 3 \cdot \left(\frac{7 - 3x}{4} \right) = 5$$

$$2x + \frac{21}{4} - \frac{9x}{4} = 5$$

Podemos multiplicar tudo por 4 para facilitar:

$$8x + 21 - 9x = 20$$

$$-x + 21 = 20$$

$$\therefore x = 21 - 20 = 1$$

Obtenha o valor de **y**:

$$y = \frac{7 - 3x}{4} = \frac{7 - 3 \cdot 1}{4} = \frac{7 - 3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

MÉTODO DA ADIÇÃO

$$\begin{cases} 3x + 4y = 7 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

Multiplique a primeira equação por 3 e a segunda equação por 4:

$$4y = 7 - 3x \therefore y = \frac{7 - 3x}{4}$$

Faça o produto cruzado. Multiplique a primeira equação pelo coeficiente de y encontrado na segunda equação, e vice-versa:

$$(\times 3) \quad 3x + 4y = 7$$

$$(\times 4) \quad 2x + 3y = 5$$

Façamos as contas:

$$9x + 12y = 21$$

$$8x + 12y = 20$$

Subtraia uma equação da outra:

$$\begin{array}{rcl} 9x + 12y & = & 21 \\ (-) \quad 8x + 12y & = & 20 \\ \hline 9x - 8x & = & 21 - 20 \end{array}$$

Façamos as contas:

$$9x - 8x = 21 - 20$$

$$x = 1$$

Podemos encontrar o valor de **y**, se necessário, substituindo o valor de **x** em qualquer uma das equações:

$$3x + 4y = 7$$

$$3.1 + 4y = 7$$

$$4y = 7 - 3 = 4$$

$$\therefore y = \frac{4}{4} = 1$$

FUNÇÃO DO PRIMEIRO GRAU

Seja a função $y = f(x) = ax + b$, o coeficiente “a” é conhecido como coeficiente linear, que determina a **inclinação** do gráfico. Tem-se dois casos a comentar:

- **$a > 0$** : a função será crescente;
- **$a < 0$** : a função será decrescente.

TAXA DE VARIAÇÃO

Em uma função do primeiro grau, a razão entre variação da função **y** e a variação da variável independente **x** é constante e igual ao coeficiente de inclinação.

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}$$

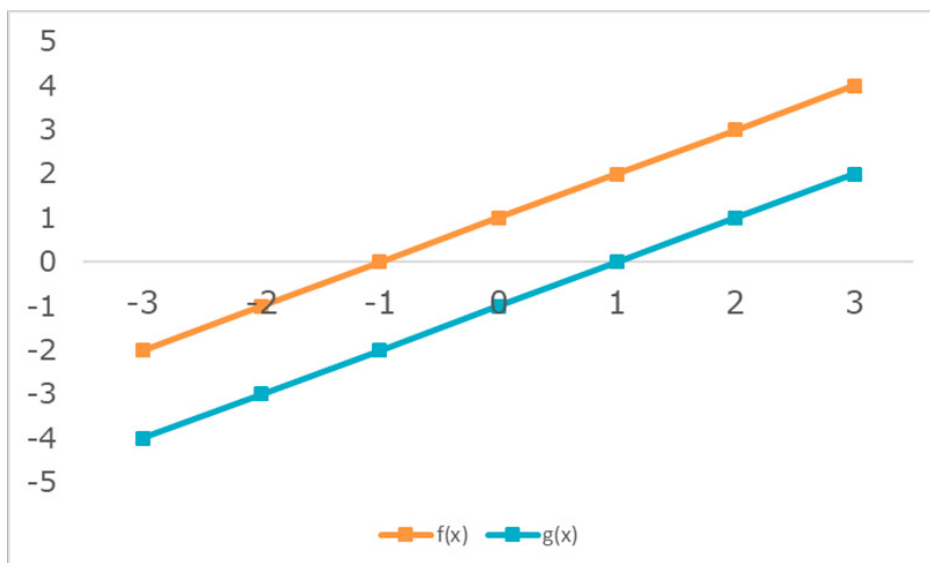
INTERCEPTO

O coeficiente b é dado pelo encontro do gráfico com o eixo das ordenadas. Esse coeficiente provoca apenas um deslocamento vertical no gráfico da função, criando uma reta paralela.

$$f(x) = x + 1 \quad g(x) = x - 1$$

MAPA MENTAL

x	f(x)	g(x)
-3	-2	-4
-2	-1	-3
-1	0	-2
0	1	-1
1	2	0
2	3	1
3	4	2



QUESTÕES COMENTADAS EM AULA

001. (VUNESP/TCE-SP/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO/2017) Para ir ao trabalho caminhando, Rodrigo percorreu a terça parte do percurso sem qualquer parada. Descansou um pouco e, em seguida, percorreu a quinta parte do que restava do percurso e, novamente, parou para descansar. Após essas duas etapas, ainda faltavam 1 080 metros para Rodrigo chegar ao destino. A diferença entre o número de metros que Rodrigo caminhou na primeira etapa em relação à segunda etapa é igual a

- a) 405.
- b) 470.
- c) 525.
- d) 580.
- e) 625.

002. (FCC/TRT-15ª REGIÃO/ANALISTA JUDICIÁRIO/2018) Alberto, Breno e Carlos têm, ao todo, 40 figurinhas. Alberto e Breno têm a mesma quantidade de figurinhas e Carlos tem a metade da quantidade de figurinhas de Breno. A quantidade de figurinhas que Alberto e Carlos têm juntos é

- a) 16
- b) 8
- c) 24
- d) 32
- e) 20

003. (FCC/TRT-15ª REGIÃO/ANALISTA JUDICIÁRIO/2018) Quando se diz que um imposto com alíquota de 20% incide sobre um produto cujo preço inicial é R\$ 100,00, é usual concluir que, com o acréscimo desse imposto, o preço final do produto seria de R\$ 120,00. Isso é chamado de cálculo “por fora”. Porém, há impostos em que se utiliza o chamado “cálculo por dentro”. Nesses casos, se uma alíquota de 20% incide sobre um produto cujo preço inicial é R\$ 100,00, então o preço final é de R\$ 125,00, pois 20% do valor final deve ser relativo ao imposto.

Com um imposto de alíquota 18% sobre um produto cujo valor inicial é de R\$ 1.640,00, a diferença entre os preços finais calculados por dentro e por fora é de:

- a) R\$ 128,40.
- b) R\$ 32,40.
- c) R\$ 360,00.
- d) R\$ 64,80.
- e) R\$ 640,00.

004. (FCC/TRF 4ª REGIÃO/ANALISTA JUDICIÁRIO/2014) Da duração total de um julgamento, $\frac{3}{7}$ do tempo foi utilizado pelos advogados de defesa e acusação, $\frac{7}{8}$ do tempo remanescente com os depoimentos de testemunhas. O tempo do julgamento foi ocupado, apenas, pelos advogados de defesa e acusação, pelos depoimentos de testemunhas, e pela fala do juiz, sendo que esta última foi de 7 minutos. De acordo com as informações fornecidas, a duração total do julgamento foi de 1 hora e

- a) 24 minutos.
- b) 38 minutos.
- c) 42 minutos.
- d) 26 minutos.
- e) 02 minutos.

005. (FCC/TRF 4ª REGIÃO/ANALISTA JUDICIÁRIO/2014) Um investidor inicia seus negócios com um valor x . Após um mês, faz a 1ª apuração e verifica que perdeu 20% de seu valor inicial. Após outro mês, faz a 2ª operação e verifica que perdeu 30% do valor da 1ª apuração. Após o 3º mês, faz a 3ª apuração e verifica que havia recuperado 10% do valor que tinha no momento da 2ª apuração. Após esses três meses, no momento da 3ª apuração, esse investidor verificou que já perdera, em relação ao valor inicial x , uma parte correspondente, em %, a

- a) 60.
- b) 40.
- c) 56.
- d) 61,6.
- e) 38,4.

006. (FCC/SABESP/ANALISTA DE GESTÃO DE SISTEMAS/2018) O ICMS que incide em uma conta tem como base de cálculo o valor final a ser pago, que já inclui o próprio imposto. Assim, uma vez que a alíquota do ICMS é de 25%, o valor do tributo na conta deve ser 25% do valor final da conta, o qual já contempla o tributo. Por exemplo, se o valor da conta sem o ICMS for de 90 reais, o tributo deverá ser de 30 reais, já que, em relação ao valor final de $(30 + 90) = 120$ reais, os 30 reais representam 25%.

Se a parte do valor da conta referente ao ICMS em uma conta for de 55 reais, então o valor da conta sem o ICMS será, em reais, de

- a) 165.
- b) 220.
- c) 255.
- d) 280.
- e) 315.

007. (FCC/CREMESP/OFFICIAL ADMINISTRATIVO/2016) O dono utiliza o faturamento total mensal de uma loja do seguinte modo:

- 30% para cobrir os custos dos produtos vendidos;
- R\$ 5.000,00 para pagamento de funcionários;
- R\$ 4.000,00 para pagamento de custos fixos, tais como luz, água, telefone etc.;
- 20% para seu próprio lucro;
- R\$ 8.000,00 para investimentos diversos.

Para fazer frente a todas essas necessidades, o faturamento mensal mínimo dessa loja precisa ser

- a) R\$ 27.000,00.
- b) R\$ 34.000,00.
- c) R\$ 50.000,00.
- d) R\$ 65.000,00.
- e) R\$ 45.000,00.

008. (INEAA/CREA-GO/ASSISTENTE ADMINISTRATIVO/2014) UM taxista recebe R\$ 4,00 pela bandeirada e mais R\$ 1,40 por quilômetro rodado. Se o taxista quiser ganhar pelo menos R\$ 60,00 em uma única rodada, ele precisa percorrer:

- a) 40 km ou mais.
- b) menos que 40 km.
- c) 39 km.
- d) 39 km ou mais.
- e) 38 km.

009. (NUCEPE/PREFEITURA DE TERESINA-PI/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2019) A soma de três números consecutivos é igual a 249. Qual a soma dos algarismos do primeiro número?

- a) 8.
- b) 10.
- c) 11.
- d) 12.
- e) 13.

010. (FGV/PREFEITURA DE NITERÓI-RJ/AUXILIAR ADMINISTRATIVO/2018) Em uma gaveta A existem 43 processos e em uma gaveta B existem 27 processos. Para que as duas gavetas fiquem com o mesmo número de processos, devemos passar da gaveta A para a gaveta B:

- a) 18 processos;
- b) 16 processos;
- c) 12 processos;

- d) 8 processos;
- e) 6 processos.

011. (FGV/PREFEITURA DE SALVADOR-BA/AGENTE DE TRÂNSITO E TRANSPORTE/2019) As amigas Flávia, Gilda e Hilda, saíram para fazer um lanche. A primeira tinha 35 reais, a segunda 45 reais e a terceira, 64 reais. Como Hilda tinha mais dinheiro, ela deu a cada uma das amigas alguma quantia de forma que ficassem, as três, com quantias iguais. É correto concluir que:

- a) Flávia ganhou mais 10 reais do que Gilda.
- b) Hilda ficou com menos 14 reais.
- c) Flávia ganhou 12 reais.
- d) Hilda perdeu a terça parte do que tinha.
- e) Gilda ganhou 4 reais.

012. (FGV/PREFEITURA DE SALVADOR-BA/AGENTE DE TRÂNSITO E TRANSPORTE/2019) Em uma obra há várias tábuas, todas iguais. Cada tábua pesa 6 kg mais $\frac{1}{6}$ de tábua. O peso de 20 tábuas é

- a) 120 kg.
- b) 132 kg.
- c) 140 kg.
- d) 144 kg.
- e) 150 kg.

013. (VUNESP/TCE-SP/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO/2017) Tenho um filho. Nasci 20 anos antes do que ele. Daqui a dez anos terei o dobro da idade dele. Hoje a razão entre a idade dele e a minha é igual a:

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{1}{4}$
- c) $\frac{1}{6}$
- d) $\frac{1}{3}$
- e) $\frac{1}{5}$

014. (VUNESP/TCE-SP/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO/2017) Hoje a razão entre a minha idade e a idade do meu filho é $\frac{3}{2}$, e a soma de nossas idades é 120 anos. Já aconteceu de essa razão ser igual a 3, e, nessa ocasião, a idade de meu filho, em anos, era igual a

- a) 8
- b) 14
- c) 16

d) 12

e) 10

015. (FCC/TRF-4ª REGIÃO/TÉCNICO JUDICIÁRIO/2014) Um frasco contendo 30 pastilhas idênticas “pesa” 54 gramas. O mesmo frasco contendo apenas 12 dessas pastilhas “pesa” 32,4 gramas. Nas condições dadas, a razão entre o “peso” de uma pastilha e o do frasco vazio, nessa ordem, é igual a

a) $1/4$ b) $3/16$ c) $2/15$ d) $1/12$ e) $1/15$

016. (FCC/TRF-4ª REGIÃO/TÉCNICO JUDICIÁRIO/2014) A idade do irmão mais novo está para 3, assim como a idade do irmão mais velho está para 4. A idade do irmão mais velho está para 2, assim como a idade do pai está para 11. O pai tinha 36 anos quando nasceu o filho mais velho. Dessa maneira, a diferença de idade entre esses dois irmãos é, em anos, igual a:

a) 1.

b) 5.

c) 3.

d) 2.

e) 4.

017. (FUNDATEC/PREFEITURA DE FOZ DO IGUAÇU-PR/PROFESSOR DE EDUCAÇÃO INFANTIL/2016) Considere que a variável y representa o custo em centenas de reais da produção de x unidades produzidas de um brinquedo. Se a fábrica está analisando a proposta de dois fornecedores diferentes, onde o fornecedor A tem custo determinado por $21y = 20x + 16.800$ e o fornecedor B tem custo expresso por $10x + 3y = 7.800$. O custo dos dois fornecedores é igual quando são produzidos quantos brinquedos?

a) 30.

b) 120.

c) 402.

d) 420.

e) 800.

018. (FCC/SEFAZ-BA/AUDITOR FISCAL/2019) A oferta para determinado produto foi modelada pela função $y = 90 - 1,2x$, em que y representa o preço unitário para uma oferta de x unidades do produto. A demanda para o mesmo produto foi modelada pela função $y = 1,4x + 12$, em

que x representa o número de unidades procuradas quando o preço do produto é y . Nessas condições, as coordenadas para o ponto de equilíbrio de mercado, isto é, o ponto em que a oferta é igual à demanda, são:

- a) (50, 30).
- b) (40, 42).
- c) (30, 54).
- d) (20, 66).
- e) (10, 78).

019. (FCC/SEFAZ-BA/AUDITOR FISCAL/2019) Uma empresa estimou o custo unitário para produzir determinada peça de computador em 50 centavos de real. Considerando o custo fixo para a linha de produção dessa peça em 5 mil reais semanais, para obter um lucro semanal de 2 mil reais o número de milhares de unidades que seria preciso vender a 1 real cada é de

- a) 7.
- b) 9.
- c) 11.
- d) 14.
- e) 16.

020. (FGV/PREFEITURA DE CANAÃ DOS CARAJÁS/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2025/Q3740485) Considere o sistema de equações de 1º grau, com incógnitas x e y , dado por Se a e b são números reais, é correto afirmar que haverá mais de uma solução para o sistema se

- a) $a = 0$ e $b = 1$
- b) $a = 1$ e $b = 2$
- c) $a = 2$ e $b = 0,5$
- d) $a = 0,5$ e $b = 2$
- e) $a = 2$ e $b = 2$

021. (IADES/BRB/ESCRITURÁRIO/2019) Considere hipoteticamente que M. A. S. é uma escrituraria em um banco de varejo. Em determinado dia quando estava trabalhando como operadora de caixa, observou que, na abertura do caixa, só havia notas de R\$ 20,00 e R\$ 50,00, e o total, em reais, era igual a R\$ 366000. Se o número de cédulas era o menor possível no caixa de M.A.S., é correto afirmar que, no caixa

- a) Havia mais cédulas de R\$ 20,00 do que cédulas de R\$ 50,00
- b) O número de cédulas de R\$ 20,00 era o triplo do número de cédulas de R\$50,00
- c) O total em cédulas de R\$ 50,00 era igual a R\$ 250,00
- d) O total em cédulas de R\$ 20,00 era igual a R\$ 160,00
- e) O número de cédulas de R\$ 50,00 era o dobro de número de cédulas de R\$ 20,00

022. (FCC/SEGEF-MA/ANALISTA AMBIENTAL-BIÓLOGO/2016) Um casal começa a planejar sua festa de casamento a partir das seguintes estimativas:

De acordo com essas estimativas, desconsiderando outros gastos, o custo total C da festa de casamento, em reais, em função do número de convidados n , pode ser expresso pela fórmula:

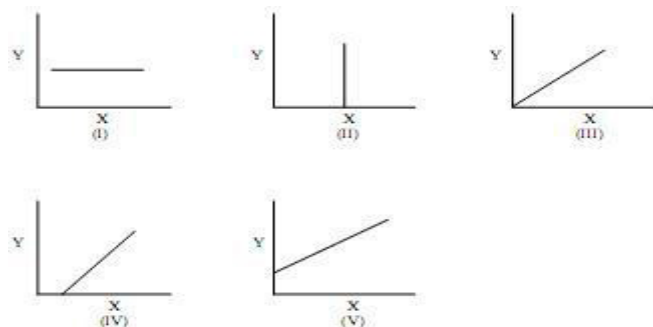
Convite	01 convite para cada convidado R\$ 4,00 (unidade)
Trajes dos noivos	R\$ 5.000,00
Espaço para a festa	R\$ 3.500,00
Decoração	R\$ 5.000,00
Buffet	R\$ 200,00 por convidado
Vinho	1 taça para cada convidado R\$ 10,00 (taça)
Doces e bolos	R\$ 30,00 por convidado
Foto e vídeo	R\$ 8.000,00

- a) $C = 21500 + 234n$
- b) $C = 21500 + 238n$
- c) $C = 21500 + 244n$
- d) $C = 21500 + 248n$
- e) $C = 21500 + 274n$

023. (ESAF/ANAC/TÉCNICO ADMINISTRATIVO/2016) Sejam $f(x) = ax + 7$ e $g(x) = 3x + 6$ funções do primeiro grau. O valor de "a" que faz com que $f(2)$ seja igual a $g(3)$ é igual a:

- a) 6
- b) 3
- c) 5
- d) 4
- e) 7

024. (ESAF/DNIT/ANALISTA EM INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES/2013) Suponha que a seguinte relação aritmética foi obtida entre duas variáveis X e Y quaisquer: $Y = 3X + 4$. Com base nas cinco ilustrações abaixo, assinale a opção que melhor corresponde à equação apresentada acima.



- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

Considere o enunciado a seguir para as questões 25 e 26:

O preço de uma corrida de táxi convencional é calculado somando o valor da bandeirada (inicial e fixo) com o valor da distância percorrida. Essa relação pode ser representada, em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais xOy , por uma função da forma $y = f(x)$, em que y é o preço cobrado pela corrida de x quilômetros. Considerando que o valor da bandeirada seja de R\$ 5,00 e R\$ 0,50 por quilômetro percorrido, julgue o próximo item.

025. (CESPE/SEE-AL/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2013) Se uma corrida de táxi custou R\$ 55,00, então a distância percorrida foi superior a 90 km.

026. (CESPE/SEE-AL/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2013) Considere que uma cooperativa de taxistas dispense o valor da bandeirada, mas passe a cobrar R\$ 1,00 por quilômetro rodado. Nesse caso, para o usuário desse serviço, independentemente da quantidade de quilômetros rodados, é mais vantajoso utilizar os táxis da referida cooperativa.

Considere o enunciado a seguir para as questões 27, 28, 29 e 30:

Considerando que, em determinado dia, a quantidade de homens e mulheres, em um *shopping center*, entre 10 h e 20 h, seja dada, respectivamente, pelas expressões $y = 5t + 200$ e $x = 3t + 234$, em que t seja a hora correspondente, julgue os itens que se seguem.

027. (CESPE/INPI/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL/2013) A quantidade de pessoas no *shopping center*, às 20 h, é superior à quantidade de pessoas às 10 h.

028. (CESPE/INPI/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL/2013) Ao longo do dia em questão, a quantidade de homens dentro do *shopping* aumentou, enquanto a quantidade de mulheres no *shopping* diminuiu.

029. (CESPE/INPI/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL/2013) A quantidade de homens no *shopping* torna-se igual à quantidade de mulheres antes das 18 h.

030. (CESPE/INPI/TÉCNICO EM PROPRIEDADE INDUSTRIAL/2013) A cada hora, a quantidade de homens aumenta 20 unidades a mais do que a quantidade de mulheres.

031. (FCC/SEE-MG/SUPERVISOR PEDAGÓGICO/2012) Um cliente parcelou o valor total a ser pago por um determinado produto. Verificou que no boleto bancário informava-se que haveria multa por atraso. A tabela abaixo indica o valor da multa dependendo do número de dias em atraso.

Número de dias em atraso	Multa em R\$
1	35
2	42
3	49
4	56

Considerando y como sendo a multa a ser paga em reais e x o número de dias em atraso, a função que representa corretamente a situação descrita é:

- a) $y = 35x$
- b) $y = 28 + 7x$
- c) $y = x - 5 / 7$
- d) $y = - 7x + 28$

032. (FGV/PREFEITURA DE OSASCO-SP/ATENDENTE/2014) Há dois valores de x que satisfazem a equação do segundo grau $5x^2 - 26x + 5 = 0$. Sobre esses valores, é verdadeiro afirmar que:

- a) sua soma é 26 e seu produto é 5;
- b) sua soma é 5 e seu produto é 26;
- c) sua soma é um número inteiro;
- d) seu produto é um número racional, porém não inteiro;
- e) seu produto é 1.

033. (FUNDATEC/PREFEITURA DO SAPUCAIA DO SUL-RS/SECRETÁRIO DE ESCOLA/2019) As raízes da equação do segundo grau $3x^2 - 21x + 30 = 0$ são:

- a) $x = 1$ e $x = 4$
 - b) $x = 2$ e $x = 5$
 - c) $x = 3$ e $x = 6$
 - d) $x = 4$ e $x = 7$
 - e) $x = 5$ e $x = 8$
- Parte inferior do formulário

034. (VUNESP/PREFEITURA DE RIBEIRÃO PRETO/TÉCNICO EM PROCESSAMENTO DE DADOS/2018) A equação $x^2 + 5x - 14 = 0$ tem duas raízes reais. Subtraindo-se a menor da maior obtém-se

- a) -9.
- b) -5.
- c) 5.
- d) 7.
- e) 9.

035. (CESPE/CRPM/TÉCNICO EM GEOCIÊNCIAS-HIDROLOGIA/2016) Considerando-se os 365 dias de um ano, numerados sequencialmente de 1 a 365, a função $y = -0,1x^2 + 40x$, em que $x = 1, 2, \dots, 365$, estima-se a quantidade de litros de água desperdiçados no dia x em vazamentos na rede de distribuição de determinada cidade. Nesse caso, o desperdício equivalente a 3 m^3 ocorreu em um dia do mês de

- a) janeiro e um dia do mês de dezembro.
- b) janeiro e em um dia do mês de julho.
- c) fevereiro e em um dia do mês de setembro.
- d) abril e em um dia do mês de novembro.
- e) abril e em um dia do mês de outubro.

QUESTÕES DE CONCURSO

036. (VUNESP/PREFEITURA DE SANTO ANDRÉ/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2023/Q29993199)

Sobre a equação $x^2 - 2x + 5 = 0$, é correto afirmar que

- a) tem como raízes dois números reais distintos.
- b) tem como raízes dois números reais iguais.
- c) não tem solução.
- d) tem como raízes dois números imaginários puros distintos.
- e) tem como raízes dois números complexos distintos.

037. (FUNDATEC/PREFEITURA DE SANTIAGO DO SUL/ASSISTENTE SOCIAL/2020) Dois taxistas, Pedro e Aurélio, cobram suas corridas de maneiras distintas. Pedro utiliza a seguinte $f(x) = 2,8x + 4,50$ e Aurélio usa a $g(x) = 3,20x + 3,00$, em que x é a quantidade de quilômetros rodados e o resultado será o valor a ser cobrado. Supondo que Márcia quer fazer uma corrida de 8 km e fez orçamento com os dois, assinale a alternativa correta.

- a) Indo com Pedro a economia será de R\$ 1,70.
- b) Indo com Aurélio a economia será de R\$ 1,70.
- c) Pedro cobra mais que Aurélio por corrida.
- d) Aurélio cobra menos que Pedro por corrida.
- e) Ambos cobram o mesmo valor final.

038. (IDECAN/PREFEITURA DE MANHUMIRIM/GESTOR MUNICIPAL DE CONTRATO/2017) No depósito de uma loja de informática encontram-se vários modelos de computadores. Dentre eles $(2x + 8)$ apresentam disco rígido de 500 gb, outros $(3x - 10)$ apresentam placa de vídeo. O número de computadores com os dois componentes é x , e o total de computadores é 74. O número de computadores que apresentam apenas placa de vídeo é

- a) 22.
- b) 27
- c) 28.
- d) 29.

039. (OBJETIVA/PREFEITURA DE SENTINELA DO SUL/FISCAL/2020) A tabela abaixo representa o custo de produção de peças para motores de portões automáticos. A fórmula matemática que dá o custo C em função do número de peças x é dada por:

Número de peças	Custo R\$
1	14,50
2	29,00
3	43,50
4	58,00
5	72,50

- a) $C(x) = 14,50x$
- b) $C(x) = 29,00x$
- c) $C(x) = 43,50x$
- d) $C(x) = 58,00x$

040. (CESPE/SEFAZ-RS/TÉCNICO TRIBUTÁRIO DA RECEITA ESTADUAL/2018) Em uma tecelagem, o custo de produção e o custo de venda de x metros de tecido são expressos, respectivamente, por $C_p(x) = 2bx$ e $C_v(x) = c + dx$, em que b , c e d são constantes reais e d é o valor da comissão a ser recebida pelo vendedor para cada metro de tecido vendido. Na produção e venda de 50 m de tecido, tem-se que $C_p(50) + C_v(50) = 420$ e a comissão do vendedor é igual a 100. No caso de produção e venda de 100 m de tecido, $C_p(100) + C_v(100) = 620$.

Nesse caso, c , b e d são, respectivamente, iguais a

- a) 200, 1 e 2.
- b) 200, 2 e 2.
- c) 220, 1 e 2.
- d) 220, 2 e 2.
- e) 220, 2 e 4.

041. (CESPE/PREFEITURA DE SÃO LUÍS/PROFESSOR NÍVEL SUPERIOR - MATEMÁTICA/2017) Se $x \geq 0$ representa a quantidade de quilômetros percorridos por um veículo em determinado dia, então:

- $f(x) = x/12$ representa a quantidade de litros de combustível consumido pelo veículo para percorrer x quilômetros;
- $g(x) = 60 - x/12$ representa a quantidade de litros de combustível que restam no tanque do veículo depois de percorridos x quilômetros.

Tendo como referência as informações do enunciado e considerando que o veículo tenha iniciado o percurso com o tanque de combustível cheio, 45 restarem exatamente 15 litros de combustível no tanque, então, até aquele instante, o veículo terá percorrido

- a) mais de 150 km e menos de 300 km.
- b) mais de 300 km e menos de 450 km.
- c) mais de 450 km e menos de 600 km.

- d) mais de 600 km.
- e) menos de 150 km.

042. (FCC/SANASA CAMPINAS/ANALISTA ADMINISTRATIVO - SERVIÇOS ADMINISTRATIVOS/2019) Adriana, Bruna e Cristina trabalharam em uma tarefa, sujeitas a condições de remuneração diferentes. Adriana vai receber R\$ 15,00 por hora inteira trabalhada, recebendo uma hora inteira por qualquer fração de hora que não exceda uma hora, e necessitou de 5 horas e 20 minutos para terminar a tarefa. O contrato de Bruna foi fechado ao valor de R\$ 0,27 o minuto trabalhado, e ela cumpriu a tarefa em 5 horas e meia. Finalmente, Cristina acertou que vai receber R\$ 15,00 por hora inteira trabalhada e, a partir de 4 horas de trabalho, R\$ 0,35 por minuto trabalhado. Cristina realizou a tarefa em 5 horas e 25 minutos.

Nessas condições,

- a) Cristina recebeu mais do que Adriana, que, por sua vez, recebeu mais do que Bruna.
- b) Adriana recebeu mais do que Bruna, que, por sua vez, recebeu mais do que Cristina.
- c) Adriana recebeu mais do que Cristina, que, por sua vez, recebeu mais do que Bruna.
- d) Cristina recebeu mais do que Bruna, que, por sua vez, recebeu mais do que Adriana.
- e) Bruna recebeu mais do que Cristina, que, por sua vez, recebeu mais do que Adriana.

043. (FCC/SEFAZ-BA/AUDITOR FISCAL - ADMINISTRAÇÃO TRIBUTÁRIA/2019) A oferta para determinado produto foi modelada pela função $y = 90 - 1,2x$, em que y representa o preço unitário para uma oferta de x unidades do produto. A demanda para o mesmo produto foi modelada pela função $y = 1,4x + 12$, em que x representa o número de unidades procuradas quando o preço do produto é y . Nessas condições, as coordenadas para o ponto de equilíbrio de mercado, isto é, o ponto em que a oferta é igual à demanda, são:

- a) (50, 30).
- b) (40, 42).
- c) (30, 54).
- d) (20, 66).
- e) (10, 78).

044. (FCC/SEFAZ-BA/AUDITOR FISCAL - ADMINISTRAÇÃO TRIBUTÁRIA/2019) A função receita diária, em reais, de determinada empresa de consultoria financeira é dada por $r(x) = 750x$, em que x é o número de consultorias realizadas por dia. Seja a função custo diário $c(x)$, em reais, dessa mesma empresa dada por $c(x) = 250x + 10000$. O número de consultorias que precisariam ser realizadas, por dia, para que fosse obtido um lucro diário $L(x)$, definido como $L(x) = r(x) - c(x)$, de 5 mil reais é igual a

- a) 10.
- b) 15.

- c) 20.
- d) 25.
- e) 30.

045. (FCC/SEFAZ-BA/AUDITOR FISCAL - ADMINISTRAÇÃO TRIBUTÁRIA/2019) Uma empresa estimou o custo unitário para produzir determinada peça de computador em 50 centavos de real. Considerando o custo fixo para a linha de produção dessa peça em 5 mil reais semanais, para obter um lucro semanal de 2 mil reais o número de milhares de unidades que seria preciso vender a 1 real cada é de

- a) 7.
- b) 9.
- c) 11.
- d) 14.
- e) 16.

046. (FCC/SEFAZ-BA/AUDITOR FISCAL - ADMINISTRAÇÃO TRIBUTÁRIA/2019) Em uma negociação salarial, o sindicato representativo dos trabalhadores de uma empresa de alta tecnologia em manufatura de peças para computadores pediu 31,25 reais por hora de trabalho mais uma taxa adicional por empreitada de 7,05 reais por unidade inteira fabricada em cada hora. A empresa por sua vez ofereceu 12,03 reais por hora trabalhada mais 12,03 reais por taxa de empreitada por unidade inteira produzida por hora. Na audiência de negociação, foram estabelecidas equações para o salário por hora de cada uma das propostas em termos de n , o número inteiro de peças produzidas por hora. O valor por hora trabalhada mais a taxa de empreitada que a empresa ofereceu só é maior que o valor solicitado pelo sindicato quando

- a) $n < 2$.
- b) $n = 2$.
- c) $n = 3$.
- d) $n < 3$.
- e) $n > 3$.

047. (IBFC/SAEB/PSICÓLOGO/2023/Q3219978) Uma função de segundo grau, representada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, tem raízes iguais a $x_1 = 2$ e $x_2 = 4$. Nessas condições a soma dos coeficientes (a,b,c) da função, sabendo que $a = 1$, é igual a:

- a) 9
- b) 3
- c) 15
- d) 6

048. (VUNESP/CÂMARA DE VÁRZEA PAULISTA/2023) Um eletrodoméstico está sendo vendido por R\$ 2.100,00 à vista. No entanto, o cliente poderá comprá-lo parcelado em x prestações iguais, a serem pagas em x meses consecutivos, com uma taxa de juros simples de 1,5% ao mês, calculada sobre o valor à vista do eletrodoméstico e o número de parcelas.

Sabendo que o número de prestações iguais será dado pela raiz positiva da equação de 2º grau $x^2 - 3x - 40 = 0$, caso o cliente opte pelo parcelamento, o valor total de juros que irá pagar será de

- a) R\$ 157,50.
- b) R\$ 252,00.
- c) R\$ 280,40.
- d) R\$ 312,00.
- e) R\$ 393,75.

049. (FCC/BANRISUL/ESCRITURÁRIO/2019) Utilizando o método dos mínimos quadrados, obteve-se a equação de tendência $T_t = 15 + 2,5t$, sendo $t = 1, 2, 3, \dots$, com base nos lucros anuais de uma empresa, em milhões de reais, nos últimos 10 anos, em que $t = 1$ representa 2009, $t = 2$ representa 2010 e assim por diante. Por meio dessa equação, obtém-se que a previsão do lucro anual dessa empresa, no valor de 55 milhões de reais, será para o ano

- a) 2021.
- b) 2025.
- c) 2024.
- d) 2023.
- e) 2022.

050. (FGV/CBM-RJ/CFO/2024/Q3500709) Considere a equação $x^2 + 12/x = 19$. Uma das raízes dessa equação é

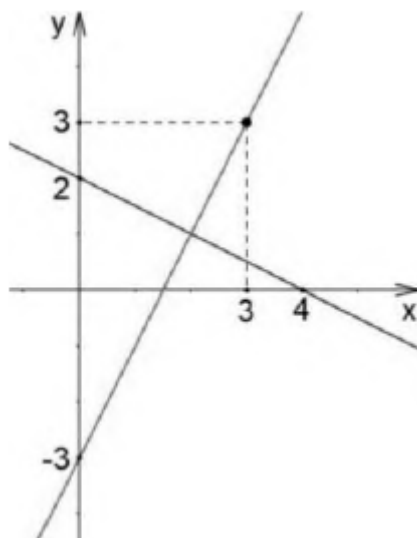
- a) $x = 1$.
- b) $x = 2$.
- c) $x = 3$.
- d) $x = 4$.
- e) $x = 6$.

051. (FCC/TRT 7/TÉCNICO JUDICIÁRIO/2024/Q3467050) Gustavo guarda sua coleção de moedas, que são todas de mesmo peso, em um recipiente de vidro. Com todas as moedas, o recipiente pesa 2850 gramas e, ao retirar 35 moedas, o peso do recipiente cai para 2570 gramas. Se o peso do recipiente vazio é maior do que 2000 gramas, a quantidade máxima de moedas que Gustavo pode ter guardado nesse recipiente é

- a) 108

- b) 100
- c) 102
- d) 106
- e) 104

052. (IBADE/PREFEITURA DE MANAUS-AM/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2018) Considere duas funções representadas no Plano Cartesiano, na qual f é a função crescente e g é a função decrescente, ambas do tipo afim e de domínio Real.



Neste caso, pode-se afirmar que o conjunto solução de $\frac{g(x)}{f(x)} \geq 0$ está corretamente representado pelo intervalo:

- a) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{3}{2} < x \leq 4\right\}$
- b) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{3}{2} \leq x \leq 4\right\}$
- c) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{3}{2} \text{ ou } x \geq 4\right\}$
- d) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{3}{2} \text{ ou } x \geq 4\right\}$

053. (FGV/PREFEITURA DE JABOATÃO DOS GUARARAPES/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2023/Q2922245) A fórmula resolutiva para equações polinomiais de 2º grau, popularmente conhecida como “Fórmula de Báscara”, é, sem dúvida, a técnica mais usada nesse tipo de problema. Entretanto, é possível resolvê-las por meio de fatorações. Nesse caso, o trinômio quadrado perfeito é um grande aliado.

Por exemplo, na equação polinomial do 2º grau

$$3x^2 - 7x = \pi$$

o primeiro membro pode ser transformado em um trinômio quadrado perfeito pela adição, em ambos os lados da igualdade, do número

- a) 49/12.
- b) 7/12.
- c) $7\sqrt{3}/2$.
- d) $7\sqrt{3}/6$.
- e) $7\sqrt{3}/12$.

054. (IBFC/SEE-AC/PROFESSOR EJA/2023/Q2869793) Bhaskara Akaria (1114-1185) foi um matemático indiano que ficou conhecido por desenvolver a fórmula de Bhaskara, método utilizado na resolução de equações do segundo grau na forma $ax^2 + bx + c = 0$ com $a \neq 0$. Assim, dada a equação:

$$x^2 - x + 3\sqrt{3} - 5 = 0$$

Assinale a alternativa que apresenta o conjunto solução dessa equação.

- a) $S = \{3 - \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}\}$
- b) $S = \{-1 + 2\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$
- c) $S = \{1 + \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}\}$
- d) $S = \{-1 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}\}$

055. (VUNESP/TCE-SP/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO – ADMINISTRAÇÃO/2017) Gabriel está no ponto A, e Felipe, no ponto B. Eles iniciam simultaneamente uma caminhada, e pelo mesmo percurso; Gabriel no sentido de A até B, e Felipe no sentido de B até A. Numa primeira etapa, Gabriel percorreu $1/5$ da distância entre A e B, e Felipe percorreu $1/6$ dessa mesma distância. Na segunda etapa, Gabriel percorreu o equivalente à quarta parte do que faltava a Felipe percorrer ao final da primeira etapa, e Felipe percorreu o equivalente à terça parte do que faltava a Gabriel percorrer ao final da primeira etapa. Sabe-se que, após a segunda etapa, a distância que os separa é de 6,65 km. Nessas condições, é correto afirmar que a distância total que separa os pontos A e B é, em quilômetros, igual a:

- a) 40
- b) 44
- c) 43
- d) 41
- e) 42

GABARITO

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. a | 20. d | 39. a |
| 2. c | 21. e | 40. c |
| 3. d | 22. c | 41. c |
| 4. b | 23. d | 42. c |
| 5. e | 24. e | 43. c |
| 6. a | 25. C | 44. e |
| 7. b | 26. a | 45. d |
| 8. a | 27. C | 46. e |
| 9. b | 28. E | 47. b |
| 10. d | 29. C | 48. b |
| 11. a | 30. E | 49. c |
| 12. d | 31. b | 50. d |
| 13. d | 32. e | 51. d |
| 14. d | 33. b | 52. a |
| 15. e | 34. e | 53. a |
| 16. d | 35. e | 54. d |
| 17. d | 36. e | 55. e |
| 18. c | 37. a | |
| 19. d | 38. c | |

GABARITO COMENTADO

036. (VUNESP/PREFEITURA DE SANTO ANDRÉ/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2023/Q29993199)

Sobre a equação $x^2 - 2x + 5 = 0$, é correto afirmar que

- a) tem como raízes dois números reais distintos.
- b) tem como raízes dois números reais iguais.
- c) não tem solução.
- d) tem como raízes dois números imaginários puros distintos.
- e) tem como raízes dois números complexos distintos.



Vamos obter o discriminante da equação:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4.1.5 = 4 - 20 = -16$$

Como o discriminante da equação é negativo, a equação possui duas raízes complexas e distintas.

Essas duas raízes não são números imaginários puros, pois essa situação só acontece quando o coeficiente "b" é igual a zero.

Podemos, inclusive, calcular as raízes complexas:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{-16}}{2.1} = \frac{2 \pm 4i}{2} = 1 \pm 2i$$

Letra e.

037. (FUNDATEC/PREFEITURA DE SANTIAGO DO SUL/ASSISTENTE SOCIAL/2020) Dois taxistas, Pedro e Aurélio, cobram suas corridas de maneiras distintas. Pedro utiliza a seguinte $f(x) = 2,8x + 4,50$ e Aurélio usa a $g(x) = 3,20x + 3,00$, em que x é a quantidade de quilômetros rodados e o resultado será o valor a ser cobrado. Supondo que Márcia quer fazer uma corrida de 8 km e fez orçamento com os dois, assinale a alternativa correta.

- a) Indo com Pedro a economia será de R\$ 1,70.
- b) Indo com Aurélio a economia será de R\$ 1,70.
- c) Pedro cobra mais que Aurélio por corrida.
- d) Aurélio cobra menos que Pedro por corrida.
- e) Ambos cobram o mesmo valor final.



Márcia deseja fazer uma corrida de 8 km. Vamos substituir 8 em ambas as funções, de Pedro e de Aurélio.

O preço da corrida cobrado por Pedro é:

$$f(x) = 2,8x + 4,50$$

$$f(8) = 2,8 \cdot 8 + 4,50 = 22,4 + 4,5 = R\$ 26,90$$

Já o preço da corrida cobrado por Aurélio é:

$$g(x) = 3,20x + 3,00$$

$$g(8) = 3,20 \cdot 8 + 3,00 = 25,60 + 3,00 = R\$ 28,60$$

Pedro cobra menos que Aurélio, e a economia será de:

$$g(8) - f(8) = 28,60 - 26,90 = R\$ 1,70$$

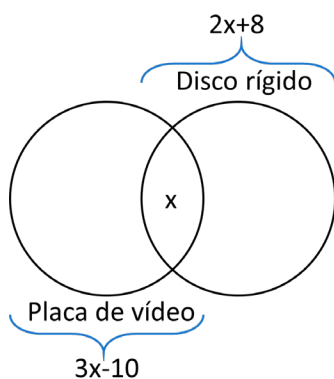
Letra a.

038. (IDECAN/PREFEITURA DE MANHUMIRIM/GESTOR MUNICIPAL DE CONTRATO/2017) No depósito de uma loja de informática encontram-se vários modelos de computadores. Dentre eles $(2x + 8)$ apresentam disco rígido de 500 gb, outros $(3x - 10)$ apresentam placa de vídeo. O número de computadores com os dois componentes é x , e o total de computadores é 74. O número de computadores que apresentam apenas placa de vídeo é

- a) 22.
- b) 27
- c) 28.
- d) 29.



Vamos somar os computadores que apresentam disco rígido de 500 gb e os computadores que apresentam placa de vídeo e subtrair o total que possui os dois componentes (x). Sabemos que essa expressão vale 74 – o total de computadores. A figura abaixo demonstra melhor como este cálculo foi efetuado.



$$2x + 8 + 3x - 10 - x = 74$$

Isolando x:

$$2x + 3x - x = 74 - 8 + 10$$

$$4x = 76$$

$$\therefore x = \frac{76}{4} = 19$$

Assim, conhecendo x, podemos substituí-lo na função que nos retorna o número de computadores com placa de vídeo menos o número de computadores que possui os dois componentes. Desse modo, encontraremos o total de computadores que possuem apenas placa de vídeo:

$$3x - 10 - x$$

$$3 \cdot 19 - 10 - 19 = 47 - 19 = 28$$

28 computadores apresentam apenas placa de vídeo.

Letra c.

039. (OBJETIVA/PREFEITURA DE SENTINELA DO SUL/FISCAL/2020) A tabela abaixo representa o custo de produção de peças para motores de portões automáticos. A fórmula matemática que dá o custo C em função do número de peças x é dada por:

Número de peças	Custo R\$
1	14,50
2	29,00
3	43,50
4	58,00
5	72,50

- a) $C(x) = 14,50x$
- b) $C(x) = 29,00x$
- c) $C(x) = 43,50x$
- d) $C(x) = 58,00x$



Pela tabela, é possível perceber que a cada número de peças são adicionados 14,50 em seu custo. Se o parâmetro a em representa o custo variável, então:

$$C(x) = 14,50x$$

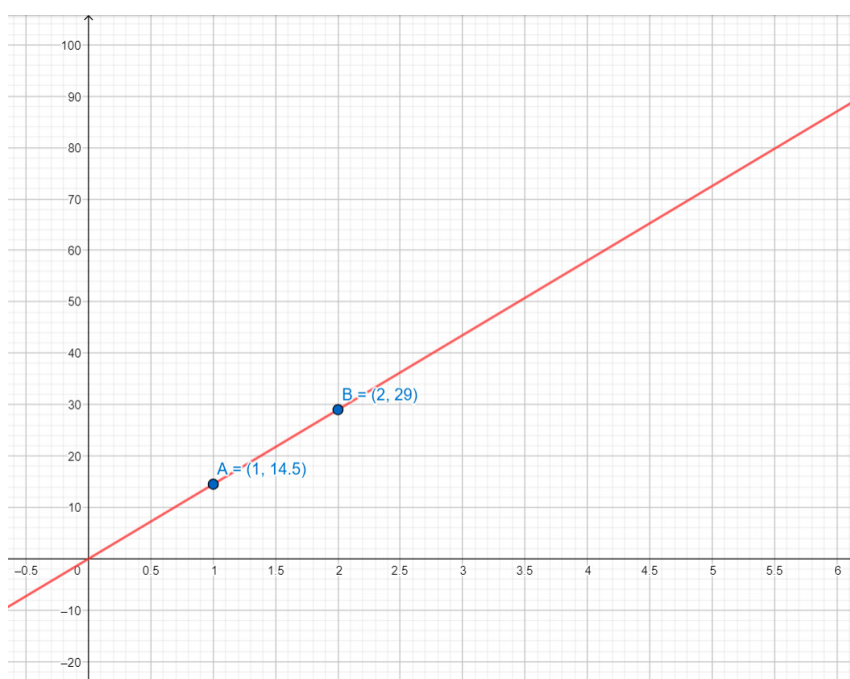
Outro modo de encontrar a equação que representa o custo é substituir dois pontos como (1, 14,50) e (2, 29,00) na equação geral da reta, de modo que:

$$14,50 = 1a + b$$

$$29,00 = 2a + b$$

Resolvendo o sistema, encontramos $a = 14,50$ e $b = 0$ · $C(x) = 14,50x$.

O gráfico abaixo demonstra a resolução.



Letra a.

040. (CESPE/SEFAZ-RS/TÉCNICO TRIBUTÁRIO DA RECEITA ESTADUAL/2018) Em uma tecelagem, o custo de produção e o custo de venda de x metros de tecido são expressos, respectivamente, por $C_p(x) = 2bx$ e $C_v(x) = c + dx$, em que b , c e d são constantes reais e d é o valor da comissão a ser recebida pelo vendedor para cada metro de tecido vendido. Na produção e venda de 50 m de tecido, tem-se que $C_p(50) + C_v(50) = 420$ e a comissão do vendedor é igual a 100. No caso de produção e venda de 100 m de tecido, $C_p(100) + C_v(100) = 620$.

Nesse caso, c , b e d são, respectivamente, iguais a

- a) 200, 1 e 2.
- b) 200, 2 e 2.

- c) 220, 1 e 2.
- d) 220, 2 e 2.
- e) 220, 2 e 4.



Do enunciado, temos as seguintes informações sobre os custos de produção (C_p) e venda (C_v):

$$C_p(x) = 2bx \text{ (I)}$$

$$C_v(x) = c + dx \text{ (II)}$$

O enunciado também nos informou a soma dos custos de produção e venda para 50 unidades, 100 unidades, e ainda a comissão com a venda de 50 unidades. Essas informações estão organizadas a seguir:

$$C_p(50) + C_v(50) = 420 \text{ (III)}$$

$$\text{Comissão} = dx = 100 \text{ (IV)}$$

$$C_p(100) + C_v(100) = 620 \text{ (V)}$$

Vamos, agora, utilizar a expressão geral dos custos de produção e venda:
Substituindo (I) e (II) em (III), (IV) e (V), temos:

$$2b \cdot 50 + c + 50d = 420 \text{ (VI)}$$

$$2b \cdot 100 + c + 100d = 620 \text{ (VII)}$$

Rearranjando (VI) e (VII) e subtraindo-os:

$$\text{(VI)} \quad 100b + c + 50d = 420$$

$$\text{(VII)} \quad 200b + c + 100d = 620$$

$$\text{(VII)} - \text{(VI)} \quad 100b + 50d = 200 \text{ (VII)}$$

Sabemos que a comissão completa para o primeiro caso ($x=50$) foi de 100. Então:

$$\text{Se } x = 50, dx = 100$$

$$50d = 100$$

$$\therefore d = \frac{100}{50} = 2$$

Substituindo d em (VII):

$$100b + 50 \cdot 2 = 200$$

$$100b = 200 - 100$$

$$100b = 100$$

$$\therefore b = \frac{100}{100} = 1$$

Calculados b e d, podemos substituí-los em (V):

$$100 \cdot 1 + c + 2 \cdot 50 = 420$$

$$c = 420 - 100 - 100$$

$$\therefore c = 220$$

Letra c.

041. (CESPE/PREFEITURA DE SÃO LUÍS/PROFESSOR NÍVEL SUPERIOR - MATEMÁTICA/2017)

Se $x \geq 0$ representa a quantidade de quilômetros percorridos por um veículo em determinado dia, então:

- $f(x) = x/12$ representa a quantidade de litros de combustível consumido pelo veículo para percorrer x quilômetros;
- $g(x) = 60 - x/12$ representa a quantidade de litros de combustível que restam no tanque do veículo depois de percorridos x quilômetros.

Tendo como referência as informações do enunciado e considerando que o veículo tenha iniciado o percurso com o tanque de combustível cheio, 45 restarem exatamente 15 litros de combustível no tanque, então, até aquele instante, o veículo terá percorrido

- a) mais de 150 km e menos de 300 km.
- b) mais de 300 km e menos de 450 km.
- c) mais de 450 km e menos de 600 km.
- d) mais de 600 km.
- e) menos de 150 km.



A função que dá a informação de litros restantes é a $g(x)$. Vamos substituir $g(x)=15$:

$$g(x) = 60 - \frac{x}{12} = 15$$

$$\therefore \frac{x}{12} = 60 - 15$$

$$\frac{x}{12} = 45$$

$$\therefore x = 12 \cdot 45 = 540 \text{ km}$$

Assim, o motorista percorreu 540 km.

$$450 \text{ km} < 540 \text{ km} < 600 \text{ km}$$

Letra c.

042. (FCC/SANASA CAMPINAS/ANALISTA ADMINISTRATIVO - SERVIÇOS ADMINISTRATIVOS/2019) Adriana, Bruna e Cristina trabalharam em uma tarefa, sujeitas a condições de remuneração diferentes. Adriana vai receber R\$ 15,00 por hora inteira trabalhada, recebendo uma hora inteira por qualquer fração de hora que não exceda uma hora, e necessitou de 5 horas e 20 minutos para terminar a tarefa. O contrato de Bruna foi fechado ao valor de R\$ 0,27 o minuto trabalhado, e ela cumpriu a tarefa em 5 horas e meia. Finalmente, Cristina acertou que vai receber R\$ 15,00 por hora inteira trabalhada e, a partir de 4 horas de trabalho, R\$ 0,35 por minuto trabalhado. Cristina realizou a tarefa em 5 horas e 25 minutos.

Nessas condições,

- a) Cristina recebeu mais do que Adriana, que, por sua vez, recebeu mais do que Bruna.
- b) Adriana recebeu mais do que Bruna, que, por sua vez, recebeu mais do que Cristina.
- c) Adriana recebeu mais do que Cristina, que, por sua vez, recebeu mais do que Bruna.
- d) Cristina recebeu mais do que Bruna, que, por sua vez, recebeu mais do que Adriana.
- e) Bruna recebeu mais do que Cristina, que, por sua vez, recebeu mais do que Adriana.



Vamos montar as equações referentes aos salários de Adriana, Bruna e Cristina.

Seja x as horas trabalhadas para Adriana e sabendo que ela recebe R\$ 15,00 por hora, temos:

$$A = 15x$$

Adriana trabalhou 5 horas e 20 minutos. Os 20 minutos, sendo uma fração de hora, contam como uma hora completa para seu contrato. Então:

$$x = 5 + 1 = 6h$$

$$A = 15 \cdot 6 = R\$ 90,00$$

Se x forem os minutos trabalhados para Bruna e sabendo que ela recebe R\$ 0,27 por minuto, temos:

$$B = 0,27x$$

Bruna trabalhou por 5,5 h. Se cada hora possui 60 minutos, então:

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 1 \text{ h} & \text{---} & 60 \text{ min} & \downarrow \\ & 5,5 \text{ h} & \text{---} & x & \end{array}$$

$$\frac{1}{5,5} = \frac{60}{x} \rightarrow x = 60 \cdot 5,5 = 330 \text{ min}$$

$$B = 0,27 \cdot 330 = R\$ 89,10$$

Se x forem as horas trabalhadas por Cristina até 4h de trabalho e sabendo que ela ganha R\$ 15,00 por essas horas, temos:

$$C_1 = 15x, \text{ até } x = 4 \text{ h}$$

Para as 4h iniciais trabalhadas, Cristina recebeu então:

$$C_1 = 15 \cdot 4 = R\$ 60,00$$

Contudo, Cristina trabalhou mais 1h e 25min (total de 5h e 25min), que serão contados os minutos trabalhos. Cada minuto trabalhado equivale a R\$ 0,35. Se uma hora possui 60 minutos, 1h e 25min possuem $60 + 25 = 85$ min. Nesse período, Cristina recebeu:

$$C_2 = 0,35x = 0,35 \cdot 85 = R\$ 29,75$$

O total recebido por Cristina foi:

$$C = C_1 + C_2 = 60 + 29,75 = R\$ 89,75$$

Assim:

$$B < C < A$$

$$R\$ 89,10 < R\$ 89,75 < R\$ 90,00$$

Letra c.

043. (FCC/SEFAZ-BA/AUDITOR FISCAL - ADMINISTRAÇÃO TRIBUTÁRIA/2019) A oferta para determinado produto foi modelada pela função $y = 90 - 1,2x$, em que y representa o preço unitário para uma oferta de x unidades do produto. A demanda para o mesmo produto foi modelada pela função $y = 1,4x + 12$, em que x representa o número de unidades procuradas quando o preço do produto é y . Nessas condições, as coordenadas para o ponto de equilíbrio de mercado, isto é, o ponto em que a oferta é igual à demanda, são:

- a) (50, 30).
- b) (40, 42).
- c) (30, 54).
- d) (20, 66).
- e) (10, 78).



Para encontrar o ponto em comum entre duas retas não paralelas, utilizamos um sistema linear:

$$\text{Oferta} = 90 - 1,2x \quad (\text{I})$$

$$\text{Demanda} = 1,4x + 12 \quad (\text{II})$$

Vamos, então, igualar a oferta e a demanda, isto é, as equações (I) e (II); teremos:

$$90 - 1,2x = 1,4x + 12$$

Em seguida, podemos isolar a incógnita x :

$$1,4x + 1,2x = 90 - 12$$

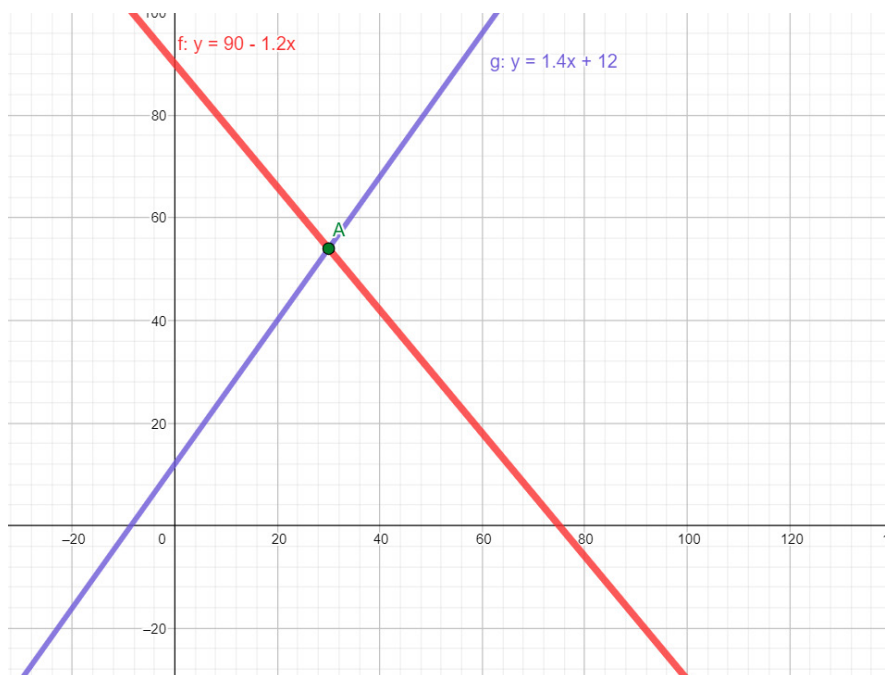
$$2,6x = 78$$

$$x = 30$$

Substituindo o valor de x na equação (II) da demanda, teremos:

$$y = 1,4 \cdot 30 + 12 = 54$$

O ponto de interseção é o (30, 54) e está esquematizado na figura abaixo:



Letra c.

044. (FCC/SEFAZ-BA/AUDITOR FISCAL - ADMINISTRAÇÃO TRIBUTÁRIA/2019) A função receita diária, em reais, de determinada empresa de consultoria financeira é dada por $r(x) = 750x$, em que x é o número de consultorias realizadas por dia. Seja a função custo diário $c(x)$, em reais, dessa mesma empresa dada por $c(x) = 250x + 10000$. O número de consultorias que precisariam ser realizadas, por dia, para que fosse obtido um lucro diário $L(x)$, definido como $L(x) = r(x) - c(x)$, de 5 mil reais é igual a

- a) 10.
- b) 15.
- c) 20.
- d) 25.
- e) 30.



O lucro diário $L(x)$ é definido por:

$$L(x) = r(x) - c(x) = 750x - (250x + 10000)$$

$$L(x) = 750x - 250x - 10000$$

$$L(x) = 500x - 10000$$

Se o nosso objetivo de lucro é R\$ 5.000,00, temos que $L(x)=5000$.

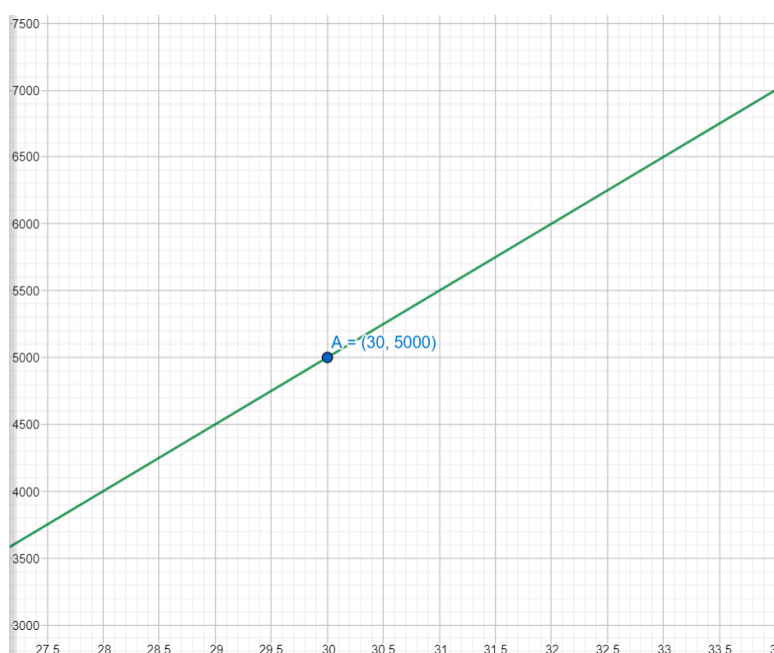
$$5000 = 500x - 10000$$

$$500x = 15000$$

$$\therefore x = \frac{15000}{500} = \frac{150}{5} = 30$$

São necessárias, portanto, 30 consultorias diárias.

A figura abaixo demonstra as consultorias necessárias para um lucro de R\$ 5.000,00 através do gráfico.



Letra e.

045. (FCC/SEFAZ-BA/AUDITOR FISCAL - ADMINISTRAÇÃO TRIBUTÁRIA/2019) Uma empresa estimou o custo unitário para produzir determinada peça de computador em 50 centavos de real. Considerando o custo fixo para a linha de produção dessa peça em 5 mil reais semanais, para obter um lucro semanal de 2 mil reais o número de milhares de unidades que seria preciso vender a 1 real cada é de

- a) 7.
- b) 9.
- c) 11.
- d) 14.
- e) 16.



Nesse problema, o custo de produção da peça foi fornecido em duas partes:

- **custo fixo (b):** são custos que independem da quantidade de peças fabricadas;
- **custo variável (a):** são custos que são proporcionais à quantidade de peças fabricadas.

Dessa forma, podemos escrever o custo de produção como:

$$\text{Custo} = ax + b$$

No nosso problema, a é o custo variável e b , o custo fixo.

$$a = 0,50$$

$$b = 5000$$

A função para o custo total é dada por:

$$\text{Custo} = 0,5x + 5000$$

O enunciado nos fornece informações suficientes para encontrar a receita das vendas da peça de computador.

Se cada peça é vendida por R\$ 1,00, então a função da receita é, para x sendo o número de peças vendidas:

$$\text{Receita} = 1,00 \cdot x = x$$

Como o lucro é a diferença dos custos para a receita, e o enunciado deseja um lucro de R\$2.000, pode-se escrever:

$$L = \text{Receita} - \text{Custos} = 2000$$

$$L = x - (0,5x + 5000) = 2000$$

$$x - 0,5x - 5000 = 2000$$

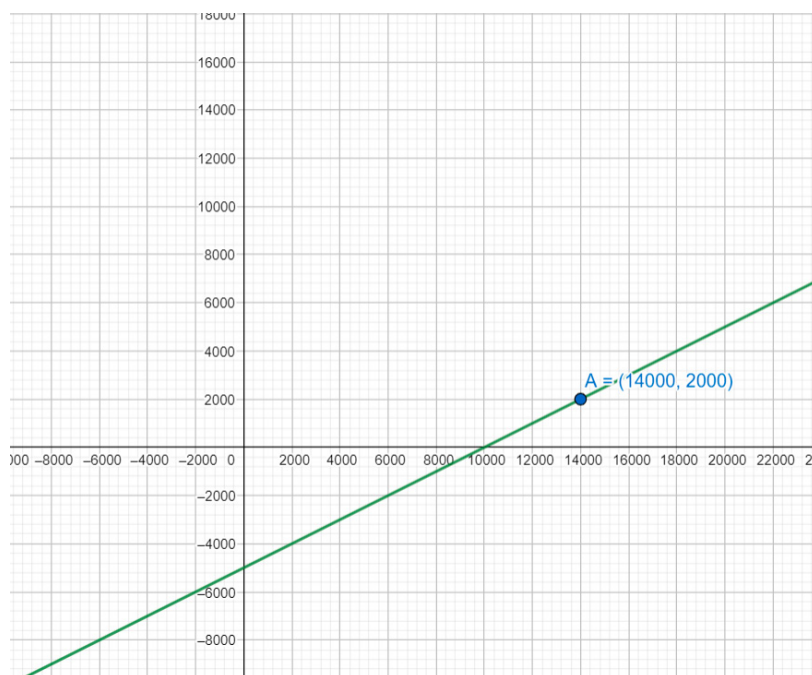
$$0,5x - 5000 = 2000$$

Então, podemos isolar o número de peças vendidas (x):

$$\therefore 0,5x = 5000 + 2000 = 7000$$

$$\therefore x = \frac{7000}{0,5} = 14000$$

A figura abaixo mostra o gráfico do lucro e o ponto questionado:



Letra d.

046. (FCC/SEFAZ-BA/AUDITOR FISCAL - ADMINISTRAÇÃO TRIBUTÁRIA/2019) Em uma negociação salarial, o sindicato representativo dos trabalhadores de uma empresa de alta tecnologia em manufatura de peças para computadores pediu 31,25 reais por hora de trabalho mais uma taxa adicional por empreitada de 7,05 reais por unidade inteira fabricada em cada hora. A empresa por sua vez ofereceu 12,03 reais por hora trabalhada mais 12,03 reais por taxa de empreitada por unidade inteira produzida por hora. Na audiência de negociação, foram estabelecidas equações para o salário por hora de cada uma das propostas em termos de n , o número inteiro de peças produzidas por hora. O valor por hora trabalhada mais a taxa de empreitada que a empresa ofereceu só é maior que o valor solicitado pelo sindicato quando

- a) $n < 2$.
- b) $n = 2$.
- c) $n = 3$.
- d) $n < 3$.
- e) $n > 3$.



Em ambas as situações, o salário dos trabalhadores tem um componente fixo e um componente variável que é proporcional ao número de horas trabalhadas (n). Portanto, os

salários dos trabalhadores, em ambas as propostas, serão expressos por uma função do 1º grau.

Para a proposta do sindicato, temos:

$$S = 31,25 + 7,05n$$

Já, para a contraproposta da empresa, o salário recebido pelo trabalhador será:

$$E = 12,03 + 12,03n$$

O enunciado deseja saber quando a proposta da empresa será melhor que a proposta do sindicato, isto é:

$$E > S$$

$$12,03 + 12,03n > 31,25 + 7,05n$$

$$12,03n - 7,05n > 31,25 - 12,03$$

$$4,98n > 19,22$$

$$n > \frac{19,22}{4,98}$$

$$n > 3,86$$

Como o número de peças produzidas por hora deve ser um número inteiro, então, a quantidade mínima de peças a serem produzidas é igual a 4, que é maior que 3.

Assim, para que a proposta da empresa seja mais vantajosa para os trabalhadores do que a proposta do sindicato, ele deve produzir mais que 3 peças por hora trabalhada.

Letra e.

047. (IBFC/SAEB/PSICÓLOGO/2023/Q3219978) Uma função de segundo grau, representada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, tem raízes iguais a $x_1 = 2$ e $x_2 = 4$. Nessas condições a soma dos coeficientes (a,b,c) da função, sabendo que $a = 1$, é igual a:

- a) 9
- b) 3
- c) 15
- d) 6



A soma das raízes é dada por:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$2 + 4 = -\frac{b}{1}$$

$$\therefore b = -6$$

Por outro lado, o produto das raízes é dado por:

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$$2 \cdot 4 = \frac{c}{1}$$

$$\therefore c = 8$$

Portanto, a soma dos coeficientes é:

$$a + b + c = 1 - 6 + 8 = 3$$

Letra b.

048. (VUNESP/CÂMARA DE VÁRZEA PAULISTA/2023) Um eletrodoméstico está sendo vendido por R\$ 2.100,00 à vista. No entanto, o cliente poderá comprá-lo parcelado em x prestações iguais, a serem pagas em x meses consecutivos, com uma taxa de juros simples de 1,5% ao mês, calculada sobre o valor à vista do eletrodoméstico e o número de parcelas.

Sabendo que o número de prestações iguais será dado pela raiz positiva da equação de 2º grau $x^2 - 3x - 40 = 0$, caso o cliente opte pelo parcelamento, o valor total de juros que irá pagar será de

- a) R\$ 157,50.
- b) R\$ 252,00.
- c) R\$ 280,40.
- d) R\$ 312,00.
- e) R\$ 393,75.



Primeiramente, vamos calcular o número de parcelas, usando a fórmula de Bhaskara. O primeiro passo é calcular o discriminante da equação:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4.1.(-40) = 9 + 160 = 169$$

Substituindo na fórmula de Bhaskara, temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{169}}{2.1} = \frac{3 \pm 13}{2}$$

Como queremos a raiz positiva, vamos utilizar o sinal positivo.

$$x = \frac{3 + 13}{2.1} = \frac{16}{2} = 8$$

Portanto, a compra será paga em 8 parcelas. Como o enunciado definiu, os juros são calculados pelo produto entre o total da compra a vista, a taxa de juros e o número de parcelas.

$$j = Pin = 2100 \cdot 0,015 \cdot 8 = 252$$

Letra b.

- 049.** (FCC/BANRISUL/ESCRITURÁRIO/2019) Utilizando o método dos mínimos quadrados, obteve-se a equação de tendência $T_t = 15 + 2,5t$, sendo $t = 1, 2, 3, \dots$, com base nos lucros anuais de uma empresa, em milhões de reais, nos últimos 10 anos, em que $t = 1$ representa 2009, $t = 2$ representa 2010 e assim por diante. Por meio dessa equação, obtém-se que a previsão do lucro anual dessa empresa, no valor de 55 milhões de reais, será para o ano
- a) 2021.
 - b) 2025.
 - c) 2024.
 - d) 2023.
 - e) 2022.



A equação da tendência de lucros anuais da empresa, em milhões de reais, é:

$$T_t = 15 + 2,5t$$

Se o objetivo é que a tendência de lucros seja igual a 55 milhões de reais, basta substituir esse valor na expressão de T_t :

$$55 = 15 + 2,5t$$

Isolando t , teremos:

$$2,5t = 55 - 15 = 40$$

$$2,5t = 40$$

$$\therefore t = \frac{40}{2,5} = \frac{400}{25} = 16$$

Se $t = 1$ corresponde a 2009, $t = 16$, 15 anos depois, corresponde a:

$$2009 + 15 = 2024$$

Letra c.

050. (FGV/CBM-RJ/CFO/2024/Q3500709) Considere a equação $x^2 + 12/x = 19$. Uma das raízes dessa equação é

- a) $x = 1$.
- b) $x = 2$.
- c) $x = 3$.
- d) $x = 4$.
- e) $x = 6$.



Nesse caso, o melhor a fazer é testar as alternativas. Vejamos:

a) Errada. Testemos $x = 1$:

$$x^2 + \frac{12}{x} = 1^2 + \frac{12}{1} = 1 + 12 = 13$$

b) Errada. Testemos $x = 2$:

$$x^2 + \frac{12}{x} = 2^2 + \frac{12}{2} = 4 + 6 = 10$$

c) Errada. Testemos $x = 3$:

$$x^2 + \frac{12}{x} = 3^2 + \frac{12}{3} = 9 + 4 = 13$$

d) Certa. Testemos $x = 4$:

$$x^2 + \frac{12}{x} = 4^2 + \frac{12}{4} = 16 + 3 = 19$$

e) Errada. Testemos $x = 5$:

$$x^2 + \frac{12}{x} = 6^2 + \frac{12}{6} = 36 + 2 = 38$$

Letra d.

051. (FCC/TRT 7/TÉCNICO JUDICIÁRIO/2024/Q3467050) Gustavo guarda sua coleção de moedas, que são todas de mesmo peso, em um recipiente de vidro. Com todas as moedas, o recipiente pesa 2850 gramas e, ao retirar 35 moedas, o peso do recipiente cai para 2570 gramas. Se o peso do recipiente vazio é maior do que 2000 gramas, a quantidade máxima de moedas que Gustavo pode ter guardado nesse recipiente é

- a) 108
- b) 100
- c) 102
- d) 106
- e) 104



Podemos calcular o peso das 35 moedas como sendo a diferença entre o peso do recipiente cheio e o do recipiente após a retirada dessas moedas:

$$35x = 2850 - 2570$$

$$35x = 280$$

$$\therefore x = \frac{280}{35} = 8$$

Portanto, cada moeda pesa 8 gramas. Considerando que o recipiente vazio tem pelo menos 2000 gramas, o peso máximo ocupado pelas moedas é:

$$\text{peso das moedas} + \text{peso do recipiente vazio} = 2850$$

$$\therefore \text{peso das moedas} = 2850 - \text{peso do recipiente vazio}$$

$$\therefore \text{peso das moedas} \leq 2850 - 2000 = 850$$

Seja y o número de moedas presentes no recipiente, como o peso de cada moeda é 8 gramas, podemos escrever:

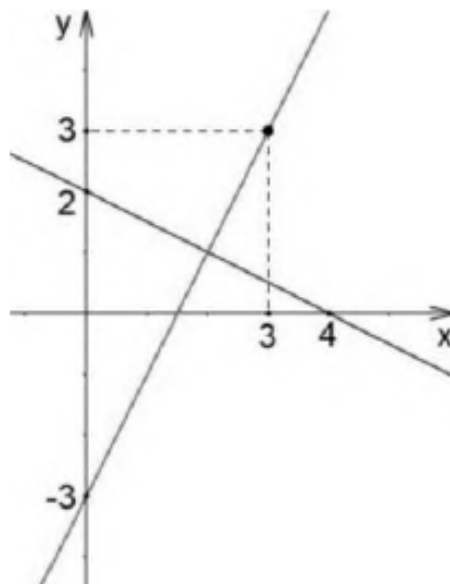
$$8y \leq 850$$

$$\therefore y \leq \frac{850}{8} = 106,25$$

Portanto, o número máximo de moedas que cabem no recipiente é igual a 106.

Letra d.

052. (IBADE/PREFEITURA DE MANAUS-AM/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2018) Considere duas funções representadas no Plano Cartesiano, na qual f é a função crescente e g é a função decrescente, ambas do tipo afim e de domínio Real.



Neste caso, pode-se afirmar que o conjunto solução de $\frac{g(x)}{f(x)} \geq 0$ está corretamente representado pelo intervalo:

- a) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{3}{2} < x \leq 4\right\}$
- b) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{3}{2} \leq x \leq 4\right\}$
- c) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{3}{2} \text{ ou } x \geq 4\right\}$
- d) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x < \frac{3}{2} \text{ ou } x \geq 4\right\}$



Para resolver esta questão, deve-se lembrar de que:

$$\frac{\text{positivo}}{\text{positivo}} = \text{positivo}$$

$$\frac{\text{positivo}}{\text{negativo}} = \text{negativo}$$

$$\frac{\text{negativo}}{\text{positivo}} = \text{negativo}$$

$$\frac{\text{negativo}}{\text{negativo}} = \text{positivo}$$

O segundo passo é encontrar as equações das retas.

A reta crescente, $f(x)$, passa pelos pontos $(0, -3)$ e $(3, 3)$. Considerando que a equação geral da reta é $y = ax + b$, podemos calcular os coeficientes substituindo os pontos fornecidos no enunciado.

Substituindo $(0, 3)$, temos:

$$-3 = 0a + b$$

$$b = -3$$

Substituindo $(3, 3)$ e considerando $b = -3$, calculado anteriormente:

$$3 = 3a - 3$$

$$3a = 6$$

$$a = \frac{6}{3} = 2$$

A equação da reta crescente é $f(x) = y = 2a - 3$.

Agora, vamos encontrar a equação da reta decrescente, $g(x)$. Sabemos que essa reta passa pelos pontos $(4, 0)$ e $(0, 2)$. Substituindo esses pontos na equação geral $y = ax + b$, temos:

Para o ponto $(4, 0)$:

$$0 = 4a + b$$

$$b = -4a$$

Para o ponto $(0, 2)$:

$$2 = 0 \cdot a + b$$

$$b = 2$$

Então:

$$2 = -4a$$

$$a = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

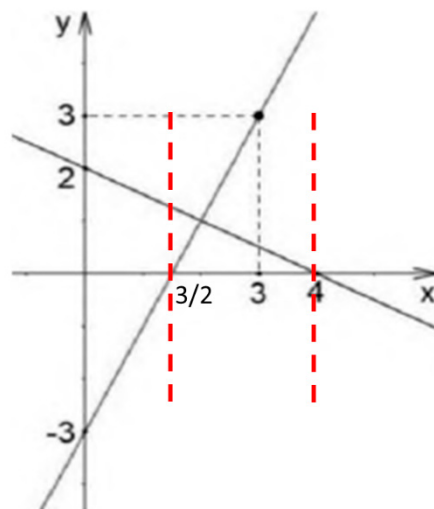
A reta crescente, cuja função é $g(x) = y = 2x - 3$, intercepta o eixo x quando $y=0$, isto é:

$$0 = 2x - 3$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

A figura abaixo demonstra as mudanças de sinal para ambas as funções:



O sinal de uma função é definido observando se seus pontos estão acima ou abaixo do eixo x, para $y > 0$ ou $y < 0$.

Para $x < 3/2$, as duas funções possuem sinais distintos, então $\frac{g(x)}{f(x)} < 0$.

Para $\frac{3}{2} < x < 4$, as duas funções possuem sinais iguais, então $\frac{g(x)}{f(x)} > 0$.

Se incluirmos $g(x)=0$, temos: $\frac{3}{2} < x \leq 4$ e $\frac{g(x)}{f(x)} \geq 0$.

Assim, $\frac{g(x)}{f(x)} \geq 0 \leftrightarrow \frac{3}{2} < x \leq 4$.

Letra a.

053. (FGV/PREFEITURA DE JABOATÃO DOS GUARARAPES/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2023/Q2922245) A fórmula resolutiva para equações polinomiais de 2º grau, popularmente conhecida como “Fórmula de Báscara”, é, sem dúvida, a técnica mais usada nesse tipo de problema. Entretanto, é possível resolvê-las por meio de fatorações. Nesse caso, o trinômio quadrado perfeito é um grande aliado.

Por exemplo, na equação polinomial do 2º grau

$$3x^2 - 7x = \pi$$

o primeiro membro pode ser transformado em um trinômio quadrado perfeito pela adição, em ambos os lados da igualdade, do número

- a) 49/12.
- b) 7/12.
- c) $7\sqrt{3}/2$.
- d) $7\sqrt{3}/6$.
- e) $7\sqrt{3}/12$.



Para completar o trinômio quadrado perfeito, devemos escrever o lado esquerdo da equação como “ $a^2x^2 + 2abx$ ”.

$$3x^2 - 7x = \pi$$

$$(\sqrt{3}x)^2 - 7x = \pi$$

Portanto, $a = \sqrt{3}$. Precisamos fazer aparecer esse número no termo que multiplica x .

$$(\sqrt{3}x)^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{7}{2\sqrt{3}}x = \pi$$

Assim, temos $b = 7/2\sqrt{3}$. Agora, é só adicionar b^2 de ambos os lados:

$$b^2 = \left(\frac{7}{2\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{49}{4 \cdot 3} = \frac{49}{12}$$

Assim, teremos:

$$(\sqrt{3}x)^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{7}{2\sqrt{3}}x + \frac{49}{12} = \pi + \frac{49}{12}$$

Portanto, foi necessário adicionar $49/12$ de ambos os lados para chegar ao trinômio quadrado perfeito.

Nessa situação, temos um trinômio quadrado perfeito:

$$\left(\sqrt{3}x + \frac{7}{2\sqrt{3}}\right)^2 = \pi + \frac{49}{12}$$

Letra a.

054. (IBFC/SEE-AC/PROFESSOR EJA/2023/Q2869793) Bhaskara Akaria (1114-1185) foi um matemático indiano que ficou conhecido por desenvolver a fórmula de Bhaskara, método utilizado na resolução de equações do segundo grau na forma $ax^2 + bx + c = 0$ com $a \neq 0$.

Assim, dada a equação:

$$x^2 - x + 3\sqrt{3} - 5 = 0$$

Assinale a alternativa que apresenta o conjunto solução dessa equação.

- a) $S = \{3 - \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}\}$
- b) $S = \{-1 + 2\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$
- c) $S = \{1 + \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}\}$
- d) $S = \{-1 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}\}$



Vamos obter o discriminante da equação:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.1.(3\sqrt{3} - 5) = 1 + 20 - 12.\sqrt{3}$$

$$\Delta = 21 - 12.\sqrt{3}$$

Para calcular as raízes da equação do segundo grau, precisamos tirar a raiz do delta. A forma mais simplesmente é supor que:

$$\sqrt{\Delta} = a - b\sqrt{3}$$

Elevando tudo ao quadrado, temos:

$$\Delta = a^2 + 3b^2 - 2.a.b.\sqrt{3} = 21 - 12.\sqrt{3}$$

Veja, portanto, que:

$$2.a.b = 12 \therefore ab = 6$$

E que:

$$a^2 + 3b^2 = 21$$

Como o produto $ab = 6$ e os dois são inteiros, podemos fatorar o número 6.

$$ab = 6 = 2 \cdot 3$$

Portanto, podemos ter: $a = 1$ e $b = 6$; $a = 2$ e $b = 3$; $a = 3$ e $b = 2$; $a = 6$ e $b = 1$.

Para determinar quem pode ser "a" e quem pode ser "b", vamos voltar à segunda equação. Nela, podemos verificar, por testes, que $a = 3$ e $b = 2$ satisfaz:

$$a^2 + 3b^2 = 21$$

$$3^2 + 3 \cdot 2^2 = 9 + 3 \cdot 4 = 9 + 12 = 21 \text{ (ok)}$$

Portanto, a raiz do delta será:

$$\sqrt{\Delta} = a + b\sqrt{3} = 3 - 2\sqrt{3}$$

Assim, podemos utilizar na equação de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 \pm (3 - 2\sqrt{3})}{2 \cdot 1}$$

Vamos calcular as duas raízes:

$$x_1 = \frac{1 + (3 - 2\sqrt{3})}{2 \cdot 1} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3}$$

Agora, calculemos com a raiz negativa do delta:

$$x = \frac{1 - (3 - 2\sqrt{3})}{2 \cdot 1} = \frac{1 - 3 + 2\sqrt{3}}{2} = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{2} = -1 + \sqrt{3}$$

Outra forma mais sagaz de resolver é usando a soma e o produto das raízes e testando com as alternativas fornecidas. Nesse caso, a soma deve ser igual a 1, e a única das alternativas que tem soma das raízes igual a 1 é a letra. Vejamos:

a) Errada. $soma = 3 - \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} = 4 - 2\sqrt{3}$

b) Errada. $soma = -1 + 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = -1 + \sqrt{3}$

c) Errada. $soma = 1 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 3$

d) Certa. $soma = -1 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 1$

Letra d.

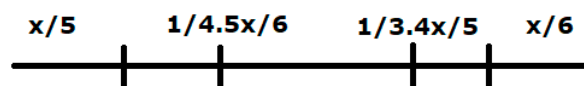
055. (VUNESP/TCE-SP/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO – ADMINISTRAÇÃO/2017) Gabriel está no ponto A, e Felipe, no ponto B. Eles iniciam simultaneamente uma caminhada, e pelo mesmo percurso; Gabriel no sentido de A até B, e Felipe no sentido de B até A. Numa primeira etapa, Gabriel percorreu $1/5$ da distância entre A e B, e Felipe percorreu $1/6$ dessa mesma distância. Na segunda etapa, Gabriel percorreu o equivalente à quarta parte do que faltava a Felipe percorrer ao final da primeira etapa, e Felipe percorreu o equivalente à terça parte do que faltava a Gabriel percorrer ao final da primeira etapa. Sabe-se que, após a segunda etapa, a distância que os separa é de 6,65 km. Nessas condições, é correto afirmar que a distância total que separa os pontos A e B é, em quilômetros, igual a:

- a) 40
- b) 44
- c) 43
- d) 41
- e) 42



Sendo x o tamanho total do caminho, no primeiro passo, Gabriel andou $x/5$. Assim, restava para ele $4/5 x$ para ele percorrer. Por outro lado, Felipe andou $x/6$, restando $5x/6$ para ele percorrer.

Na segunda etapa, Gabriel percorreu a quarta parte do que faltava para Felipe, ou seja, ele percorreu $1/4$ de $5x/6$. Já Felipe percorreu um terço do que faltava para Gabriel, ou seja, ele percorreu $1/3$ de $4x/5$. Podemos diagramar essa situação:



Portanto, Gabriel e Felipe andaram:

$$G: \frac{x}{5} + \frac{1}{4} \frac{5x}{6} = \frac{x}{5} + \frac{5x}{24} = \frac{24x + 5x}{120} = \frac{29x}{120}$$

$$F: \frac{x}{6} + \frac{1}{3} \frac{4x}{5} = \frac{x}{6} + \frac{4x}{15} = \frac{5x + 8x}{30} = \frac{13x}{30}$$

Após essas etapas, ainda faltavam 6,65 km para completar a distância total x :

$$\frac{49x}{120} + \frac{13x}{30} + 6,65 = x$$

$$\frac{49x}{120} + \frac{52x}{120} + 6,65 = x$$

$$\frac{101x}{120} + 6,65 = x \therefore \frac{27x}{40} + 6,65 = x$$

$$6,65 = x - \frac{101x}{120}$$

$$6,65 = \frac{120x}{120} - \frac{101x}{120} = \frac{19x}{120}$$

$$\therefore x = \frac{6,65 \cdot 120}{19} = 42$$

Letra e.

Abra



caminhos



crie

futuros

gran.com.br

