

MATEMÁTICA

Geometria Plana: Áreas



Presidente: Gabriel Granjeiro

Vice-Presidente: Rodrigo Calado

Diretor Pedagógico: Erico Teixeira

Diretora de Produção Educacional: Vivian Higashi

Gerente de Produção Digital: Bárbara Guerra

Coordenadora Pedagógica: Élica Lopes

Todo o material desta apostila (incluindo textos e imagens) está protegido por direitos autorais do Gran. Será proibida toda forma de plágio, cópia, reprodução ou qualquer outra forma de uso, não autorizada expressamente, seja ela onerosa ou não, sujeitando-se o transgressor às penalidades previstas civil e criminalmente.

CÓDIGO:

240912382715



THIAGO CARDOSO

Engenheiro eletrônico formado pelo ITA com distinção em Matemática, analista-chefe da Múltiplos Investimentos, especialista em mercado de ações. Professor desde os 19 anos e, atualmente, leciona todos os ramos da Matemática para concursos públicos.

GRAN
CONCURSOS

SUMÁRIO

Apresentação	4
Geometria Plana: Áreas	5
1. Ponto, Reta e Plano	5
1.1. Posições Relativas entre Retas	5
1.2. Plano	6
1.3. Ângulos	8
1.4. Distância de Ponto à Reta e entre Duas Retas	9
1.5. Ângulos em Retas Paralelas	10
1.6. Unidades de Medida	12
2. Circunferência	16
2.1. Elementos da Circunferência	18
2.2. Posições Relativas entre Reta e Circunferência	23
3. Área de Triângulos e Quadriláteros	24
3.1. Quadrado e Retângulo	24
3.2. Losango	25
3.3. Paralelogramo	27
3.4. Trapézio	28
4. Triângulos	32
4.1. Classificações dos Triângulos	32
4.2. Área do Triângulo	33
4.3. Postulado de Euclides	36
4.4. Desigualdade Triangular	39
4.5. Triângulo Isósceles	42
Questões Comentadas em Aula	46
Exercícios	52
Gabarito	65
Gabarito Comentado	66

APRESENTAÇÃO

Olá, aluno(a)!

Seja bem-vindo(a) a mais uma aula do nosso curso de Raciocínio Lógico. Nesta aula, falaremos sobre Geometria.

O assunto de Geometria é bastante extenso e cobrado de maneira bastante diversificada em questões de prova.

Embora seja pouco comum em editais, tenha certeza de que, se o seu edital contempla esse assunto, a probabilidade de uma questão ser cobrada é grande.

Isso acontece porque Geometria é um dos assuntos favoritos dos professores de Matemática.

Sendo assim, você precisará despender bastante atenção neste material em PDF.

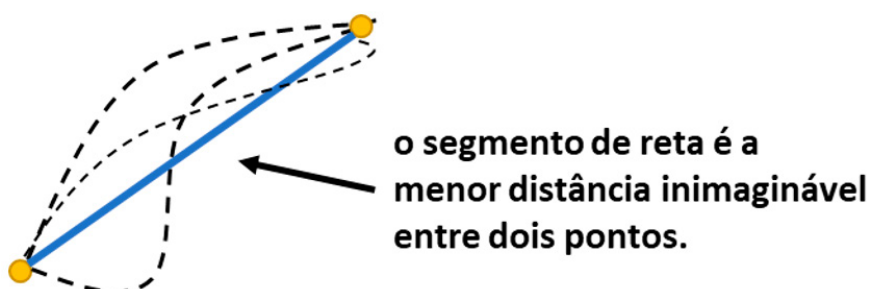
Eu gostaria de recordar também que a lista de exercícios referente a esse material foi entregue com antecedência para que você tivesse mais folga para a sua prova.

GEOMETRIA PLANA: ÁREAS

1. PONTO, RETA E PLANO

Ponto, reta e plano são conceitos primitivos, ou seja, não possuem uma definição formal na matemática. Esses conceitos são considerados intuitivos e nós os utilizamos.

No texto original de *Os Elementos*, um tratado sobre matemática e geometria escrito pelo matemático grego Euclides, fala-se de **segmentos de reta**, não de retas. Para Euclides, um segmento de reta é a *menor distância imaginável entre dois pontos distintos*.



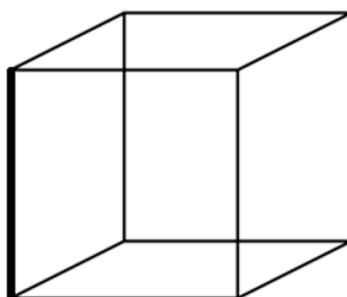
É importante destacar que **tanto a reta como o plano são infinitos**. Porém, é impossível realmente desenhar algo infinito no papel, por isso, sempre que representarmos uma reta, o que desenhemos, na verdade, é um segmento de reta.

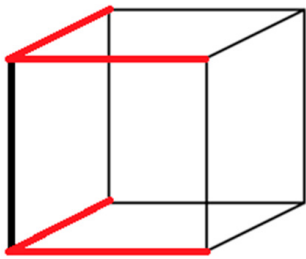
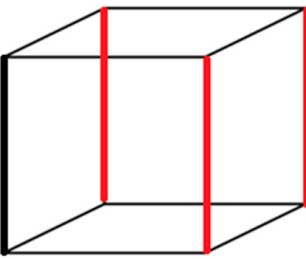
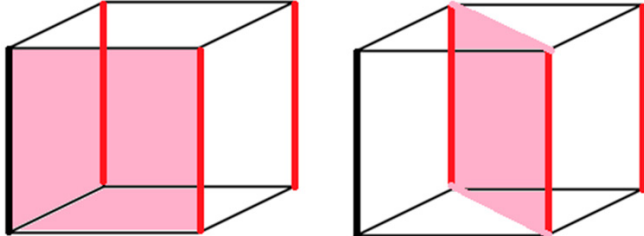
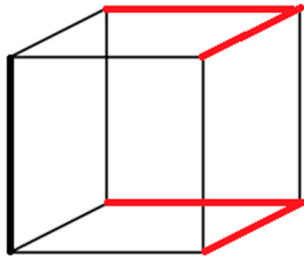
Guarde os seguintes conceitos:

- **segmento de reta:** menor distância imaginável entre dois pontos;
- **semirreta:** é o segmento extrapolado em um sentido;
- **reta:** é o segmento extrapolado nos dois sentidos.

1.1. POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETAS

Para facilitar o entendimento das posições relativas entre duas retas, consideraremos um cubo e uma de suas arestas destacadas como reta de referência.



Concorrentes: quando se encontram em um único ponto. As retas destacadas em vermelho são concorrentes à reta preta de referência. Perceba que elas se encontram em um único ponto.	
Paralelas: quando não se encontram, mas pertencem a um mesmo plano. As retas vermelhas são paralelas à reta destacada em preto. Elas também são paralelas entre si.	
Podemos, adicionalmente, desenhar os planos comuns às retas envolvidas. São os planos que envolvem as faces do cubo e as faces diagonais.	
Reversas: quando não possuem nenhum plano em comum.	

1.2. PLANO

O plano pode ser definido por:

- duas retas concorrentes;
- duas retas paralelas;
- três pontos não colineares.

Os planos definidos por duas retas concorrentes ou paralelas já puderam ser visualizados na seção anterior.

Figura 1 - Planos definidos por retas concorrentes

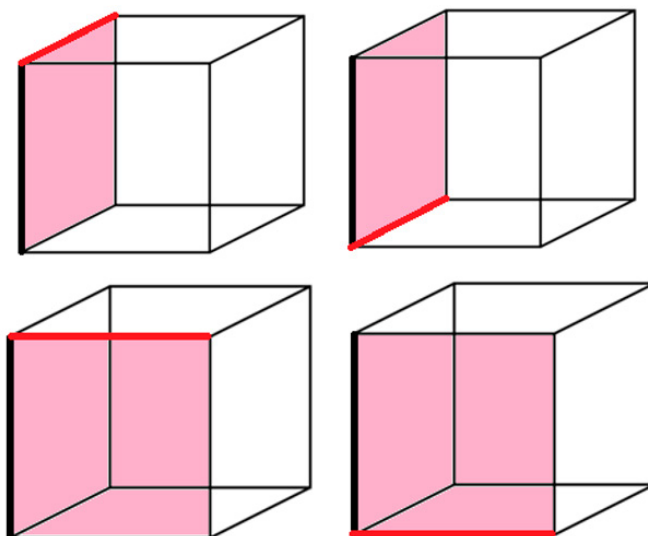
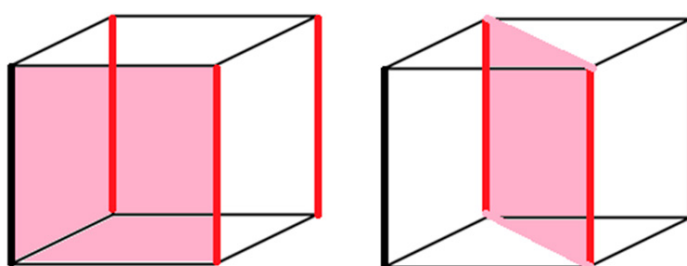
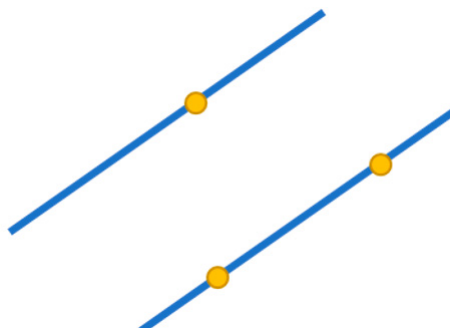


Figura 2 - Planos definidos por retas paralelas



Adicionalmente, o plano também pode ser definido por três pontos não colineares, ou seja, não alinhados, o que significa que não pertencem a uma mesma reta. Isso acontece porque três pontos não colineares definem um par de retas paralelas. Vejamos:

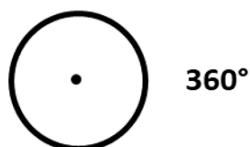
Figura 3 - Par de retas paralelas definidas por três pontos não colineares



1.3. ÂNGULOS

Os ângulos se referem ao encontro entre duas retas. Normalmente são representados por letras gregas.

A unidade de medida mais comum é o grau, representado por $^\circ$. Uma volta completa em torno de um ponto corresponde ao ângulo de 360° .



Outros ângulos importantes são:

- a meia-volta ou ângulo raso (180°), que é o ângulo ao longo de uma reta;
- o ângulo reto (90°), que corresponde ao ângulo entre duas retas perpendiculares ou um quarto de volta.

Figura 4 - Ângulos raso e reto



Os ângulos são classificados em:

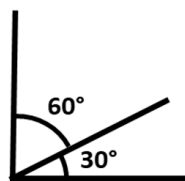
- **agudos:** quando são menores que um ângulo reto;
- **obtusos:** quando são maiores que um ângulo reto.



Existem ainda algumas definições interessantes de saber:

- **ângulos complementares:** quando a sua soma é igual a 90° ou um ângulo reto;
- **ângulos suplementares:** quando a sua soma é igual a 180° ; o suplemento de um ângulo agudo é sempre um ângulo obtuso, e vice-versa.

Figura 5 - Ângulos complementares e suplementares



$$\alpha + \beta = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$$

ângulos complementares



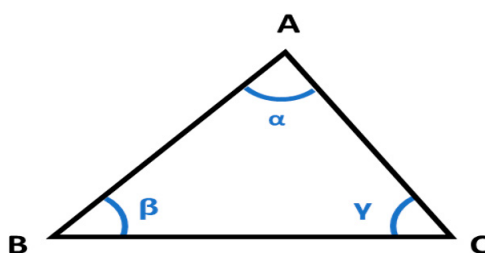
$$\alpha + \beta = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

ângulos suplementares

Como mostrado na Figura 5, os ângulos 30° e 60° são complementares, porque a soma deles é igual a 90° . Por outro lado, 60° e 120° são ângulos suplementares, porque a soma deles é igual a 180° .

Uma forma bastante prática de representar ângulos dentro de figuras geométricas envolve os segmentos de reta que o formam. Se o ângulo é formado pelos segmentos de reta OA e OB, denominamos esse ângulo de AOB. Nessa representação, o vértice do ângulo corresponde à letra colocada no meio.

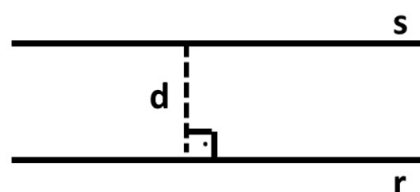
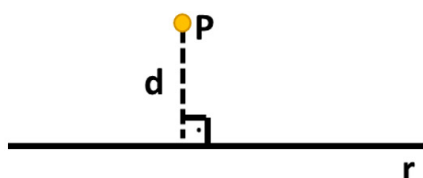
EXEMPLO



ABC é o ângulo com vértice em B, no caso, β . BAC é o ângulo com vértice A, portanto é o ângulo α . Por fim, ACB é o ângulo com vértice em C, portanto é o ângulo γ .

1.4. DISTÂNCIA DE PONTO À RETA E ENTRE DUAS RETAS

Um conceito que você precisará bastante em Geometria Plana é o de que a **distância** de ponto à reta ou entre duas retas paralelas é **sempre calculada de maneira perpendicular à reta**.



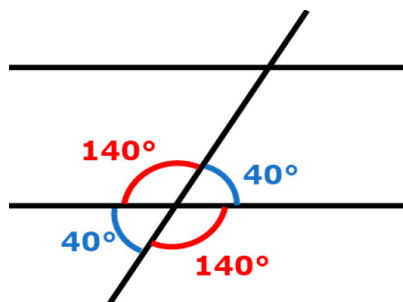
Isso acontece porque a **distância perpendicular é sempre a menor distância** entre um ponto e uma reta ou entre duas retas.

1.5. ÂNGULOS EM RETAS PARALELAS

Quando temos um par de retas paralelas e uma transversal, podemos identificar vários ângulos que são iguais ou complementares.

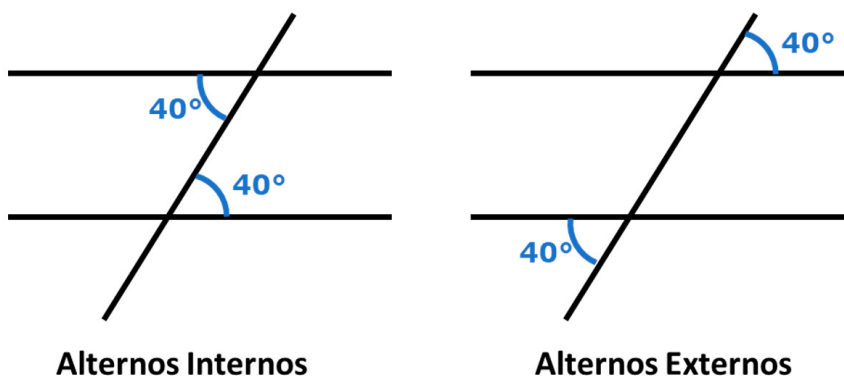
- **Ângulos opostos pelo vértice:** são iguais.

Figura 6 - Ângulos opostos pelo vértice



Ângulos alternos internos e externos: são iguais.

Figura 7 - Ângulos alternos internos e externos



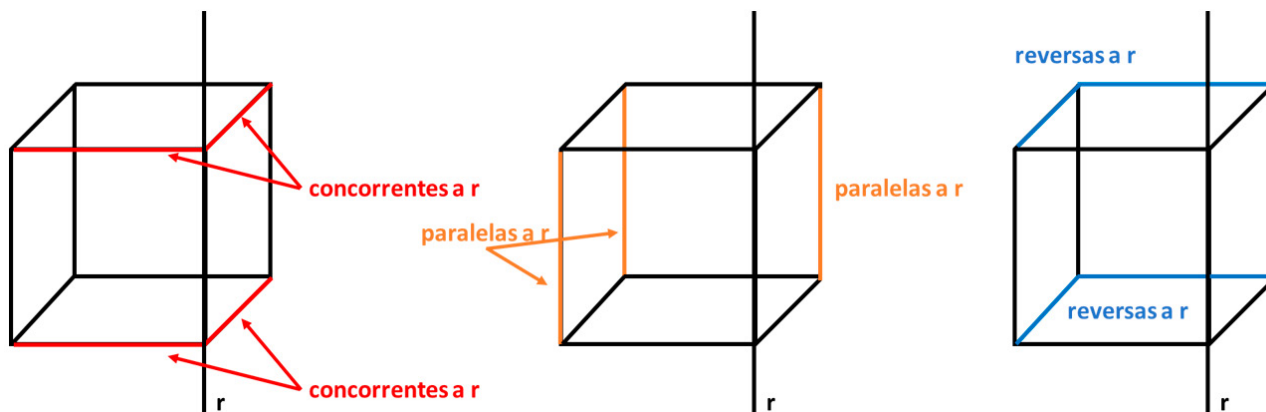
DIRETO DO CONCURSO

001. (FGV/SEE/PE/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2016)) Seja A uma aresta de um cubo. O número de arestas desse cubo que são reversas com a aresta A é:

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 6
- e) 7



Tomando como referência a figura abaixo e sabendo que retas reversas são retas que não pertencem ao mesmo plano e não se encontram em um ponto em comum, temos:



O número de retas reversas à aresta A é 4.

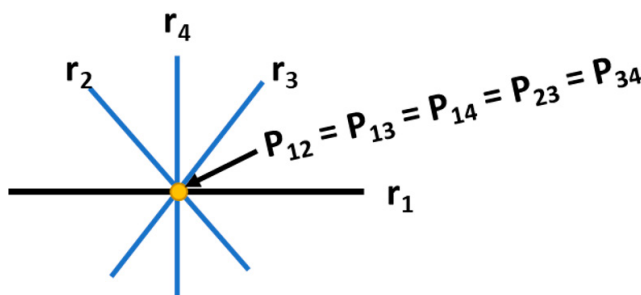
Letra c.

002. (CESPE/ANS/ESPECIALISTA EM REGULAÇÃO DE SAÚDE SUPLEMENTAR/2013) Considerando que as retas R_1 , R_2 , R_3 e R_4 sejam distintas e estejam no mesmo plano, e que, se a reta R_i intercepta a reta R_j , P_{ij} , em que $i, j = 0, 1, 2, 3, 4$ e $i \neq j$ denote o ponto de interseção dessas retas, julgue os itens seguintes.

No caso de os pontos P_{12} , P_{13} e P_{14} existirem e $P_{12} = P_{13} = P_{14}$, então os pontos P_{34} e P_{23} também existirão e $P_{34} = P_{23}$.



As retas r_1 e r_2 se interceptam no ponto P_{12} . Note que o ponto P_{13} é o ponto de encontro das retas r_1 e r_3 . Sendo P_{14} o encontro das retas r_1 e r_4 , podemos observar que esse ponto é o igual aos pontos P_{12} e P_{13} , já que as três retas se interceptam no mesmo ponto.



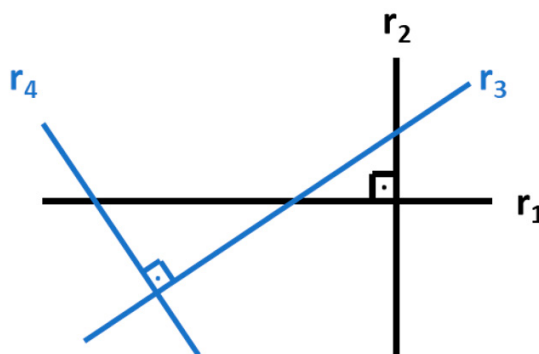
Então, podemos concluir que, se existirem P_{23} e P_{34} , assim como os $P_{12} = P_{13} = P_{14}$, serão iguais e coincidentes.

Certo.

003. (CESPE-CEBRASPE/ANS/ANALISTA ADMINISTRATIVO/2013) Se R_1 for perpendicular a R_2 e se R_3 for perpendicular a R_4 , então, no mínimo, duas dessas quatro retas serão paralelas.



Após efetuar todos os comandos, concluímos que não há retas paralelas, conforme esquema abaixo.

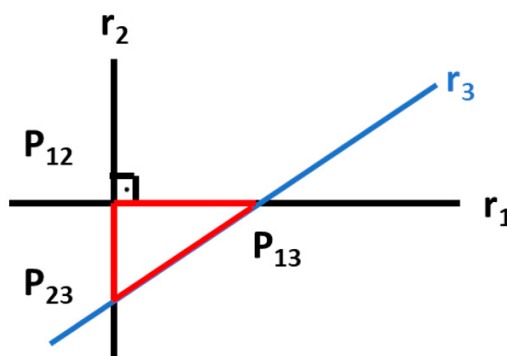


Errado.

004. (CESPE-CEBRASPE/ANS/ANALISTA ADMINISTRATIVO/2013) Se os pontos P_{12} , P_{13} e P_{23} existirem e forem distintos, então a reta R_1 não poderá ser perpendicular à reta R_2 .



Atentando-se às instruções, o esquema abaixo foi traçado e verificou-se que há formação de um triângulo e que não existe a possibilidade de r_1 e r_2 não serem perpendiculares.



Errado.

1.6. UNIDADES DE MEDIDA

As unidades de massa e comprimento são também conhecidas como sistema decimal de unidades, porque são construídas a partir do metro utilizando potências de 10.

No caso do comprimento, o metro é a unidade principal que possui múltiplos (unidades maiores que o metro) e submúltiplos (unidades menores que o metro).

Tabela 2 - Conversão entre Unidades de Comprimento

Nome Extenso	Unidade	Conversão	
Quilômetro	km	$= 10^3 \text{ m} = 1000 \text{ m}$	Múltiplos
Hectômetro	hm	$= 10^2 \text{ m} = 100 \text{ m}$	
Decâmetro	dam	$= 10 \text{ m} = 10 \text{ m}$	
Metro	m		
Decímetro	dm	$= 10^{-1} \text{ m} = 0,1 \text{ m}$ ou $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$	Submúltiplos
Centímetro	cm	$= 10^{-2} \text{ m} = 0,01 \text{ m}$ ou $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$	
Milímetro	mm	$= 10^{-3} \text{ m} = 0,001 \text{ m}$ ou $1 = 1000 \text{ mm}$	

Na Tabela 2, perceba que, cada vez que subimos um degrau, multiplicamos por 10.

EXEMPLO

Quando subimos de metro para decâmetro, temos a relação de que $1 \text{ dam} = 10 \text{ m}$. Quando subimos de decâmetro para hectômetro, também temos $1 \text{ ham} = 1 \text{ dam} = 100 \text{ m}$.

Por outro lado, cada vez que descemos um degrau, dividimos por 10. É por isso que $1 \text{ dm} = 0,10 \text{ m}$ e que $1 \text{ cm} = 0,10 \text{ dm} = 0,01 \text{ m}$.

É importante destacar que nem todas as unidades são frequentemente utilizadas. No dia a dia, as unidades mais usadas são quilômetro, metro, centímetro e milímetro.

As demais, embora existam, são pouco utilizadas. Isso não obsta que uma questão de prova seja feita com base nelas.

No caso das unidades de massa, a mesma regra é válida. Elas são centradas no grama, porém é importante destacar que a unidade padrão do Sistema Legal de Medidas é o quilograma.

Sendo assim, devemos construir a tabela com base no grama. Porém, utilizaremos principalmente o quilograma no dia a dia e nas questões.

Tabela 3 - Unidades de Massa no Sistema Legal de Medidas

Nome Extenso	Unidade	Conversão	
Quilograma	kg	$= 10^3 \text{ g} = 1000 \text{ g}$	Múltiplos
Hectograma	hg	$= 10^2 \text{ g} = 100 \text{ g}$	
Decagrama	dag	$= 10 \text{ g} = 10 \text{ g}$	
Grama	g		

Nome Extenso	Unidade	Conversão	
Decigrama	dg	$= 10^{-1} \text{ m} = 0,1 \text{ m}$ ou $1\text{m} = 10 \text{ dm}$	Submúltiplos
Centigrama	cg	$= 10^{-2} \text{ m} = 0,01 \text{ m}$ ou $1\text{m} = 100 \text{ cm}$	
Miligrama	mg	$= 10^{-3} \text{ m} = 0,001 \text{ m}$ ou $1 = 1000 \text{ mm}$	

A minha recomendação é que, nas questões, você converta todas as unidades para metro.

EXEMPLO

$$1,25 \text{ hm} = 1,25 \cdot 100 \text{ m} = 125 \text{ m}$$

$$3,7 \text{ dm} = 3,7 \cdot 0,10 \text{ m} = 0,37 \text{ m}$$

$$4,3 \text{ km} = 4,3 \cdot 1000 \text{ m} = 4300 \text{ m}$$

$$405 \text{ mm} = 405 \cdot 0,001 \text{ m} = 0,405 \text{ m}$$

$$350 \text{ cm} = 350 \cdot 0,01 \text{ m} = 3,50 \text{ m}$$

1.6.1. UNIDADES DE ÁREA

As unidades de área podem ser entendidas simplesmente como o quadrado de uma unidade de comprimento.

Sendo assim, se $1 \text{ dam} = 10 \text{ m}$, se elevarmos ao quadrado, teremos a relação entre as unidades de área: $1 \text{ dam}^2 = (10 \text{ m})^2 = 100 \text{ m}^2$.

$$1 \text{ dam} = 10\text{m} \therefore 1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2$$

Então, basta utilizar os fatores de conversão que aprendemos anteriormente elevados ao quadrado.

Uma unidade de área bastante usada é o hectare, que é equivalente a um hectômetro quadrado.

Ou seja, $1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2$. Como $1 \text{ hm} = 100\text{m}$ e temos hm^2 , podemos substituir, então, temos:

$$1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2 = (100 \text{ m})^2 = 10.000 \text{ m}^2.$$

EXEMPLO

$$1,25 \text{ hm}^2 = 1,25 \cdot (100\text{m})^2 = 1,25 \cdot 10000\text{m}^2 = 12.500 \text{ m}^2$$

$$3,7 \text{ dm}^2 = 3,7 \cdot (0,10\text{m})^2 = 3,7 \cdot 0,01\text{m}^2 = 0,037 \text{ m}^2$$

$$4,3 \text{ km}^2 = 4,3 \cdot (1000\text{m})^2 = 4,3 \cdot 1000000\text{m}^2 = 4.300.000 \text{ m}^2$$

$$405 \text{ mm}^2 = 405 \cdot (0,001\text{m})^2 = 405 \cdot 0,000001\text{m}^2 = 0,000405 \text{ m}^2$$

$$350 \text{ cm}^2 = 350 \cdot (0,01\text{m})^2 = 3,50\text{m}^2$$

DIRETO DO CONCURSO

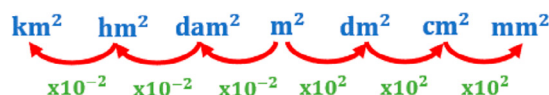


005. (VUNESP/AVAREPREV-SP/TÉCNICO PREVIDENCIÁRIO/2020) Em uma escritura, consta que a área de um terreno é de 250000 m². Essa área, em km², corresponde a:

- a) 2500.
- b) 250.
- c) 25.
- d) 2,5.
- e) 0,25.



Para resolver a questão, precisamos lembrar da relação entre as unidades de medida. Como trata-se de área, a unidade de medida fica elevada ao quadrado. Observe a relação.



Para transformar uma unidade em m² para km², basta multiplicarmos por 10⁻⁶, pois:

$$1 [m] = 10^{-2} \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-2} [km]$$

$$1 [m] = 10^{-6} [km]$$

Logo, a medida transformada será:

$$250000 [m] = 250000 \cdot 10^{-6} [km]$$

$$250000 [m] = 0,25 [km]$$

Letra e.

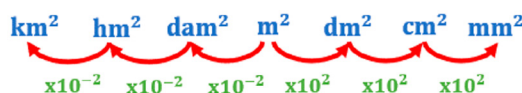
006. (NOSSO RUMO/MGS/ARTÍFICE/2017) É correto afirmar que 32 km² equivalem a:

- a) 320 ha
- b) 32.000 ha
- c) 320.000 ha
- d) 3.200 ha



Basta lembrar que o quilômetro está logo acima do hectômetro na tabela de unidades de comprimento. Portanto, temos:

$$1 km = 10hm$$



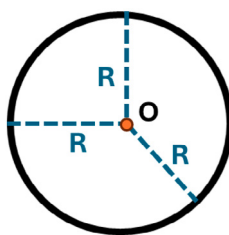
Assim, basta multiplicar a área por 10^2 .

$$A = km^2 = 32 \cdot (10 hm)^2 = 32 \cdot 100 hm^2 = 3200 hm^2 = 3200 ha$$

Letra d.

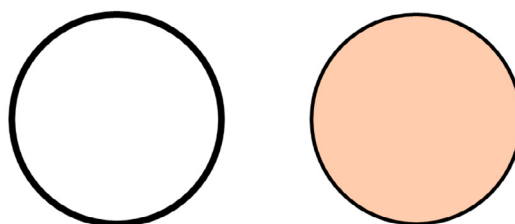
2. CIRCUNFERÊNCIA

A circunferência é o conjunto de todos os pontos que distam de um centro O exatamente à mesma distância, conhecida como raio, como mostrado a seguir.



É importante não confundir a circunferência com o círculo. Vejamos:

- **circunferência**: é o perímetro;
- **círculo**: é a área delimitada pela circunferência.



Temos à esquerda a circunferência. À direita, o círculo que corresponde a toda a área delimitada, que foi pintado. Perceba que a circunferência se refere apenas à porção exterior, enquanto o círculo se refere à área interna.

As relações mais importantes dizem respeito ao perímetro da circunferência e à área do círculo, que são dados respectivamente por:

$$P = 2\pi R$$

$$S = \pi R^2$$

DIRETO DO CONCURSO

007. (IADES/PM/DF/SOLDADO MÚSICO/2018) Para confecção de um bumbo, utiliza-se uma membrana de raio $R = 70$ cm. A área dessa membrana, em metros quadrados, é igual a:



- a) 4.900π .
- b) $4,9 \pi$.
- c) 49π .
- d) 490π .
- e) $0,49 \pi$.



A membrana do bumbo é um círculo, que é dada em função do seu raio. Vale notar que o raio foi dado em cm e a área foi pedida em m^2 . Portanto, é interessante convertermos o raio para metro:

$$R = \frac{70}{100} = 0,70 \text{ m}$$

Agora, vamos ao cálculo da área do círculo:

$$S = \pi R^2 = \pi \cdot (0,70)^2 = 0,49 \pi$$

Letra e.

008. (CONSULPLAN/PREFEITURA DE CASCAVEL-PR/AGENTE COMUNITÁRIO DE SAÚDE/2016) Considere duas circunferências de perímetro 62,8 cm e 94,2 cm. Qual a diferença entre os raios destas circunferências? (Considere $\pi=3,14$).

- a) 2,5 cm
- b) 5 cm
- c) 9,5 cm
- d) 12 cm
- e) 15 cm



Nesse caso, foram fornecidos os perímetros das duas circunferências. Dessa forma, encontraremos o raio de cada uma das circunferências:

Circunferência 1

$$P_1 = 62,8 \text{ cm} = 2\pi R_1 \therefore R_1 = \frac{62,8}{2\pi} = \frac{62,8}{2 \cdot 3,14} = \frac{62,8}{6,28} = 10$$

Circunferência 2

$$P_2 = 94,2 \text{ cm} = 2\pi R_2 \therefore R_2 = \frac{94,2}{2\pi} = \frac{94,2}{2 \cdot 3,14} = \frac{30}{2} = 15$$

A questão pede a diferença entre os raios, assim temos:

$$R_2 - R_1 = 15 - 10 = 5$$

Letra b.

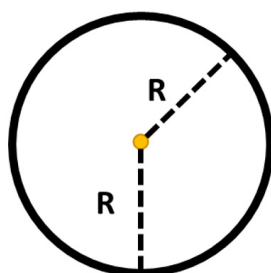
2.1. ELEMENTOS DA CIRCUNFERÊNCIA

Vamos apresentar os principais elementos que podem ser definidos na circunferência. São definições muito úteis.

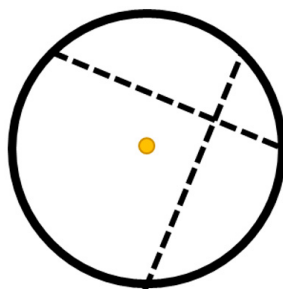
2.1.1. SEGMENTOS NA CIRCUNFERÊNCIA

Os principais segmentos que podem ser construídos na circunferência são:

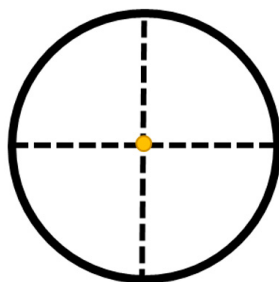
- **Raio:** é qualquer segmento de reta partindo do centro a um ponto da circunferência. Todos os raios de uma mesma circunferência têm o mesmo comprimento;



- **Corda:** é um segmento que une dois pontos na circunferência;



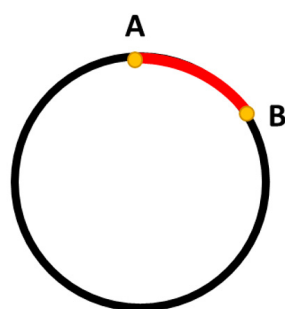
- **Diâmetro:** é uma corda que passa pelo centro da circunferência. O diâmetro mede o dobro do raio.



Vale ressaltar que o diâmetro é o maior segmento de reta possível de ser construído a partir de dois pontos na circunferência.

Quando dois pontos da circunferência são unidos por um diâmetro, diz-se que eles são **diametralmente opostos**.

- **Arco:** corresponde ao pedaço da circunferência limitado por dois pontos dela.

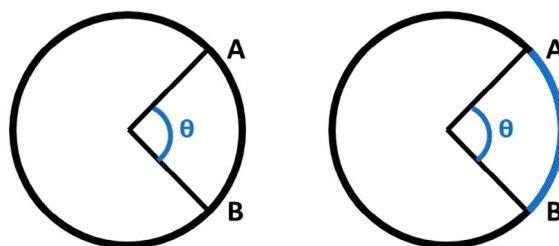


2.1.2. ÂNGULOS NA CIRCUNFERÊNCIA

Com base em uma circunferência, podemos ter algumas definições importantes de ângulos. Vamos a elas.

2.1.2.1. ÂNGULO CENTRAL

Um ângulo central é todo ângulo que possui vértice no centro da circunferência. O ângulo central é sempre igual ao arco subentendido por ele.

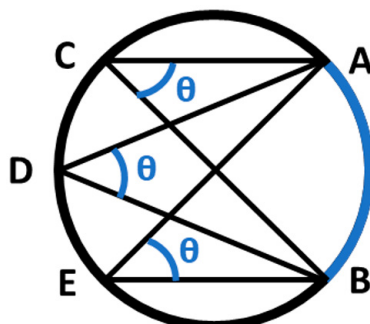


Matematicamente, podemos escrever:

$$\theta = \widehat{AB}$$

2.1.2.2. ÂNGULO INSCRITO

O ângulo inscrito na circunferência é aquele cujo vértice é também um ponto da circunferência. Esse ângulo é igual à metade do arco ou metade do ângulo central.



Todos os ângulos com vértices em C, D e E estão inscritos no arco AB. Uma propriedade é que todos esses ângulos são exatamente iguais.

Matematicamente, podemos escrever:

$$\theta = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

Uma curiosidade sobre o tema está relacionada a grandes teatros de apresentação de concertos. Esses teatros geralmente são circulares ou ovais, não retos.

São feitos dessa forma para que todas as pessoas enxerguem a apresentação por um mesmo ângulo de visada.

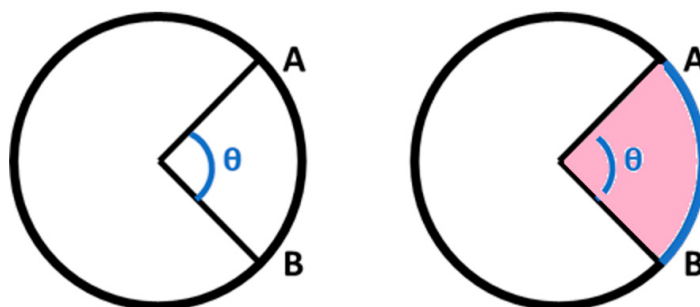
EXEMPLO

Os pontos C, D e E corresponderiam à plateia enquanto o arco AB seria o palco. Todas as pessoas na plateia enxergam o palco sob o mesmo ângulo de visada, portanto terão experiências visuais semelhantes.

2.1.3. ÁREAS NO CÍRCULO

Além da área do próprio círculo, existem outras definições importantes de áreas.

- **Setor Circular:** é limitado por dois raios e um arco, formando um ângulo central.



A sua área pode ser calculada proporcionalmente ao ângulo central. Para o ângulo central de 360° , a área do setor é igual à área do círculo, isto é, πR^2 . Então, a área de um setor circular de ângulo central igual a θ é:

$$S = \frac{\theta}{360^\circ} \cdot \pi R^2$$

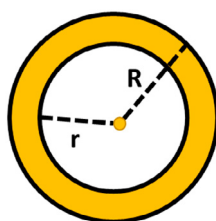
Existem alguns setores circulares especiais, que são muito frequentes em provas. São eles: o semicírculo (metade de um círculo) e o quadrante (um quarto de um círculo). Suas áreas são, respectivamente, iguais à metade e um quarto da área do círculo.



$$S = \frac{\pi R^2}{2}$$

$$S = \frac{\pi R^2}{4}$$

- **Coroa Circular:** é uma figura semelhante a uma rosquinha, formada por uma circunferência maior e um buraco, que é uma circunferência menor e concêntrica.



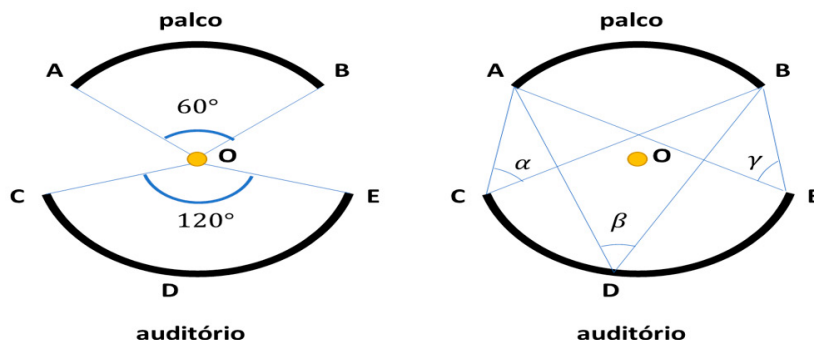
A área da coroa circular pode ser obtida como a diferença entre as áreas da circunferência maior e a circunferência menor:

$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

E, agora, vamos treinar com questões.

QUESTÃO INÉDITA

009. (INÉDITA/2024) O palco e o auditório foram construído na forma de arcos de circunferência AB e CE, que possuem o mesmo centro O e o mesmo raio $R = 10$ m.



Sendo α , β e γ os ângulos de visada dos espectadores C, D e E, a respeito desse auditório, julgue os seguintes itens:

Dado: $\pi = 3$; $\sin 120^\circ = 0,5$.

A área do setor circular COE é igual a 50 m^2 .



Observe que o referido setor circular corresponde a $1/3$ da circunferência, tendo em vista que o arco de 120° corresponde a $1/3$ da circunferência total (360°). Assim, podemos escrever:

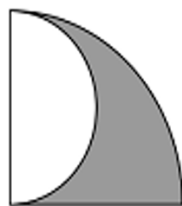
$$S = \pi R^2 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi R^2}{3} = \frac{3 \cdot 10^2}{3} = 10^2 = 100$$

Errado.

DIRETO DO CONCURSO



010. (FGV/CODEMIG/ADVOGADO SOCIETÁRIO/2015) A região sombreada na figura é conhecida como “barbatana de tubarão” e foi construída a partir de um quadrante de círculo de raio 4 e de um semicírculo.



A área dessa “barbatana de tubarão” é:

- a) 2π
- b) $5\pi/2$
- c) 3π
- d) $7\pi/2$
- e) 4π



Observe que um quadrante corresponde a um quarto da área de um círculo. Sabendo que o raio é igual a 4, a área do quadrante é:

$$S_{\text{quadrante}} = \frac{1}{4} \pi (R^2) = \frac{1}{4} \pi (4)^2 = 4\pi$$

Agora, note que o valor do raio, dado no enunciado, corresponde ao diâmetro do semicírculo destacado. Partindo dessa interpretação, a área do semicírculo é dada por:

$$S_{\text{semicírculo}} = \frac{1}{2} S_{\text{circunferência}} = \frac{\pi (R^2)}{2} = \frac{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2}{2} = \frac{\pi \left(\frac{4}{2}\right)^2}{2} = \frac{4\pi}{2} = 2\pi$$

Por fim, a área da barbatana do tubarão é encontrada pela diferença entre:

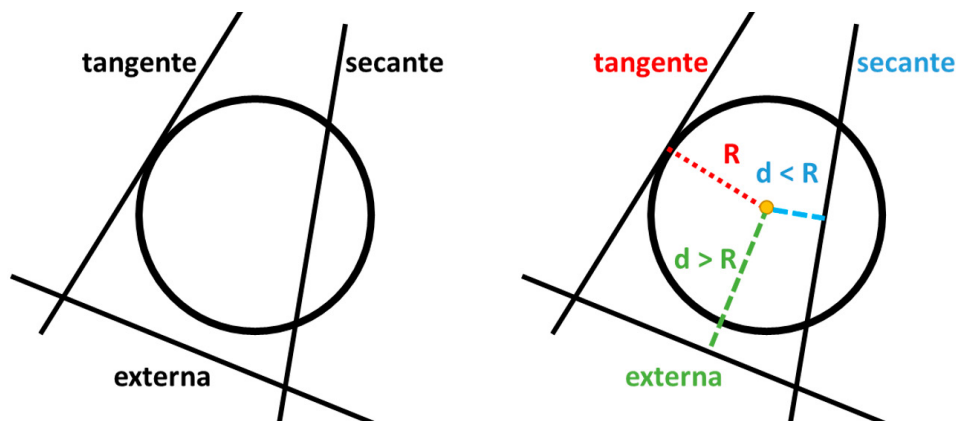
$$S_{\text{quadrante}} - S_{\text{semicírculo}} = 4\pi - 2\pi = 2\pi$$

Letra a.

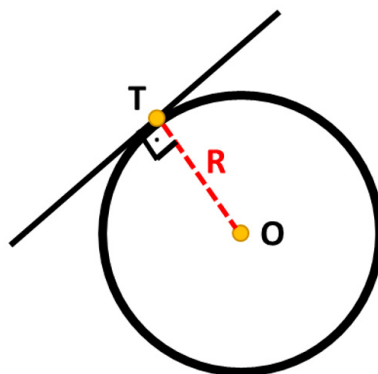
2.2. POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETA E CIRCUNFERÊNCIA

Quando se tem uma reta e uma circunferência, a reta pode ser:

- **Secante:** quando corta a circunferência em dois pontos. Nesse caso, a distância da reta ao centro é inferior ao raio da circunferência;
- **Tangente:** quando toca a circunferência em único ponto. Nesse caso, a distância da reta ao centro é igual ao raio da circunferência;
- **Externa:** quando a reta não toca a circunferência. Nesse caso, a distância da reta ao centro é maior que o raio da circunferência.



Vamos nos concentrar no caso particular da reta tangente a uma circunferência. Nesse caso, o segmento de reta que une o ponto de tangência apresenta comprimento igual ao raio. Além disso, a reta tangente é perpendicular ao raio da circunferência no ponto de tangência.

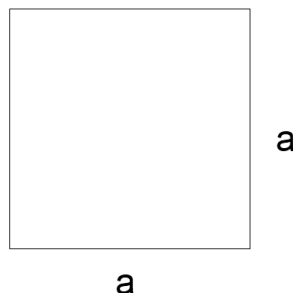


3. ÁREA DE TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS

Um quadrilátero é um polígono formado por quatro vértices e quatro lados.

3.1. QUADRADO E RETÂNGULO

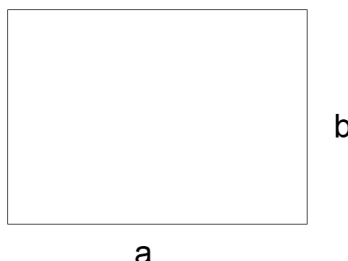
O quadrado é o quadrilátero regular em que todos os lados são iguais e todos os ângulos são retos.



A área do quadrado é simplesmente o quadrado do lado.

$$S = a^2 = lado^2$$

O retângulo, por sua vez, é um quadrilátero equiângulo, mas não é equilátero. Ou seja, todos os ângulos são retos, mas os lados são diferentes.



A área do retângulo é igual ao produto das suas dimensões. Na maioria das situações, elas aparecem como o produto base vezes altura ou como o produto do comprimento pela largura.

$$S = ab = base \cdot altura$$

QUESTÃO INÉDITA



011. (INÉDITA/2024) O cômodo de um apartamento de formato retangular tem 3 metros por 4 metros de largura. Pode-se afirmar corretamente que a área desse cômodo é:

- a) 12 metros
- b) 14 metros
- c) 16 metros
- d) 18 metros
- e) 20 metros



O cômodo possui formato retangular, logo, para encontrarmos a área do cômodo, basta multiplicar as suas dimensões, isto é:

$$\text{Área} = \text{Comprimento} \cdot \text{Largura}$$

Assim, temos:

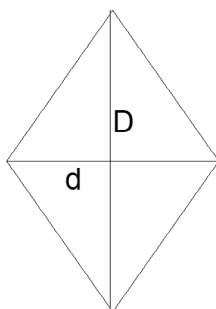
$$\text{Área} = 3 \cdot 4 = 12m^2$$

Letra a.

3.2. LOSANGO

O losango, por sua vez, é um quadrilátero equilátero, porém não é equiângulo. Ou seja, nesse caso, todos os lados são iguais, mas os ângulos internos não são iguais.

No caso do losango, os lados continuam sendo paralelos dois a dois e as duas diagonais são perpendiculares entre si.



A área do losango é igual à soma das áreas dos quatro triângulos retângulos definidos pelas duas diagonais. Como esses quatro triângulos são iguais, temos:

$$S = 4 \cdot \frac{Dd}{2}$$

Portanto, a área do losango corresponde ao produto das diagonais dividido por 2:

$$S = \frac{Dd}{2}$$

DIRETO DO CONCURSO

012. (IADES/PM-DF/SOLDADO MÚSICO/2018) Considere hipoteticamente que se deseja pintar um muro de 20 m de comprimento por 2,8 m de altura. A tinta a ser adquirida é vendida em galões de 3,6 L e sabe-se que cada galão pinta 7 m² do muro.

Nessas condições, quantos litros de tinta serão necessários para a realização do serviço?

- a) 8
- b) 56
- c) 24
- d) 28,8
- e) 16



Vamos calcular a área do muro, que é essencialmente um retângulo, cuja área é igual ao produto entre o comprimento e a altura.

$$S = 20 \cdot 2,8 = 56 \text{ m}^2$$

Agora, podemos calcular o volume de tinta utilizado, sabendo que ele é diretamente proporcional à área do muro.

↑	Área	↑	↑	↑
	7		3,6	
	56		V	
				$\frac{V}{3,6} = \frac{56}{7}$

Com base nisso, podemos calcular a regra de três.

$$\frac{V}{3,6} = \frac{56}{7}$$

Fazendo o meio pelos extremos:

$$\therefore V = \frac{56}{7} \cdot 3,6 = 8 \cdot 3,6 = 28,8 \text{ L}$$

Letra d.

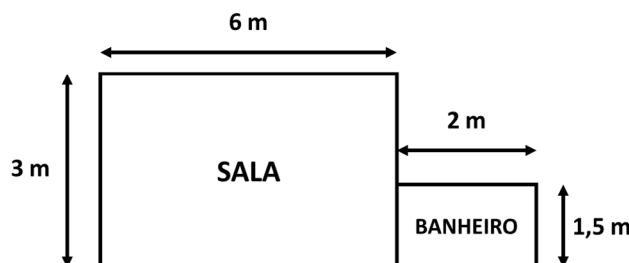
013. (FGV/IBGE/COORDENADOR CENSITÁRIO/2020) Um imóvel comercial é composto por uma sala retangular, medindo 3m de largura e 6m de comprimento, e um banheiro, medindo 1,5m de largura e 2m de comprimento.

A área total do imóvel, em metros quadrados, é:

- a) 12,5.
- b) 16,5.
- c) 18.
- d) 21.
- e) 36.



O apartamento é composto por uma sala e um banheiro, ambos os cômodos são retangulares, como mostrado na figura a seguir.



Como ambos os cômodos são retangulares, a área pode ser calculada pelo produto de suas dimensões, isto é, o comprimento multiplicado pela largura.

$$\text{Área} = \text{base} \cdot \text{altura}$$

Assim, podemos calcular as áreas dos dois cômodos do apartamento separadamente:

$$\text{Área sala} = (3 \cdot 6) = 18 \text{ m}^2$$

$$\text{Área banheiro} = (1,5 \cdot 2) = 3 \text{ m}^2$$

A área total do apartamento é a soma da área da sala e da área do banheiro. Assim:

$$\text{Área Total} = \text{Área sala} + \text{Área banheiro}$$

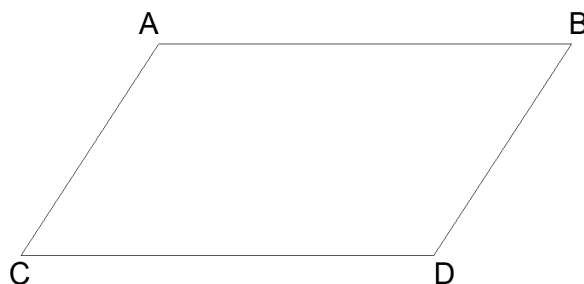
$$\text{Área Total} = (18) + (3)$$

$$\therefore \text{Área Total} = 21 \text{ m}^2$$

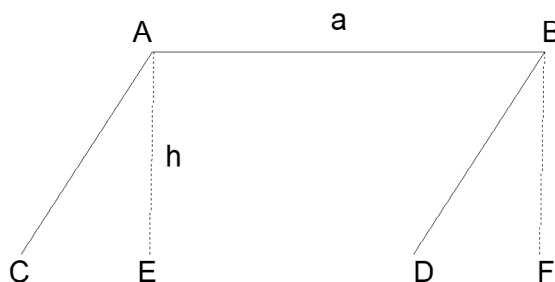
Letra d.

3.3. PARALELOGRAMO

O paralelogramo é um quadrilátero em que os lados opostos dois a dois são paralelos. Na figura a seguir, o lado AB é paralelo a CD e o lado AC é paralelo a BD:



O modo mais simples e conhecido de calcular a área do paralelogramo consiste em traçar a sua altura. Seja AE a altura do paralelogramo, ou seja, a distância entre as bases paralelas AB e CD:



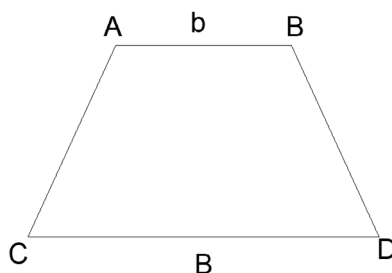
Os triângulos ACE e BDF são congruentes. Portanto, a área do paralelogramo ABCD é igual à área do retângulo ABEF.

A área do retângulo é facilmente calculada.

$$S = ah = \text{base} \cdot \text{altura}$$

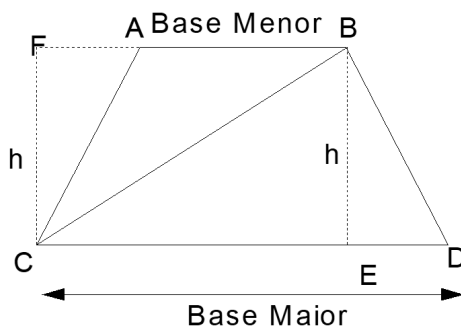
3.4. TRAPÉZIO

O trapézio é um quadrilátero que possui somente um par de lados paralelos.



Nesse caso, o lado AB é paralelo ao lado CD, porém os lados AC e BD não são paralelos entre si.

O modo mais simples e conhecido de calcular a área do trapézio é dividindo-o em dois triângulos pela diagonal.



A área do trapézio é igual à soma das áreas dos triângulos ABC e BCD. Esses dois triângulos possuem a mesma altura h .

$$S = S_{ABC} + S_{BCD} = \text{Base Menor} \cdot \frac{h}{2} + \text{Base Maior} \cdot \frac{h}{2}$$

$$\therefore S = \frac{(\text{Base Maior} + \text{Base Menor})}{2} \cdot \text{Altura}$$

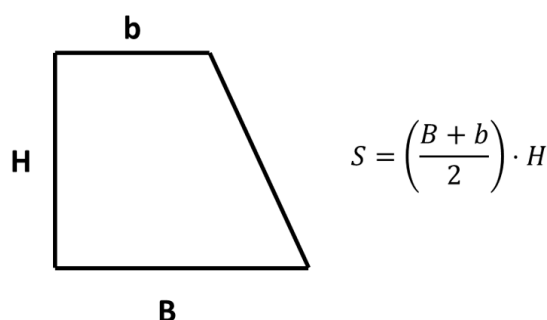
A média aritmética das bases do trapézio também é conhecida como **base média**. Desse modo, a área do trapézio é igual à base média multiplicada pela sua altura.

Portanto, a área do trapézio é igual à média aritmética das bases multiplicada pela altura.

É importante destacar que a altura do trapézio corresponde à distância entre suas duas bases. E que, por distância entre retas, devemos ter a **distância perpendicular**.

Devemos, portanto, traçar um segmento de reta que une as duas bases e que seja perpendicular a elas.

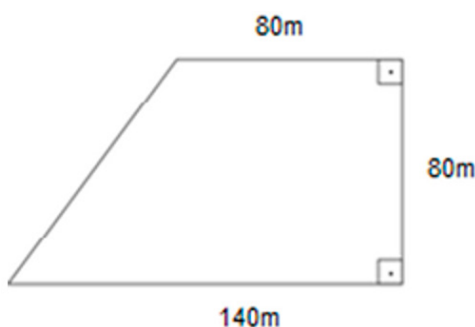
Um caso de particular importância são **os trapézios retângulos**, em que um dos lados é perpendicular às duas bases. Nessa situação, o comprimento desse lado corresponde justamente à altura do trapézio.



DIRETO DO CONCURSO



014. (COSANPA/TÉCNICO INDUSTRIAL/SANEAMENTO/2017) A plantação de um agricultor fica em um terreno em forma de trapézio retângulo, cujas dimensões constam da figura a seguir:



Sabendo que esse agricultor utiliza diariamente, para irrigação, quatro litros de água por metro quadrado de plantação, a quantidade total de água utilizada em um dia para irrigar a plantação é, em litros,

- a) 35,2.
- b) 120.
- c) 1200.
- d) 35200.



Primeiramente, precisamos calcular a área da plantação. Como a plantação é em formato de trapézio, utilizaremos a seguinte fórmula:

$$S_{\text{trapézio}} = \frac{(B + b)h}{2}$$

A altura corresponde à distância entre as duas bases. Nesse caso, a altura é igual a 80 m, tendo em vista que esse segmento já é perpendicular às bases do quadrilátero. Então, podemos escrever:

$$S_{\text{trapézio}} = \frac{(140 + 80) \cdot 80}{2} = 220 \cdot 40 = 8.800 \text{ m}^2$$

Assim, para encontrar a quantidade de água necessária para irrigar a plantação, fazemos o seguinte cálculo:

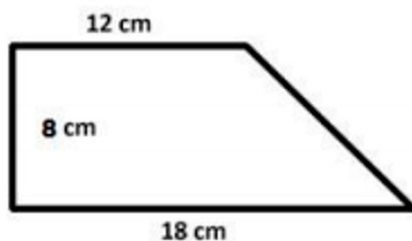
$$Q_{\text{água}} = S_{\text{trapézio}} \cdot 4 \text{ l/m}^2$$

$$Q_{\text{água}} = 8.800 \text{ m}^2 \cdot 4 \text{ l/m}^2$$

$$Q_{\text{água}} = 35200 \text{ l}$$

Letra d.

015. (INSTITUTO LEGATUS/PREFEITURA DE PASSAGEM FRANCA DO PIAUÍ/AGENTE ADMINISTRATIVO/2016) Pode-se afirmar que a área e o perímetro do trapézio abaixo são, respectivamente:



- a) 96 cm² e 46 cm
- b) 120 cm² e 38 cm
- c) 120 cm² e 48 cm
- d) 144 cm² e 38 cm
- e) 144 cm² e 42 cm



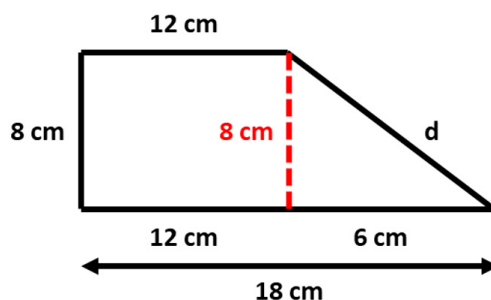
Para entender essa questão, vamos primeiramente calcular a área do trapézio porque todas as medidas necessárias a esse cálculo foram fornecidas. Assim, temos:

$$S_{\text{trapézio}} = \frac{(B + b)h}{2}$$

A altura corresponde à distância entre as duas bases, que, nesse caso, é igual a 8 cm, tendo em vista que esse segmento é perpendicular às duas bases, que medem, respectivamente, 12 cm e 18 cm. Assim, a área do quadrilátero é:

$$S_{\text{trapézio}} = \frac{(18 + 12) \cdot 8}{2} = 30 \cdot 4 = 120 \text{ cm}^2$$

Note que, se traçarmos uma linha dividindo o trapézio em um retângulo e um triângulo retângulo, teremos:



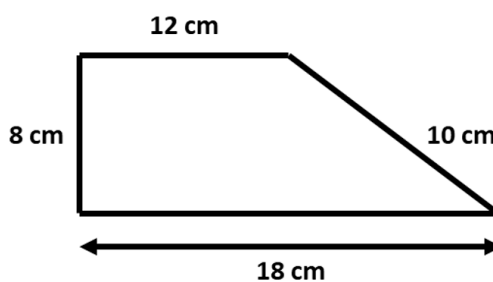
Podemos calcular a hipotenusa **d** do triângulo retângulo utilizando o Teorema de Pitágoras:

$$d^2 = 6^2 + 8^2$$

$$d^2 = 36 + 64 = 100$$

$$\therefore d = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

Sendo assim, o perímetro da figura é dado pela soma de todos os lados:



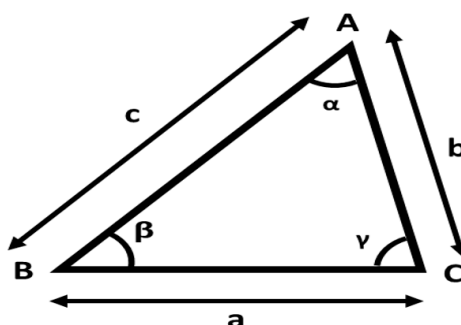
$$P_{\text{trapézio}} = 12 + 8 + 18 + 10 = 48 \text{ cm}$$

Letra c.

4. TRIÂNGULOS

Os triângulos são polígonos de três lados. Eles são formados por três vértices e pelos segmentos de reta que os unem.

Figura 8 - Representação usual de um Triângulo



Uma representação bastante usual de um triângulo, muito utilizada nas deduções teóricas e na apresentação de fórmulas está descrita na Figura 8. É muito importante aprendê-la, porque a grande maioria das equações desenvolvidas no nosso curso levam essa representação em consideração:

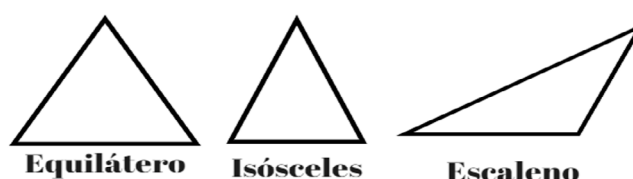
- o triângulo é formado pelos vértices A, B e C e é denominado triângulo ABC;
- o lado oposto ao vértice A tem medida **a**, o lado oposto ao vértice B tem medida **b** e o lado oposto ao vértice C tem medida **c**;
- os ângulos internos são representados por letras gregas. O ângulo no vértice A é denominado α (alfa), o ângulo no vértice B é denominado β (beta) e o ângulo no vértice C é denominado γ (gama);
- o ângulo α (alfa) é oposto ao lado de medida **a**; o ângulo β (beta) é oposto ao lado de medida **b**; o ângulo γ (gama) é oposto ao lado de medida **c**.

Essa representação usual não é obrigatória. Você verá muitas questões de prova que não a obedecem. Porém, ela é importante para que você aprenda as fórmulas e equações matemáticas desenvolvidas no nosso curso. Na hora da prova, você poderá fazer adaptações.

4.1. CLASSIFICAÇÕES DOS TRIÂNGULOS

Existem duas classificações importantes que precisamos conhecer dos triângulos. A primeira delas leva em consideração se os ângulos e lados são todos iguais.

Figura 9 - Triângulo Equilátero, Isósceles e Escaleno



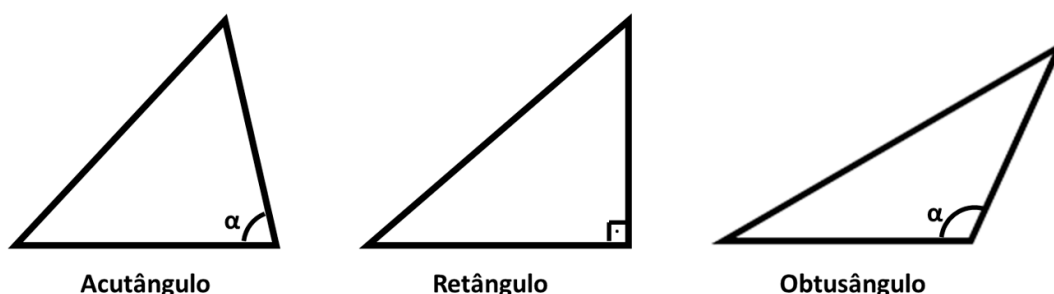
Assim, os triângulos podem ser classificados em:

- **equilátero:** quando todos os lados são iguais entre si e os ângulos são iguais a 60° ;
- **isósceles:** quando dois lados e dois ângulos são iguais entre si;
- **escaleno:** todos os lados e ângulos são diferentes entre si.

Outra classificação diz respeito ao maior ângulo interno do triângulo. Nesse caso, o triângulo será:

- **acutângulo:** quando o maior ângulo for agudo, isto é, menor que 90° ;
- **retângulo:** quando o maior ângulo for reto, isto é, igual a 90° ;
- **obtusângulo:** quando o maior ângulo for obtuso, isto é, maior que 90° .

Figura 10 - Triângulos Acutângulo, Retângulo e Obtusângulo

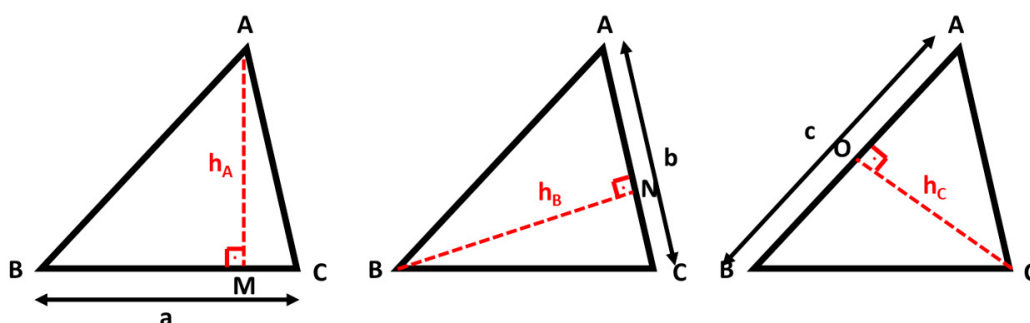


4.2. ÁREA DO TRIÂNGULO

A área do triângulo pode ser calculada como a metade do produto de um lado qualquer pela altura relativa a esse lado.

Vale observar que um triângulo possui três alturas, sendo cada uma relativa a um dos lados. Por definição, ela é a distância entre o lado desejado e o vértice oposto a ele. Lembre-se de que a distância entre um ponto e uma reta é medida pelo comprimento do segmento de reta perpendicular que passa pelo ponto e é perpendicular à reta dada. Vejamos graficamente para ficarem claras essas definições.

Figura 11 - Alturas de um Triângulo



Desse modo, a área de um triângulo pode ser calculada em função de qualquer um dos lados e de sua respectiva altura. Matematicamente, podemos escrever:

$$S = \frac{a \cdot h_A}{2} = \frac{b \cdot h_B}{2} = \frac{c \cdot h_C}{2}$$

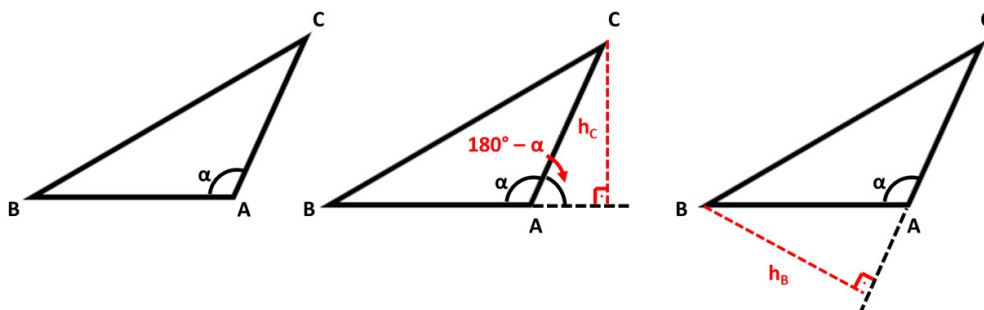
Uma propriedade interessante é uma altura qualquer de um triângulo sempre o divide em dois triângulos retângulos.

EXEMPLO

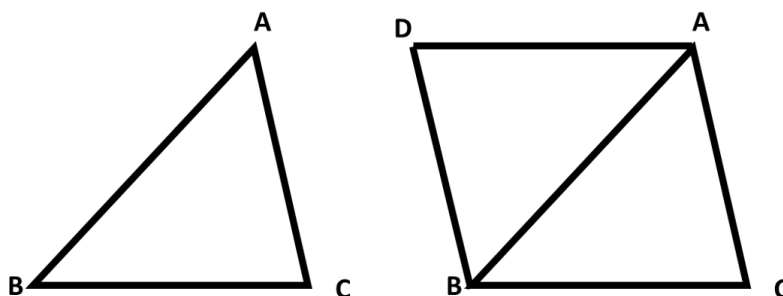
Na Figura 11, a altura h_A divide o triângulo ABC em dois triângulos AMC e AMB, ambos retângulos. A mesma observação também se aplica às alturas h_B e h_C , que criam os triângulos ANB, ANC, COB e COA, todos retângulos.

As três alturas de um triângulo somente são internas ao triângulo, no caso de um triângulo acutângulo. Se um triângulo ABC for obtusângulo em A, as duas alturas relativas aos vértices B e C serão segmentos de reta externos ao triângulo. Para construí-las, necessitamos do prolongamento dos lados.

Figura 12 - Uma das alturas do triângulo obtusângulo é um segmento de reta externo ao triângulo



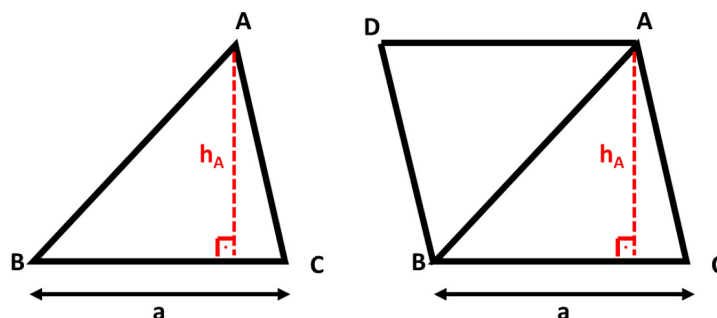
A demonstração dessa propriedade parte da ideia de que um triângulo qualquer pode ser entendido como a metade de um paralelogramo. Considere o triângulo ABC acima e tracemos uma paralela ao lado AC passando pelo vértice B e uma paralela ao lado BC passando pelo vértice A. Chamaremos de D o encontro desses dois segmentos de reta assim construídos.



Como AD é paralelo a BC e BD é paralelo a AC, o quadrilátero ABCD é um paralelogramo, tendo em vista que os seus lados são paralelos dois a dois.

Como consequência, o segmento AB é uma diagonal, e, assim, divide o paralelogramo em dois triângulos congruentes. Isto é, $BC = AD$ e $AC = DB$. Assim, a área do triângulo ABC é igual à metade da área do paralelogramo ABCD, que é calculada pelo produto base vezes altura.

Figura 13 - Demonstração da Área do Triângulo



Como a altura do paralelogramo é a mesma altura do triângulo, temos:

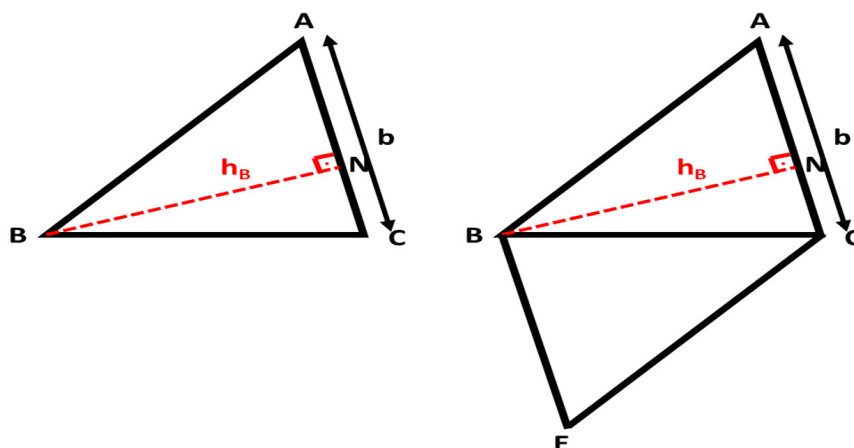
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot (base \cdot altura) = \frac{a \cdot h_A}{2}$$

Podemos provar que a mesma relação se aplica aos demais lados se construirmos outras paralelas.

EXEMPLO

Se construirmos a paralela ao lado AB pelo vértice C, teremos o paralelogramo ABCE. E, novamente, a área do triângulo ABC será metade da área de ABCE, que é dada pelo produto da sua base pela sua altura.

Figura 14 - Construção do Paralelogramo ABCE



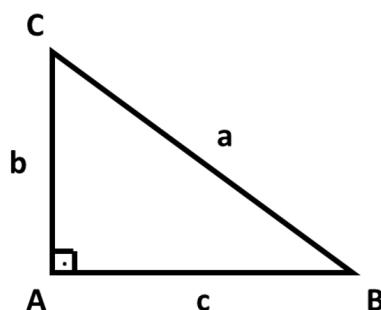
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot (base \cdot altura) = \frac{b \cdot h_B}{2}$$

4.2.1. ÁREA DO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Um triângulo retângulo é aquele que possui um ângulo reto (90°). Esse nome deriva do fato de que eles podem ser obtidos a partir de cortes em um retângulo.

Nesse tipo de triângulo, os lados recebem denominações específicas:

- **hipotenusa (a):** é o maior lado, sempre oposto ao ângulo reto;
- **catetos (b e c):** são os dois lados que formam o ângulo de 90° .



Perceba que, no triângulo retângulo, um cateto é a altura relativa em relação ao outro. Por isso, a sua área pode ser expressa simplesmente pela metade do produto dos catetos.

$$S = \frac{bc}{2}$$

4.3. POSTULADO DE EUCLIDES

O Teorema de Euclides estabelece que, sendo uma reta r e um ponto P externo à reta, **existe uma única reta paralela** à reta dada que passa pelo ponto P .

Considere a seguinte situação:

• P



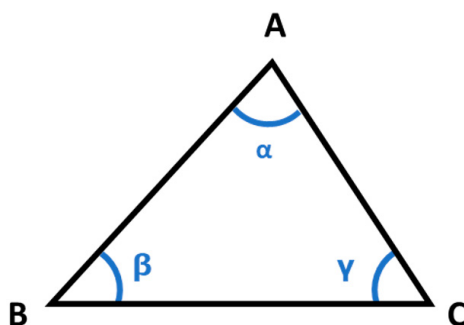
De acordo com o Postulado de Euclides, podemos traçar uma única reta paralela que passa pelo ponto P :

P

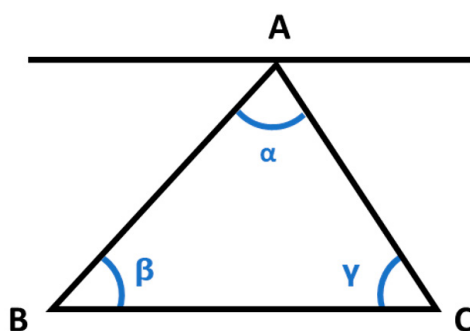


Esse postulado, apesar de parecer muito simples, é a base de toda a Geometria Plana que estudamos tradicionalmente.

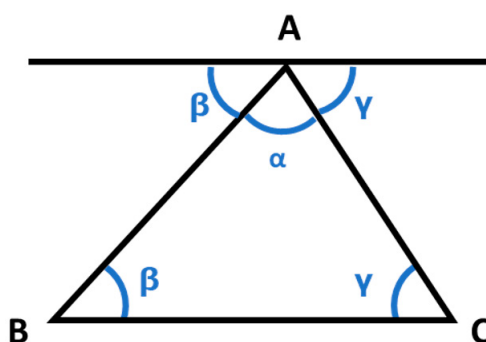
Uma de suas principais consequências diz respeito à soma dos ângulos internos de um triângulo. Considere um triângulo qualquer.



Podemos traçar uma paralela à reta BC passando pelo vértice A pelo Postulado de Euclides.



Temos um sistema de duas retas paralelas e transversais. Os lados AB e AC são duas transversais entre o par de retas paralelas que está desenhado. Podemos usar agora a informação de que os ângulos alternos internos são iguais.



A soma dos ângulos em torno do vértice A deve ser igual a 180° , pois corresponde a um ângulo raso. Sendo assim, temos:

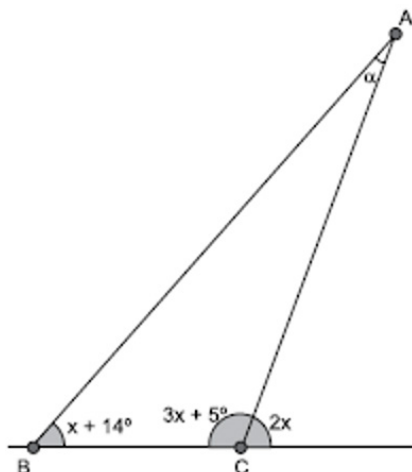
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Portanto, a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180° .

DIRETO DO CONCURSO



016. (VUNESP/PREFEITURA DE SÃO JOSÉ DOS CAMPOS-SP/FISCAL DE POSTURA E ÉTICA URBANA/2019) Um ângulo externo de um triângulo ABC, em graus, mede $2x$, conforme a figura.



A medida do ângulo α é igual a

- a) 21°
- b) 22°
- c) 23°
- d) 24°
- e) 25°



O ângulo interno e externo ao triângulo em relação ao ponto C somam 180° . Assim:

$$3x + 5 + 2x = 180$$

$$5x + 5 = 180$$

$$5x = 175$$

$$\therefore x = \frac{175}{5} = 35^\circ$$

Também sabemos que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° . Logo:

$$(x + 14) + (3x + 5) + (\alpha) = 180$$

$$4x + 14 + 5 + \alpha = 180$$

$$4x + 19 + \alpha = 180$$

$$\alpha = 180 - 4x - 19$$

$$\alpha = 161 - 4x$$

Como $x = 35$, temos:

$$\alpha = 161 - 4 \cdot 35$$

$$\alpha = 161 - 140$$

$$\therefore \alpha = 21^\circ$$

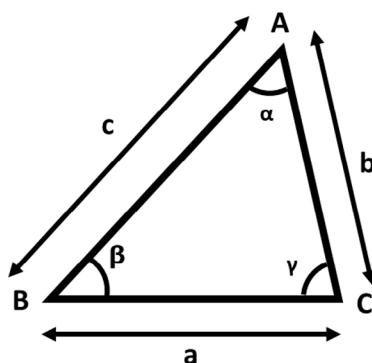
Letra a.

4.4. DESIGUALDADE TRIANGULAR

A desigualdade triangular estabelece que um lado qualquer é sempre menor que a soma e maior que o módulo da diferença dos outros dois:

$$|b - c| < a < b + c$$

A demonstração dessa desigualdade parte da ideia de que a linha reta é a menor distância entre dois pontos. Sejam os pontos:



Assim, a menor distância entre os pontos B e C é igual ao comprimento do segmento de reta entre eles, que é igual ao lado **a**. Dessa forma, qualquer outra forma de ligar os pontos B e C terá um comprimento maior. Podemos ligar B a C passando por A, assim teremos um par de segmentos: BA e AC. Então, podemos dizer que:

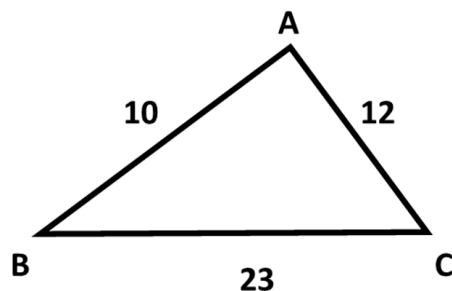
$$BC < BA + AC$$

$$a < b + c$$

Essa desigualdade pode ser útil para saber se existe um determinado triângulo com três medidas específicas.

EXEMPLO

Sabe-se que a distância entre as cidades A e B é igual a 10 km e que a distância entre as cidades A e C é igual a 12 km. Um determinado mapa afirma que a distância entre as cidades B e C é igual a 23 km. Isso é possível?



Para saber disso, devemos ver se a desigualdade triangular se aplica. Assim, o maior lado do triângulo deve ser menor que a soma dos outros dois:

$$23 < 10 + 12$$

$$23 < 22 \text{ (impossível)}$$

Chegamos a um absurdo. Portanto, o triângulo é impossível.

DIRETO DO CONCURSO

017. (FGV/PREFEITURA DE JOÃO PESSOA-PB/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2014) Um triângulo tem lados cujas medidas em centímetros são números inteiros. Um dos lados mede 12 cm e, dos outros dois, um deles mede o dobro do outro. O menor perímetro possível para esse triângulo é:

- a) 21 cm
- b) 24 cm
- c) 27 cm
- d) 30 cm
- e) 33 cm



Note que a questão se refere à desigualdade triangular. Por isso, o primeiro passo é anotar a relação:

$$b - c < a < b + c$$

Considere que o lado a vale 12 cm, conforme enunciado, assim temos:

$$a < b + c \therefore 12 < x + 2x$$

$$12 < 3x \therefore x > 4$$

$$\therefore x \in \{5, 6, 7 \dots\}$$

Agora, podemos concluir que o x assume qualquer número inteiro maior do que 4. Como a questão pede o menor perímetro possível, $x = 5$. O perímetro do triângulo pode ser dado por:

$$2p = 12 + x + 2x$$

$$2p = 12 + 3x$$

$$2p = 12 + 3.5 \therefore 2p = 27$$

Letra c.

018. (FGV/PREFEITURA DE SALVADOR-BA/TÉCNICO DE NÍVEL MÉDIO II/2017) A distância entre Alice e Beatriz é de 12 m. A distância de Beatriz até Carla é de 5 m. A distância de Beatriz até Carla é de 5 m. A distância de Carla até Diego é de 3 m. A menor distância possível entre Alice e Diego é:

- a) 3 m
- b) 4 m
- c) 5 m
- d) 15 m
- e) 20 m



A questão pode ser resolvida de algumas formas, o primeiro passo é anotar os dados:

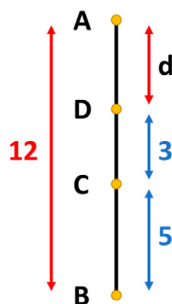
$$\overline{AB} = 12 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = 5 \text{ m}$$

$$\overline{CD} = 3 \text{ m}$$

$$\overline{AD} = ?$$

Quando os pontos estão alinhados, é possível verificar tanto a maior quanto a menor distância entre eles. Primeiramente, traçamos o segmento $\overline{AB}$ e, partindo do ponto B, voltamos e traçamos os demais. Dessa forma, temos:



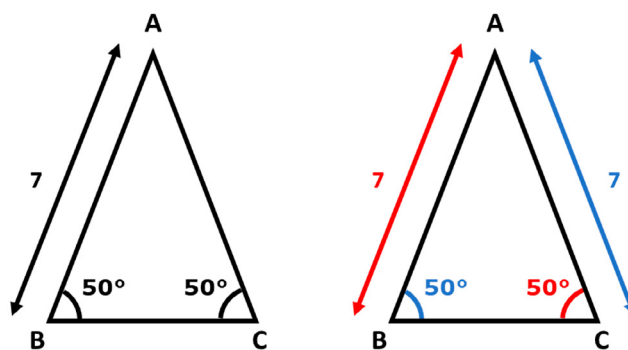
$$\overline{AB} - \overline{BC} - \overline{CD} = 12 - 5 - 3 = 4$$

Letra b.

4.5. TRIÂNGULO ISÓSCELES

Um fato importante a respeito dos **triângulos isósceles** é que existe uma relação de compromisso entre lado e o ângulo oposto. Quanto maior for um ângulo, maior será o lado a ele oposto.

Se dois ângulos forem iguais, necessariamente os lados a eles opostos serão iguais. Da mesma forma, se dois lados forem iguais, necessariamente os ângulos a eles opostos são iguais.

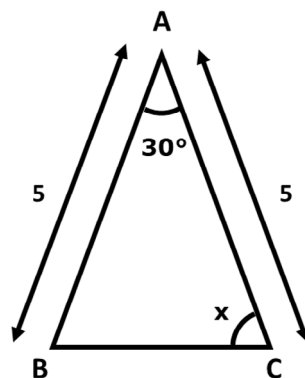


Nessa figura, como os ângulos B e C são iguais, o triângulo é isósceles. Portanto, os lados opostos a esses ângulos também são iguais. O lado $b = 7$ é oposto ao ângulo de 50° com vértice em B.

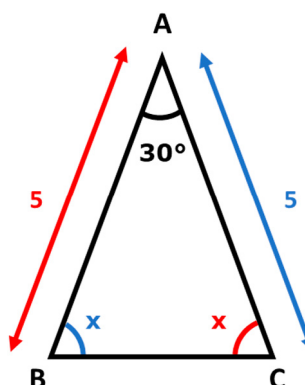
A recíproca também é verdadeira.

EXEMPLO

Considere a figura a seguir. Qual o valor do ângulo x ?



Como temos dois lados iguais a 5, o triângulo é isósceles, portanto temos dois ângulos iguais. Esses ângulos devem ser os ângulos opostos ao lado 5. No caso, são os ângulos no vértice B e no vértice C.



Por fim, basta aplicar a regra de que a soma dos ângulos de um triângulo é igual a 180° .

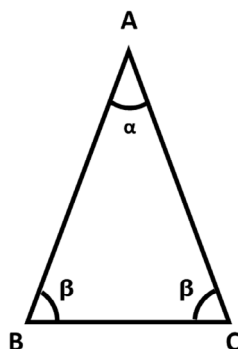
$$30^\circ + x + x = 180^\circ$$

$$30^\circ + 2x = 180^\circ \therefore 2x = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$\therefore x = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ$$

4.5.1. ALTURA DO TRIÂNGULO ISÓSCELES

Um triângulo ABC isósceles em A significa que os lados que partem desse vértice, isto é, os lados AB e AC, são iguais.

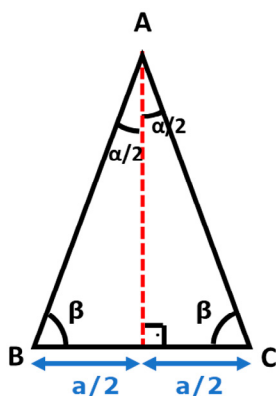


Esse triângulo pode ser dividido ao meio pelo vértice A por um segmento que será mediana, mediatriz, bissetriz e altura ao mesmo tempo. Adiante, você será apresentado(a) mais detalhadamente a esses conceitos.

Por hora, você precisa saber que o segmento que divide o triângulo ao meio:

- passa exatamente pelo ponto médio do lado oposto (BC);
- é perpendicular ao lado BC; e
- divide o ângulo do vértice A em duas partes iguais.

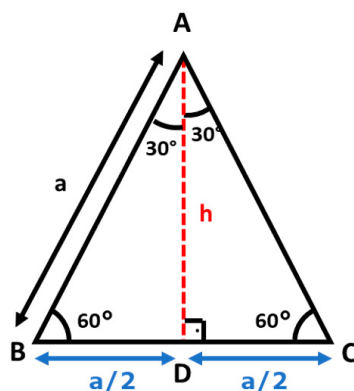
Vamos representar na figura:



4.5.2. ÁREA DO TRIÂNGULO EQUILÁTERO

Essa interessante propriedade permite calcular a área de um triângulo equilátero. O triângulo equilátero é um caso particular de um triângulo isósceles, em que não somente dois, mas todos os três ângulos são iguais entre si a 60° . Consequentemente, todos os lados são iguais.

Considere um triângulo equilátero genérico de lado a . Como todos os ângulos internos são iguais a 60° , temos:



A altura pode ser calculada, pois ADC é um triângulo retângulo com hipotenusa a e cateto $a/2$. Temos, portanto:

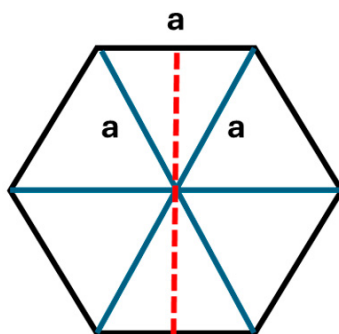
$$\begin{aligned} a^2 &= h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \\ \therefore h^2 &= a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \\ \therefore h &= \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

Como a área do triângulo é igual ao semiproduto da base pela altura, podemos escrever:

$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

4.5.3. ÁREA DO HEXÁGONO REGULAR

O hexágono regular é uma figura relativamente fácil de calcular sua área, porque ele pode ser decomposto em seis triângulo equiláteros com o mesmo lado, como mostrado na figura a seguir.



Como já sabemos a área de um triângulo equilátero, podemos também calcular a área do hexágono. Assim, temos:

$$A = 6 \cdot S_{\text{triângulo}} = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

É possível obter também a fórmula direta, simplificando por 2 o numerador e o denominador.

$$A = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$$

É desnecessário memorizar essa fórmula, pois você sempre pode utilizar a ideia de que a área do hexágono regular é igual a 6 vezes a área do triângulo equilátero com o mesmo lado.

DIRETO DO CONCURSO

019. (Q1911378/FUNDATEC/PREFEITURA DE VACARIA/TÉCNICO EM CONTABILIDADE/2021)

Um hexágono regular de perímetro 18 tem a área de:

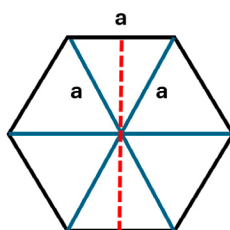
- a) $9\sqrt{3}$
- b) $18\sqrt{3}$
- c) $22\sqrt{3}/3$
- d) $25\sqrt{3}/2$
- e) $27\sqrt{3}/2$



Um hexágono tem 6 lados, portanto o comprimento de cada lado será:

$$a = \frac{18}{6} = 3$$

O hexágono regular pode ser subdividido em seis triângulos equiláteros, como mostrado a seguir:



Portanto, a área do hexágono regular é igual à 6 vezes a área de um triângulo equilátero de mesmo lado. Então, podemos escrever:

$$S = 6 \cdot S_{\text{triângulo}} = 6 \cdot \frac{\text{lado}^2\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{3^2\sqrt{3}}{4}$$

$$S = \frac{6 \cdot 9\sqrt{3}}{4} = \frac{3 \cdot 9\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2}$$

Letra e.

QUESTÕES COMENTADAS EM AULA

001. (FGV/SEE/PE/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2016)) Seja A uma aresta de um cubo. O número de arestas desse cubo que são reversas com a aresta A é:

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 6
- e) 7

002. (CESPE/ANS/ESPECIALISTA EM REGULAÇÃO DE SAÚDE SUPLEMENTAR/2013) Considerando que as retas R_1 , R_2 , R_3 e R_4 sejam distintas e estejam no mesmo plano, e que, se a reta R_i intercepta a reta R_j , P_{ij} , em que $i, j = 0, 1, 2, 3, 4$ e $i \neq j$ denote o ponto de interseção dessas retas, julgue os itens seguintes.

No caso de os pontos P_{12} , P_{13} e P_{14} existirem e $P_{12} = P_{13} = P_{14}$, então os pontos P_{34} e P_{23} também existirão e $P_{34} = P_{23}$.

003. (CESPE-CEBRASPE/ANS/ANALISTA ADMINISTRATIVO/2013) Se R_1 for perpendicular a R_2 e se R_3 for perpendicular a R_4 , então, no mínimo, duas dessas quatro retas serão paralelas.

004. (CESPE-CEBRASPE/ANS/ANALISTA ADMINISTRATIVO/2013) Se os pontos P_{12} , P_{13} e P_{23} existirem e forem distintos, então a reta R_1 não poderá ser perpendicular à reta R_2 .

005. (VUNESP/AVAREPREV-SP/TÉCNICO PREVIDENCIÁRIO/2020) Em uma escritura, consta que a área de um terreno é de 250000 m^2 . Essa área, em km^2 , corresponde a:

- a) 2500.
- b) 250.
- c) 25.
- d) 2,5.
- e) 0,25.

006. (NOSSO RUMO/MGS/ARTÍFICE/2017) É correto afirmar que 32 km^2 equivalem a:

- a) 320 ha
- b) 32.000 ha
- c) 320.000 ha
- d) 3.200 ha

007. (IADES/PM/DF/SOLDADO MÚSICO/2018) Para confecção de um bumbo, utiliza-se uma membrana de raio $R = 70$ cm. A área dessa membrana, em metros quadrados, é igual a:

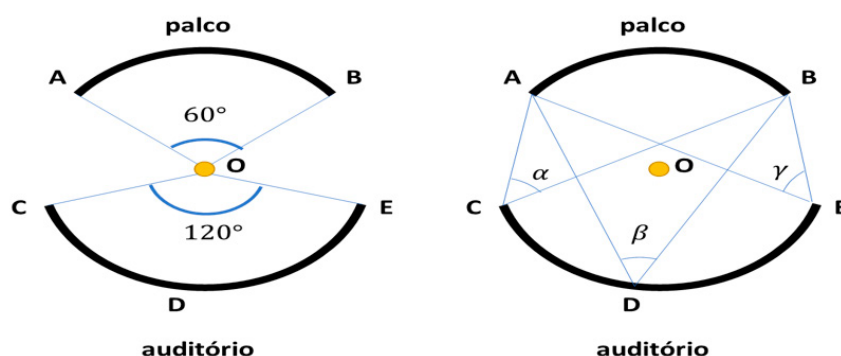


- a) 4.900π .
- b) $4,9 \pi$.
- c) 49π .
- d) 490π .
- e) $0,49 \pi$.

008. (CONSULPLAN/PREFEITURA DE CASCAVEL-PR/AGENTE COMUNITÁRIO DE SAÚDE/2016) Considere duas circunferências de perímetro 62,8 cm e 94,2 cm. Qual a diferença entre os raios destas circunferências? (Considere $\pi=3,14$).

- a) 2,5 cm
- b) 5 cm
- c) 9,5 cm
- d) 12 cm
- e) 15 cm

009. (INÉDITA/2024) O palco e o auditório foram construído na forma de arcos de circunferência AB e CE, que possuem o mesmo centro O e o mesmo raio $R = 10$ m.

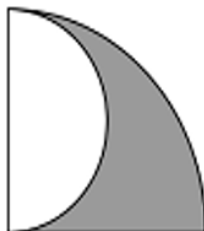


Sendo α , β e γ os ângulos de visada dos espectadores C, D e E, a respeito desse auditório, julgue os seguintes itens:

Dado: $\pi = 3$; $\sin 120^\circ = 0,5$.

A área do setor circular COE é igual a 50 m^2 .

010. (FGV/CODEMIG/ADVOGADO SOCIETÁRIO/2015) A região sombreada na figura é conhecida como “barbatana de tubarão” e foi construída a partir de um quadrante de círculo de raio 4 e de um semicírculo.



A área dessa “barbatana de tubarão” é:

- a) 2π
- b) $5\pi/2$
- c) 3π
- d) $7\pi/2$
- e) 4π

011. (INÉDITA/2024) O cômodo de um apartamento de formato retangular tem 3 metros por 4 metros de largura. Pode-se afirmar corretamente que a área desse cômodo é:

- a) 12 metros
- b) 14 metros
- c) 16 metros
- d) 18 metros
- e) 20 metros

012. (IADES/PM-DF/SOLDADO MÚSICO/2018) Considere hipoteticamente que se deseja pintar um muro de 20 m de comprimento por 2,8 m de altura. A tinta a ser adquirida é vendida em galões de 3,6 L e sabe-se que cada galão pinta 7 m^2 do muro.

Nessas condições, quantos litros de tinta serão necessários para a realização do serviço?

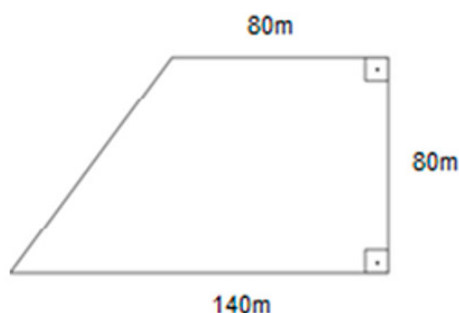
- a) 8
- b) 56
- c) 24
- d) 28,8
- e) 16

013. (FGV/IBGE/COORDENADOR CENSITÁRIO/2020) Um imóvel comercial é composto por uma sala retangular, medindo 3m de largura e 6m de comprimento, e um banheiro, medindo 1,5m de largura e 2m de comprimento.

A área total do imóvel, em metros quadrados, é:

- a) 12,5.
- b) 16,5.
- c) 18.
- d) 21.
- e) 36.

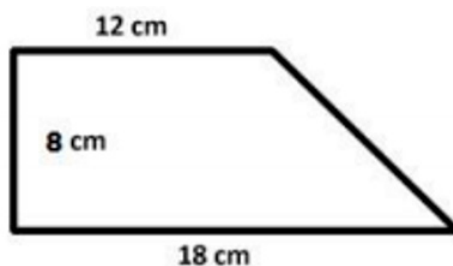
014. (COSANPA/TÉCNICO INDUSTRIAL/SANEAMENTO/2017) A plantação de um agricultor fica em um terreno em forma de trapézio retangular, cujas dimensões constam da figura a seguir:



Sabendo que esse agricultor utiliza diariamente, para irrigação, quatro litros de água por metro quadrado de plantação, a quantidade total de água utilizada em um dia para irrigar a plantação é, em litros,

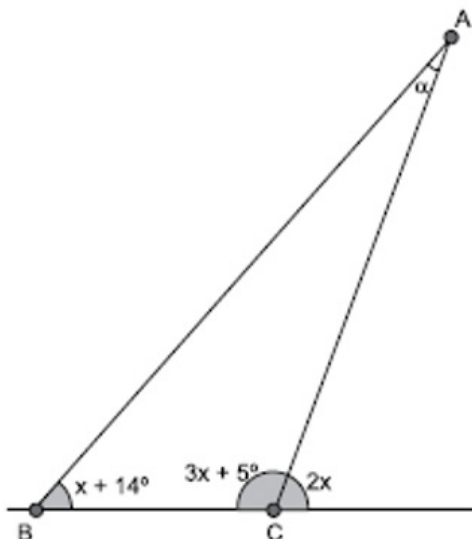
- a) 35,2.
- b) 120.
- c) 1200.
- d) 35200.

015. (INSTITUTO LEGATUS/PREFEITURA DE PASSAGEM FRANCA DO PIAUÍ/AGENTE ADMINISTRATIVO/2016) Pode-se afirmar que a área e o perímetro do trapézio abaixo são, respectivamente:



- a) 96 cm^2 e 46 cm
- b) 120 cm^2 e 38 cm
- c) 120 cm^2 e 48 cm
- d) 144 cm^2 e 38 cm
- e) 144 cm^2 e 42 cm

016. (VUNESP/PREFEITURA DE SÃO JOSÉ DOS CAMPOS-SP/FISCAL DE POSTURA E ÉTICA URBANA/2019) Um ângulo externo de um triângulo ABC, em graus, mede $2x$, conforme a figura.



A medida do ângulo α é igual a

- a) 21°
- b) 22°
- c) 23°
- d) 24°
- e) 25°

017. (FGV/PREFEITURA DE JOÃO PESSOA-PB/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2014) Um triângulo tem lados cujas medidas em centímetros são números inteiros. Um dos lados mede 12 cm e, dos outros dois, um deles mede o dobro do outro. O menor perímetro possível para esse triângulo é:

- a) 21 cm
- b) 24 cm
- c) 27 cm
- d) 30 cm
- e) 33 cm

018. (FGV/PREFEITURA DE SALVADOR-BA/TÉCNICO DE NÍVEL MÉDIO II/2017) A distância entre Alice e Beatriz é de 12 m. A distância de Beatriz até Carla é de 5 m. A distância de Beatriz até Carla é de 5 m. A distância de Carla até Diego é de 3 m. A menor distância possível entre Alice e Diego é:

- a) 3 m
- b) 4 m
- c) 5 m
- d) 15 m
- e) 20 m

019. (Q1911378/FUNDATEC/PREFEITURA DE VACARIA/TÉCNICO EM CONTABILIDADE/2021)

Um hexágono regular de perímetro 18 tem a área de:

- a) $9\sqrt{3}$
- b) $18\sqrt{3}$
- c) $22\sqrt{3}/3$
- d) $25\sqrt{3}/2$
- e) $27\sqrt{3}/2$

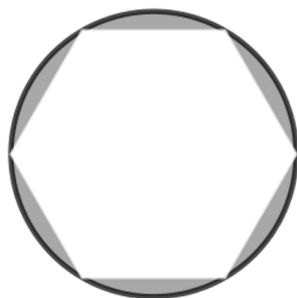
EXERCÍCIOS

020. (Q3345464-VUNESP/AUTORIDADE PORTUÁRIA DE SANTOS/TÉCNICO EM EDIFICAÇÕES/2024) Dentro de um terreno, foi demarcado um espaço retangular cuja área é igual a 1000 m^2 . A medida da largura desse espaço demarcado é 30 metros menor do que a medida do comprimento. Há a necessidade de se alterar a marcação do retângulo original criando um novo retângulo, com 3 metros a mais tanto na medida do comprimento como na medida da largura originais.

Com essas alterações nas medidas, a área desse novo espaço retangular será maior, em relação à área do espaço anteriormente planejado, em

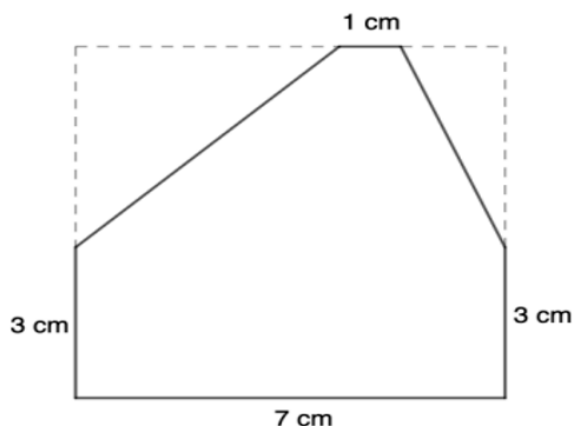
- a) 41,6%.
- b) 37,5%.
- c) 29,6%.
- d) 21,9%.
- e) 14,4%.

021. (Q3089764-FUNDATEC/IFRS/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2023) A figura a seguir ilustra um hexágono regular inscrito em um círculo. O apótema do hexágono mede $5\sqrt{3} \text{ cm}$. Qual é a área (em cm^2) da parte sombreada?



- a) $5 \cdot (3\pi - 2\sqrt{3})$
- b) $25 \cdot (2\pi - 3\sqrt{3})$
- c) $25 \cdot (2\pi - \sqrt{3})$
- d) $50 \cdot (3\pi - 2\sqrt{3})$
- e) $50 \cdot (2\pi - 3\sqrt{3})$

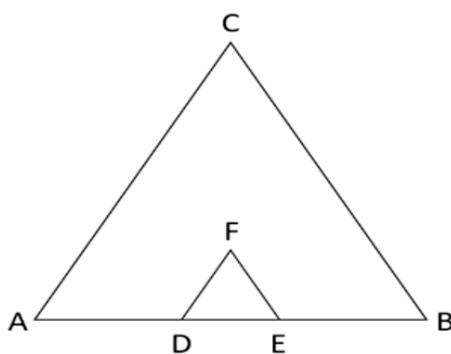
022. (FGV/BANESTES/TÉCNICO ADMINISTRATIVO/2023) A figura ilustra um hexágono convexo obtido a partir de dois cortes retilíneos sobre um quadrado de lado 7 cm.



Se cada um desses cortes começou e terminou em pontos pertencentes a lados do quadrado, a área desse hexágono, em cm^2 , mede:

- a) 34.
- b) 34,5.
- c) 35.
- d) 36,5.
- e) 37.

023. (Q3071847-FGV/CÂMARA DOS DEPUTADOS/ANALISTA LEGISLATIVO/2023) A figura a seguir mostra dois triângulos equiláteros, o maior de lado 16 e o menor de lado 4.

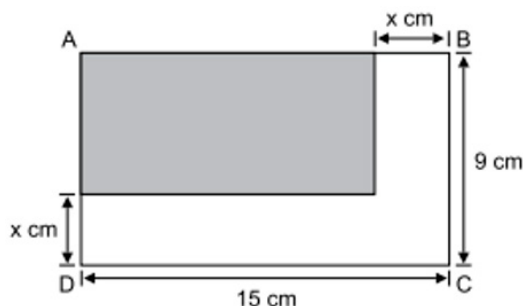


O triângulo menor está situado de modo que a distância de A a D seja igual à distância de E a B. Deseja-se preencher a região situada entre os dois triângulos com triângulos equiláteros de lado 1, sem sobrepô-los.

O número de triângulos de lado 1 necessários para fazer esse preenchimento é igual a

- a) 240.
- b) 280.
- c) 320.
- d) 360.
- e) 400.

024. (VUNESP/PREFEITURA DE SOROCABA-SP/TÉCNICO DE CONTROLE ADMINISTRATIVO/2019) A figura retangular ABCD representa a ideia para a confecção de um folheto, em que a região sombreada é também retangular.



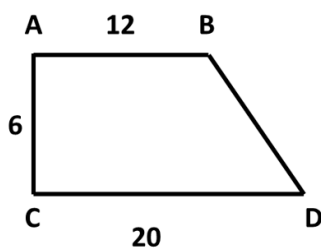
Sabendo-se que a área da região sombreada é 72 cm^2 , o perímetro dessa região é de:

- a) 28 cm.
- b) 30 cm.
- c) 32 cm.
- d) 34 cm.
- e) 36 cm.

025. (INÉDITA/2024) O palco de um teatro tem formato trapezoidal regular, com lados paralelos medindo 10 metros e 6 metros, com distância entre eles de 6 metros. Em uma reforma, decidiram revesti-lo com um material que custa R\$100 por metro quadrado. Qual será o custo total para revestir o palco?

- a) R\$4.200
- b) R\$4.400
- c) R\$4.600
- d) R\$4.800
- e) R\$5.000

026. (INÉDITA/2024) Calcule a área da seguinte figura plana.



- a) 48
- b) 60
- c) 72
- d) 96
- e) 108

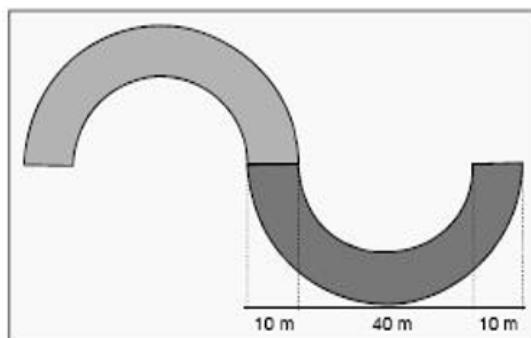
027. (VUNESP/PREFEITURA DE MARÍLIA-SP/AGENTE DE CONTROLE DE ENDEMIAS/2017) Um construtor mediu um terreno retangular e encontrou as seguintes medidas: 16 metros de frente por 32 metros de fundos. Na escritura desse terreno, consta que ele tem 15 metros de frente e 30 metros de fundos. O perímetro e a área do terreno medidos pelo construtor são maiores do que o perímetro e a área, respectivamente, das medidas indicadas na escritura em:

- a) 3 m e 2 m^2
- b) 3 m e 16 m^2
- c) 6 m e 32 m^2
- d) 6 m e 62 m^2
- e) 9 m e 124 m^2

028. (VUNESP/PREFEITURA DE FERRAZ DE VASCONCELOS-SP/GUARDA MUNICIPAL/2020) Um terreno tem a forma de um triângulo retângulo. A medida do menor lado é 10 m menor que a medida do lado que não é o maior. Se a área desse terreno é de 600 m^2 , então seu perímetro é de:

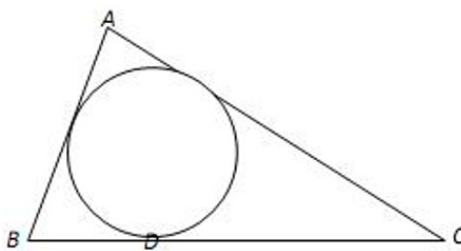
- a) 110 m.
- b) 120 m.
- c) 130 m.
- d) 140 m.
- e) 150 m.

029. (CESPE/TSE/TÉCNICO JUDICIÁRIO-ÁREA ADMINISTRATIVA/2007) Um novo prédio de 40 m de altura está sendo planejado para um tribunal regional eleitoral. A figura acima ilustra a planta baixa da base desse novo prédio, composta de duas partes iguais, onde cada parte é formada por semicírculos concêntricos de diâmetros 40 m e 60 m, respectivamente. Tomando-se 3,1 como valor aproximado para π , é correto concluir que a área da base desse novo prédio é:



- a) Inferior a 1.600 m^2 .
- b) Superior a 1.600 m^2 e Inferior a 2.000 m^2 .
- c) Superior a 2.000 m^2 e Inferior a 2.400 m^2 .
- d) Superior a 2.400 m^2 .

030. (FGV/CODESP-SP/GUARDA PORTUÁRIO/2017) No triângulo ABC da figura a seguir, $\overline{AB} = 7$, $\overline{AC} = 10$ e $\overline{BC} = 11$, e a circunferência inscrita no triângulo tangencia o lado CB no ponto D.



O segmento $\overline{DC}$ mede:

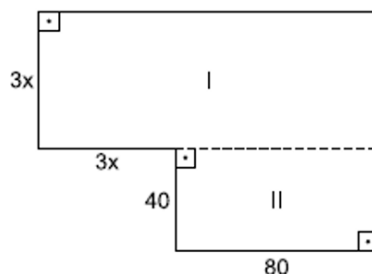
- a) 6,5.
- b) 5,5.
- c) 6.
- d) 7.
- e) 7,5.

031. (FGV/PREFEITURA DE SALVADOR-BA/AUXILIAR DE DESENVOLVIMENTO INFANTIL/2017) Uma varanda retangular de 6,0 m por 1,8 m terá sua superfície coberta com cerâmica. O metro quadrado (m²) dessa cerâmica custa R\$ 60,00.

O valor aproximado em reais para o custo dessa cerâmica é de:

- a) 618
- b) 632
- c) 650
- d) 675
- e) 700

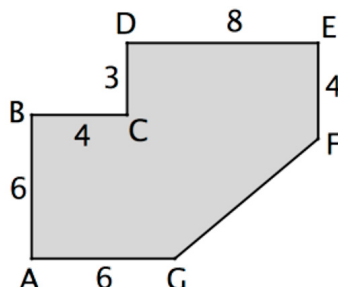
032. (VUNESP/PREFEITURA DE SÃO JOSÉ DOS CAMPOS-SP/PROFESSOR I/2019) Um painel informativo, com a forma e as dimensões indicadas em centímetros na figura, foi dividido em duas regiões retangulares, I e II, para segmentar as informações.



Se o perímetro desse painel é 480 cm, então a sua área total é de:

- a) 8800 cm²
- b) 9600 cm²
- c) 10400 cm²
- d) 11600 cm²
- e) 11800 cm²

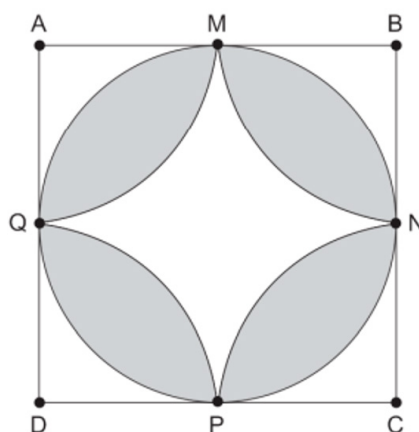
033. (FGV/TJ/PI/ANALISTA JUDICIÁRIO–ESCRIVÃO/2015) A figura abaixo mostra a planta de um salão. Os ângulos A, B, C, D e E são retos e as medidas assinaladas estão em metros. A área desse salão em m² é:



- a) 81
- b) 86
- c) 90
- d) 94
- e) 96

034. (Q3100861-FGV/PREFEITURA DE SÃO JOSÉ DOS CAMPOS/PROFESSOR/2023) Com frequência, áreas de figuras planas de maior complexidade podem ser obtidas pela sua decomposição em figuras geométricas mais simples, cujas áreas são mais fáceis de calcular e pela composição dos resultados obtidos na etapa anterior.

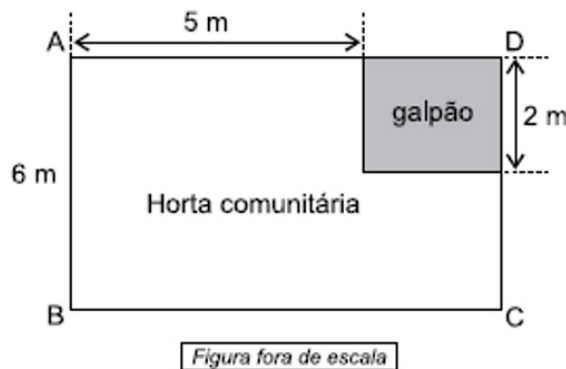
A figura a seguir foi construída a partir de um quadrado ABCD que circunscreve um círculo. M, N, P e Q são os pontos em que o círculo tangencia os lados do quadrado e os arcos MN, NP, PQ e MQ medem 90°.



Sejam S_1 e S_2 , respectivamente, as áreas do quadrado ABCD e do círculo que ele circunscreve. A área destacada na figura corresponde a

- a) $2.S_1 - S_2$
- b) $2.S_2 - S_1$
- c) $S_1 - S_2$
- d) $S_1 - S_2/2$
- e) $S_2 - S_1/2$

035. (VUNESP/PREFEITURA DE MORRO AGUDO -SP/AGENTE DO SETOR DE ÁGUA E ESGOTO/2020) Em um espaço retangular ABCD, com 6 m de largura, foi feito um pequeno galpão retangular, e o restante do espaço foi utilizado para uma horta comunitária, conforme mostra a figura.



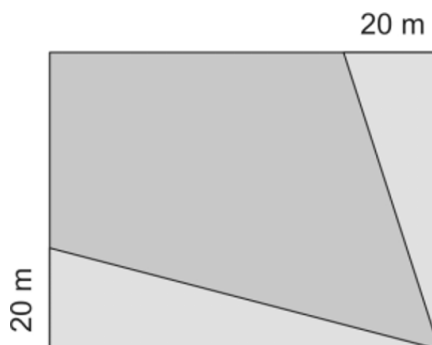
Sabendo-se que o perímetro do galpão é de 10 m, a área da horta comunitária é igual a

- a) 34 m^2 .
- b) 36 m^2 .
- c) 38 m^2 .
- d) 40 m^2 .
- e) 42 m^2 .

036. (CESPE/TJ-PR/TÉCNICO JUDICIÁRIO/2019) O carpinteiro José cortou um retângulo de madeira medindo 80 cm de comprimento por 60 cm de largura. Ele precisa cortar outro retângulo, com a mesma área do primeiro, mas com comprimento um quarto maior que o daquele outro. Desse modo, em relação à largura do primeiro retângulo, a largura do segundo deverá

- a) diminuir um terço.
- b) diminuir um quinto.
- c) aumentar três vezes.
- d) aumentar um quinze avos.
- e) aumentar trinta e seis quinze avos.

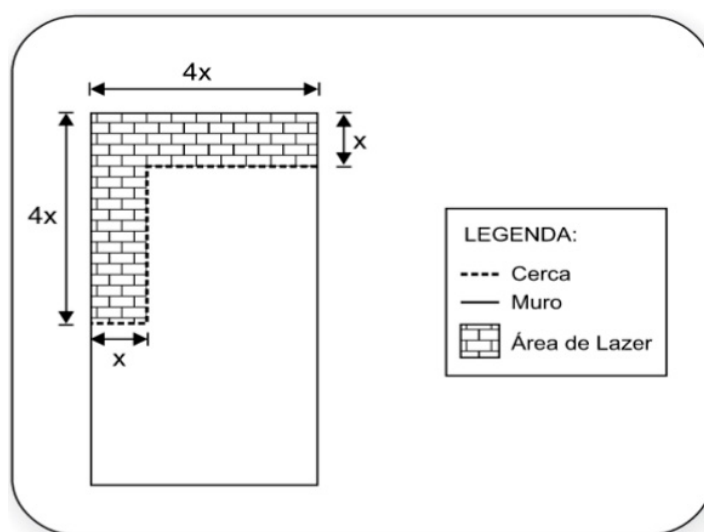
037. (Q2720933-FCC/PM-BA/SOLDADO DA POLÍCIA MILITAR/2023) Num terreno retangular com 80 m de comprimento e 60 m de largura, duas áreas triangulares foram demarcadas para o plantio de árvores, como mostra a figura. O comprimento de um dos lados de cada triângulo é 20 m.



A área da parte restante do terreno é, em m^2 :

- a) 3600
- b) 3800
- c) 2400
- d) 3000
- e) 3400

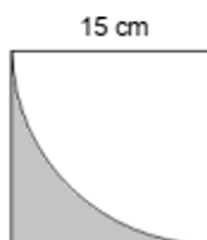
038. (VUNESP/UNESP/ASSISTENTE ADMINISTRATIVO I/2016) Francisco adquiriu um terreno cuja área é de $700 m^2$. Ele pretende reservar um espaço para construir uma área de lazer que vai ocupar um quarto do terreno e possuir as seguintes características:



A extensão da cerca, em metros, que separa a área de lazer do espaço restante do terreno é igual a:

- a) 5
- b) 7
- c) 35
- d) 40
- e) 175

039. (FCC/SABESP/ESTAGIÁRIO DE ENSINO SUPERIOR/2019) Verifica-se na figura abaixo, um quadrado e um arco de circunferência.



O perímetro da região cinza é:

- a) $30 + (15/2)\pi$
- b) $30 + (2/15)\pi$
- c) $15 + (15/2)\pi$
- d) $15 + (2/15)\pi$
- e) 30

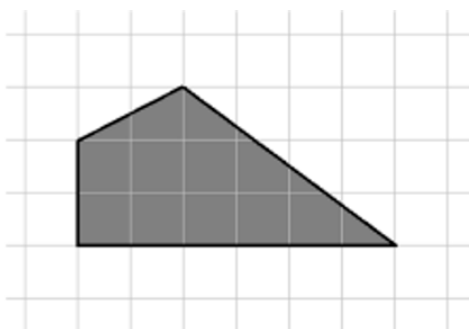
040. (UTFPR/UTFPR/ASSISTENTE EM ADMINISTRAÇÃO/2018) Determinada imagem quadrada com dimensões de 10 cm por 10 cm será ampliada e terá a área triplicada, sem alterar a forma. As novas dimensões da figura, em número inteiro, são aproximadamente:

- a) 30 cm x 10 cm
- b) 17 cm x 17 cm
- c) 30 cm x 30 cm
- d) 20 cm x 20 cm
- e) 15 cm x 20 cm

041. (UNIFESP/UNIFESP/ASSISTENTE ADMINISTRAÇÃO/2018) Sabendo-se que os lados de um triângulo medem 4 cm, 5 cm e 3 cm. Sua área é de:

- a) 0,006 cm²
- b) 60 cm²
- c) 0,0006 m²
- d) 0,6 cm²
- e) 0,06 m²

042. (FCC/PREFEITURA DE MACAPÁ-AP/PROFESSOR ANOS INICIAIS/2018) A figura abaixo indica um quadrilátero, desenhado sobre uma malha quadriculada formada por quadradinhos de 1 cm² cada.



A área do quadrilátero desenhado é igual a

- a) 10,5 cm².
- b) 10 cm².
- c) 9,5 cm².
- d) 11 cm².
- e) 11,5 cm².

043. (Q3117033-FGV/PREFEITURA DE SÃO JOSÉ DOS CAMPOS/ASSISTENTE TÉCNICO/2024)

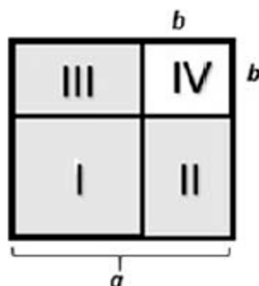
Um terreno tem a forma de um quadrilátero ABCD onde os ângulos de vértices B e C são retos. São dadas as medidas: $AB = 22$ m, $BC = 20$ m e $CD = 34$ m.

Uma cerca reta será construída do ponto A ao ponto P do lado CD de forma que o terreno fique dividido em duas partes de mesma área.

O segmento CP mede

- a) 5m.
- b) 6m.
- c) 7m.
- d) 8m.
- e) 9m.

044. (CESPE/SEED-PR /PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2021) Um terreno quadrado de lado a foi dividido conforme ilustrado na figura a seguir.



Na divisão, a área total do terreno foi dividida em lotes, ficando o lote IV com a forma de um quadrado de lado b .

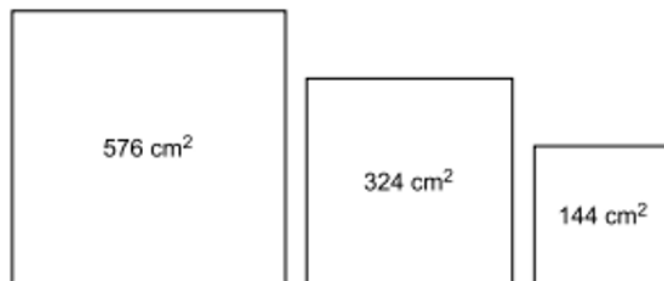
Com base nas informações e na figura apresentadas, assinale a opção que mostra a expressão que representa a soma das áreas dos lotes II e III indicados na figura.

- a) $a^2 - b^2$
- b) $2 \cdot (a \cdot b - b^2)$
- c) $2a^2 - 2a \cdot b$
- d) $a^2 - 2a \cdot b + b^2$
- e) $a^2 + a \cdot b + b^2$

045. (VUNESP/FITO/AUXILIAR DE ADMINISTRAÇÃO-ÁUDIO E VÍDEO/2020) Utilizando uma fotocopadora, Bruna deseja ampliar em 44% a área de uma imagem retangular que mede 15,0 cm x 20,0 cm. Considerando que não haverá distorções nesse processo de ampliação, a imagem ampliada medirá:

- a) 6,6 cm x 8,8 cm.
- b) 15,9 cm x 21,2 cm.
- c) 18,0 cm x 24,0 cm.
- d) 18,3 cm x 24,4 cm.
- e) 21,6 cm x 28,8 cm.

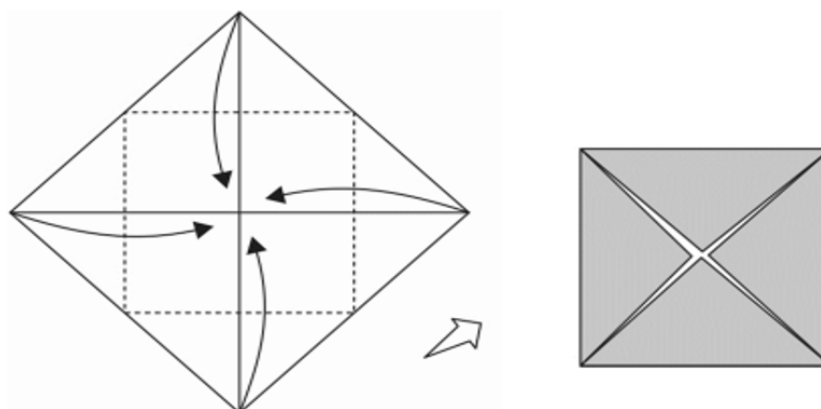
046. (VUNESP/PREFEITURA DE RIBEIRÃO PRETO-SP/PROFESSOR DE EDUCAÇÃO BÁSICA III-EDUCAÇÃO BÁSICA-ARTE/2019) A figura a seguir representa três folhas de cartolina de formato quadrado.



Essas três folhas serão recortadas em cartões de formato quadrado, todos de mesmo tamanho, com a maior área possível, sem desperdício nenhum. O número de cartões que serão recortados é igual a:

- a) 31.
- b) 30.
- c) 29.
- d) 28.
- e) 27.

047. (FCC/SABESP/ESTAGIÁRIO DE ENSINO MÉDIO REGULAR/2019) Na figura a seguir, encontram-se as instruções para a confecção de um envelope a partir da dobradura, na linha pontilhada, de uma folha de papel quadrada.



Para se obter um envelope de 12 cm de lado, a medida, em centímetros, da diagonal da folha original deve ser de

- a) 12
- b) 54
- c) 30
- d) 48
- e) 24

048. (VUNESP/AVAREPREV-SP/TÉCNICO PREVIDENCIÁRIO/2020) Um terreno retangular, com 1728 metros quadrados de área, tem o maior lado medindo 12 metros a mais que o menor lado. A razão entre as medidas do menor e do maior lado desse terreno é igual a:

- a) 0,75.
- b) 0,70.
- c) 0,65.
- d) 0,60.
- e) 0,55.

049. (CESPE/PRF/POLICIAL RODOVIÁRIO FEDERAL/2008) Considerando, em relação às figuras acima, que, na figura I, as 4 curvas são quartos de círculo; nas figuras II, III e IV, as curvas são 2 semicírculos; na figura V, aparece 1 quarto de círculo e, interno a ele, um semicírculo, nessa situação, as figuras em que as partes sombreadas têm áreas iguais são:

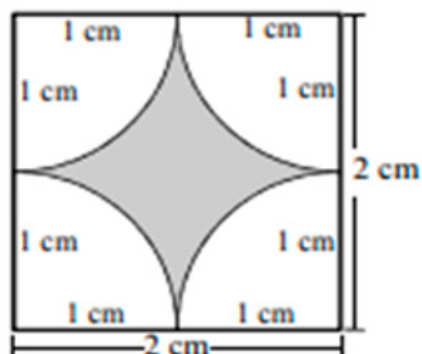


Figura I

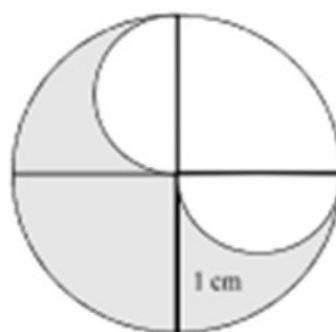


Figura II

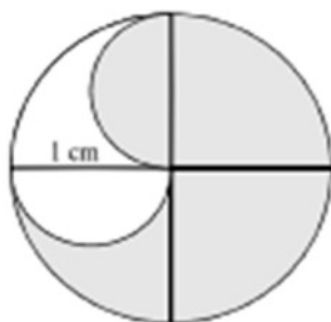


Figura III

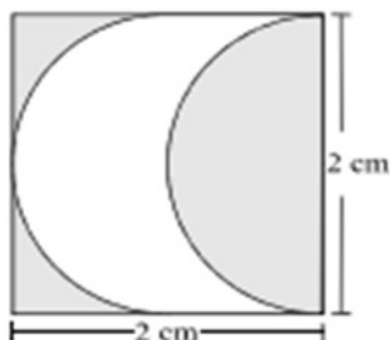


Figura IV

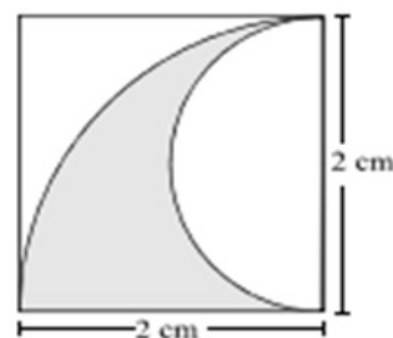
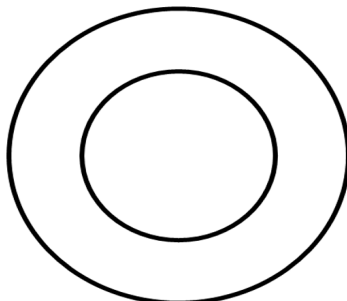


Figura V

- a) I e IV
- b) I e V
- c) II e III
- d) II e V
- e) III e IV

050. (INÉDITA/2024) Se os círculos da figura abaixo são concêntricos e os diâmetros obedecem a uma progressão aritmética de razão 3, e o primeiro círculo possui 2cm de raio, então o 15º círculo terá área igual a 500π .



GABARITO

- | | | |
|-------|-------|-------|
| 1. c | 18. b | 35. e |
| 2. C | 19. e | 36. b |
| 3. E | 20. d | 37. e |
| 4. E | 21. e | 38. c |
| 5. e | 22. e | 39. a |
| 6. d | 23. a | 40. b |
| 7. e | 24. e | 41. c |
| 8. b | 25. d | 42. d |
| 9. E | 26. d | 43. b |
| 10. a | 27. d | 44. b |
| 11. a | 28. b | 45. c |
| 12. d | 29. a | 46. c |
| 13. d | 30. d | 47. e |
| 14. d | 31. c | 48. a |
| 15. c | 32. d | 49. d |
| 16. a | 33. a | 50. E |
| 17. c | 34. b | |

GABARITO COMENTADO

- 020.** (Q3345464-VUNESP/AUTORIDADE PORTUÁRIA DE SANTOS/TÉCNICO EM EDIFICAÇÕES/2024)
Dentro de um terreno, foi demarcado um espaço retangular cuja área é igual a 1000 m². A medida da largura desse espaço demarcado é 30 metros menor do que a medida do comprimento. Há a necessidade de se alterar a marcação do retângulo original criando um novo retângulo, com 3 metros a mais tanto na medida do comprimento como na medida da largura originais. Com essas alterações nas medidas, a área desse novo espaço retangular será maior, em relação à área do espaço anteriormente planejado, em
- a) 41,6%.
 - b) 37,5%.
 - c) 29,6%.
 - d) 21,9%.
 - e) 14,4%.



Supondo que a largura do espaço seja “x”, então o comprimento será “x + 30”, logo podemos escrever que a área do espaço é:

$$S = x \cdot (x + 30) = 1000$$

$$x^2 + 30x = 1000$$

$$x^2 + 30x - 1000 = 0$$

Vamos resolver a equação de segundo grau tirando o discriminante.

$$x = \frac{-30 \pm \sqrt{30^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1000)}}{2 \cdot 1} = \frac{-30 \pm \sqrt{900 + 4000}}{2} = \frac{-30 \pm \sqrt{4900}}{2}$$

Como “x” deve um número positivo, então devemos escolher a raiz com o sinal de +.

$$x = \frac{-30 + 70}{2 \cdot 1} = \frac{40}{2} = 20$$

Portanto, o espaço tem 20 metros de largura e 50 metros de comprimento. Como o novo espaço vai ganhar 3 metros em cada dimensão, o novo espaço terá 23 metros de largura por 53 metros de comprimento. Então, a nova área do espaço será:

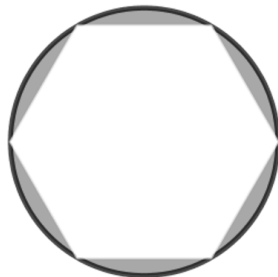
$$S' = 23 \cdot 53 = 1219$$

Assim, o aumento percentual pode ser escrito como a variação da área dividida pela área inicial.

$$aument = \frac{S' - S}{S} = \frac{1219 - 1000}{1000} = \frac{219}{1000} = 21,9\%$$

Letra d.

021. (Q3089764-FUNDATEC/IFRS/PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2023) A figura a seguir ilustra um hexágono regular inscrito em um círculo. O apótema do hexágono mede $5\sqrt{3}$ cm. Qual é a área (em cm^2) da parte sombreada?



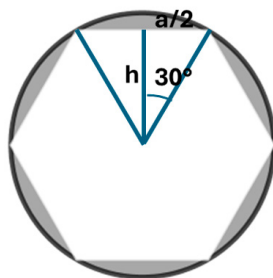
- a) $5 \cdot (3\pi - 2\sqrt{3})$
- b) $25 \cdot (2\pi - 3\sqrt{3})$
- c) $25 \cdot (2\pi - \sqrt{3})$
- d) $50 \cdot (3\pi - 2\sqrt{3})$
- e) $50 \cdot (2\pi - 3\sqrt{3})$



A área desejada pode ser obtida como a área de um círculo menos a área de um hexágono. Assim, podemos escrever:

$$S = S_{\text{círculo}} - S_{\text{hexágono}}$$

O hexágono regular pode ser dividido em 6 triângulos equiláteros iguais. O apótema do hexágono corresponde à altura de um desses triângulos. E, com base nisso, podemos calcular tanto o lado do hexágono como o raio da circunferência. Vejamos na figura:



Podemos utilizar o seno de 30° .

$$\begin{aligned} \cos 30^\circ &= \frac{h}{a} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} &= \frac{5\sqrt{3}}{a} \\ \therefore a &= \frac{5\sqrt{3} \cdot 2}{\sqrt{3}} = 10 \end{aligned}$$

Então, podemos concluir que tanto o lado do hexágono quanto o raio da circunferência são iguais a 10.

A área do círculo é dada por:

$$S_{\text{círculo}} = \pi R^2 = \pi \cdot 10^2 = 100\pi$$

Por outro lado, a área do hexágono é igual à área dos 6 triângulos equiláteros que o compõem:

$$S_{\text{hexágono}} = 6 \cdot S_{\text{triângulo}} = 6 \cdot \frac{\text{lado}^2 \sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{10^2 \sqrt{3}}{4} = 150\sqrt{3}$$

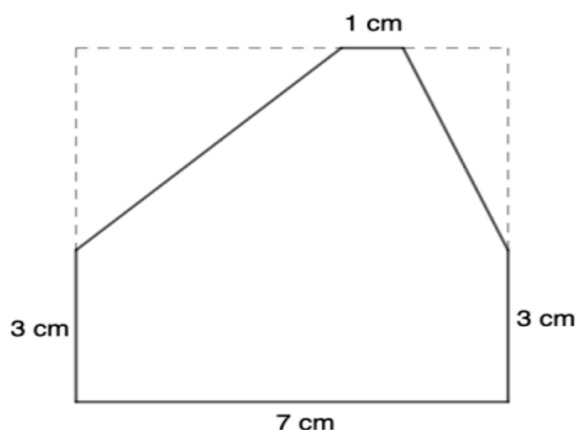
Então, a área desejada é:

$$S = S_{\text{círculo}} - S_{\text{hexágono}}$$

$$S = 100\pi - 150\sqrt{3} = 50 \cdot (2\pi - 3\sqrt{3})$$

Letra e.

022. (FGV/BANESTES/TÉCNICO ADMINISTRATIVO/2023) A figura ilustra um hexágono convexo obtido a partir de dois cortes retilíneos sobre um quadrado de lado 7 cm.

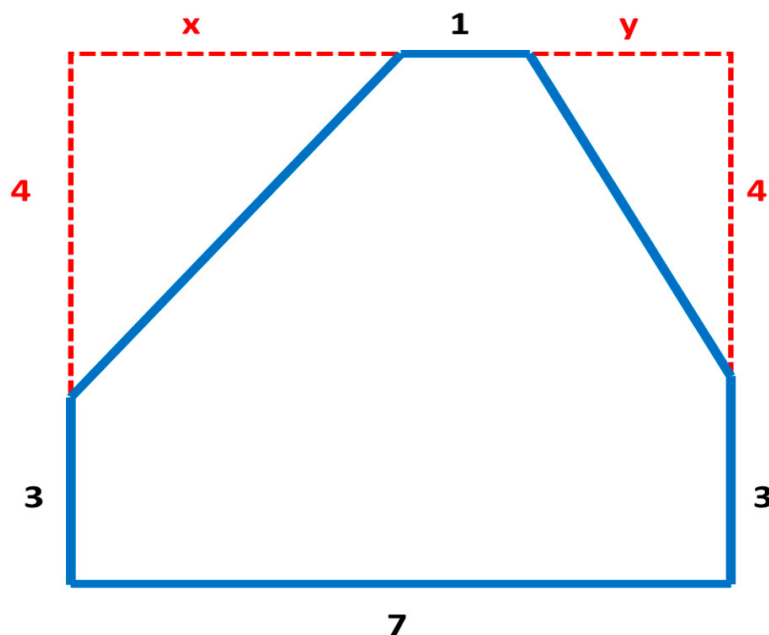


Se cada um desses cortes começou e terminou em pontos pertencentes a lados do quadrado, a área desse hexágono, em cm^2 , mede:

- a) 34.
- b) 34,5.
- c) 35.
- d) 36,5.
- e) 37.



Vamos completar o quadrado e as dimensões. Vale notar que não sabemos exatamente o ponto em que os dois cortes se encontram no lado superior do quadrado, então, vamos dar coeficientes incógnitas.



Embora não saibamos os valores de x e y , mas podemos saber sua soma, pois eles completam o lado do quadrado:

$$x + 1 + y = 7$$

$$\therefore x + y = 7 - 1 = 6$$

Veja que a área do hexágono corresponde à área do quadrado menos a área de dois triângulos. Então, podemos escrever:

$$S_{quad} = 7^2 = 49$$

As áreas dos triângulos podem ser calculadas como base vezes altura dividido por 2.

$$S_1 = \frac{4 \cdot x}{2} = 2x$$

$$S_2 = \frac{4 \cdot y}{2} = 2y$$

Então, a soma das áreas dos triângulos é:

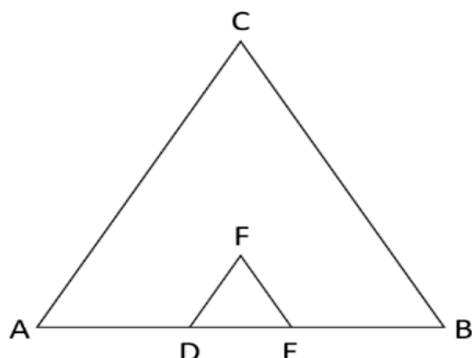
$$S_1 + S_2 = 2x + 2y = 2 \cdot (x + y) = 2 \cdot 6 = 12$$

Por fim, a área do hexágono pode ser obtida como a área do quadrado total menos as áreas dos dois triângulos. Assim, temos:

$$S_{Hex} = S_{quad} - S_1 - S_2 = 49 - 12 = 37 \text{ cm}^2$$

Letra e.

023. (Q3071847-FGV/CÂMARA DOS DEPUTADOS/ANALISTA LEGISLATIVO/2023) A figura a seguir mostra dois triângulos equiláteros, o maior de lado 16 e o menor de lado 4.



O triângulo menor está situado de modo que a distância de A a D seja igual à distância de E a B. Deseja-se preencher a região situada entre os dois triângulos com triângulos equiláteros de lado 1, sem sobrepô-los.

O número de triângulos de lado 1 necessários para fazer esse preenchimento é igual a

- a) 240.
- b) 280.
- c) 320.
- d) 360.
- e) 400.



Primeiramente, vamos calcular a área do triângulo maior:

$$S_{ABC} = \frac{\text{lado}^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{16^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{256 \sqrt{3}}{4} = 64 \sqrt{3}$$

Façamos o mesmo com a área do triângulo menor que está posicionado dentro dele.

$$S_{DEF} = \frac{\text{lado}^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} = 4 \sqrt{3}$$

Portanto, a área a ser preenchida é:

$$S = S_{ABC} - S_{DEF} = 64 \sqrt{3} - 4 \sqrt{3} = 60 \sqrt{3}$$

Por fim, a área dos pequenos triângulos equiláteros de lado 1 que serão utilizados no preenchimento é:

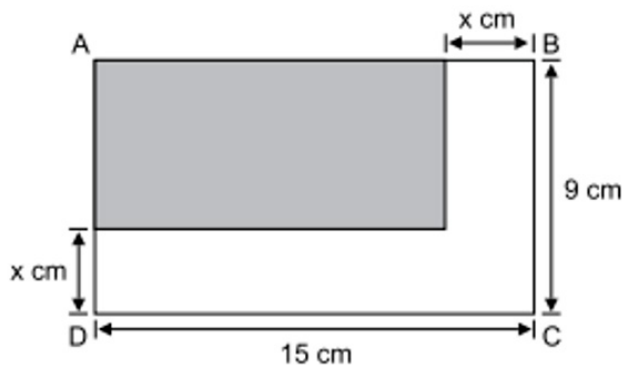
$$S_1 = \frac{\text{lado}^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{1^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Portanto, o número de triângulos equiláteros necessários para o preenchimento:

$$N = \frac{60 \sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{4}} = 60 \sqrt{3} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} = 60 \cdot 4 = 240$$

Letra a.

024. (VUNESP/PREFEITURA DE SOROCABA-SP/TÉCNICO DE CONTROLE ADMINISTRATIVO/2019)
A figura retangular ABCD representa a ideia para a confecção de um folheto, em que a região sombreada é também retangular.

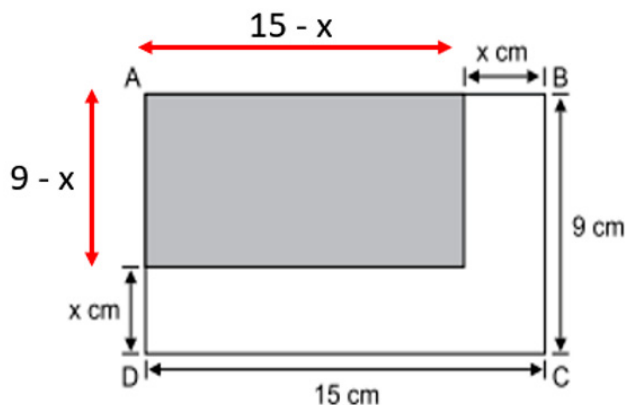


Sabendo-se que a área da região sombreada é 72 cm^2 , o perímetro dessa região é de:

- a) 28 cm.
- b) 30 cm.
- c) 32 cm.
- d) 34 cm.
- e) 36 cm.



Primeiro, analisaremos a região sombreada. Analise a figura do problema.



Sabendo a fórmula de área, podemos encontrar o valor de x .

$$\text{Área} = \text{base} \cdot \text{altura}$$

$$72 = (9 - x) \cdot (15 - x)$$

$$72 = 135 - 9x - 15x + x^2$$

$$72 = 135 - 24x + x^2$$

$$x^2 - 24x + 63 = 0$$

Para sermos mais rápidos, podemos resolver a equação de segundo grau por soma e produto. Dessa forma, para $ax^2 + bx + c = 0$, temos:

$$Soma = \frac{-b}{a}$$

$$Produto = \frac{c}{a}$$

Então:

$$Soma = \frac{-(-24)}{1} = 24$$

$$Produto = \frac{63}{1} = 63$$

Assim, os dois números, cuja soma é 24 e o produto entre eles é 63, são:

$$x = 21 \text{ e } x' = 3$$

Como o valor de x precisa ser menor que os lados do retângulo (15cm e 9 cm), logo $x=3$.

Assim, o perímetro do retângulo sombreado será:

$$Perímetro = (Lado A) \cdot 2 + (Lado B) \cdot 2$$

$$Perímetro = (15 - x) \cdot 2 + (9 - x) \cdot 2$$

$$Perímetro = (15 - 3) \cdot 2 + (9 - 3) \cdot 2$$

$$Perímetro = 12 \cdot 2 + 6 \cdot 2$$

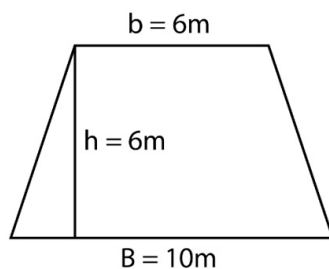
$$Perímetro = 24 + 12$$

$$\therefore Perímetro = 36 \text{ cm}$$

Letra e.

025. (INÉDITA/2024) O palco de um teatro tem formato trapezoidal regular, com lados paralelos medindo 10 metros e 6 metros, com distância entre eles de 6 metros. Em uma reforma, decidiram revesti-lo com um material que custa R\$100 por metro quadrado. Qual será o custo total para revestir o palco?

- a) R\$4.200
- b) R\$4.400
- c) R\$4.600
- d) R\$4.800
- e) R\$5.000



O material é vendido por metro quadrado, portanto precisamos encontrar a área do palco. Como se trata de um trapézio, podemos aplicar a relação:

$$\text{Área} = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Assim, temos

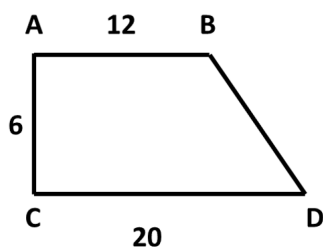
$$\text{Área} = \frac{(10 + 6) \cdot 6}{2} = 48m^2$$

Agora, basta multiplicarmos pelo preço do metro quadrado para encontrarmos o custo total do revestimento:

$$\text{Custo Total} = 48 \cdot 100 = R\$4.800$$

Letra d.

026. (INÉDITA/2024) Calcule a área da seguinte figura plana.



- a) 48
- b) 60
- c) 72
- d) 96
- e) 108



A área de um trapézio pode ser calculada pelo produto da média aritmética das bases pela altura. Assim, temos:

$$S = \left(\frac{B + b}{2} \right) \cdot h = \left(\frac{20 + 12}{2} \right) \cdot 6 = \frac{32}{2} \cdot 6 = 32 \cdot 3 = 96$$

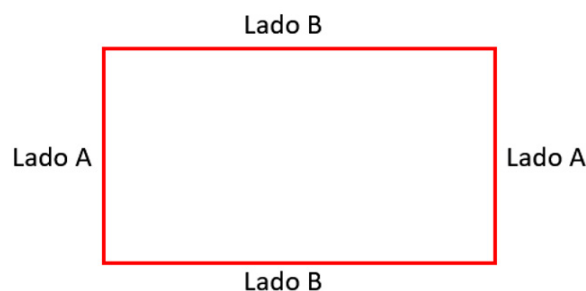
Letra d.

027. (VUNESP/PREFEITURA DE MARÍLIA-SP/AGENTE DE CONTROLE DE ENDEMIAS/2017) Um construtor mediu um terreno retangular e encontrou as seguintes medidas: 16 metros de frente por 32 metros de fundos. Na escritura desse terreno, consta que ele tem 15 metros de frente e 30 metros de fundos. O perímetro e a área do terreno medidos pelo construtor são maiores do que o perímetro e a área, respectivamente, das medidas indicadas na escritura em:

- a) 3 m e 2 m²
- b) 3 m e 16 m²
- c) 6 m e 32 m²
- d) 6 m e 62 m²
- e) 9 m e 124 m²



Separando o problema em duas partes: cálculo de perímetro e de Área. Observe a figura retangular a seguir.



Primeiro, o perímetro. Considere o índice 1 para os valores reais medidos e índice 2 para os valores presentes nas escrituras.

$$P_1 = (\text{Lado A}) \cdot 2 + (\text{Lado B}) \cdot 2$$

$$P_1 = 16 \cdot 2 + 32 \cdot 2$$

$$P_1 = 32 + 32 \cdot 2$$

$$P_1 = 32 + 64$$

$$\therefore P_1 = 96m$$

$$P_2 = (\text{Lado A}) \cdot 2 + (\text{Lado B}) \cdot 2$$

$$P_2 = 15 \cdot 2 + 30 \cdot 2$$

$$P_2 = 30 + 30 \cdot 2$$

$$P_2 = 30 + 60$$

$$P_2 = 90m$$

Portanto, a diferença entre os perímetros é de:

$$P_1 - P_2 = 96 - 90 = 6m$$

Quanto à fórmula de área, temos:

$$\text{Área} = \text{base} \cdot \text{altura}$$

Então a diferença entre áreas será:

$$\text{Área}_1 - \text{Área}_2 = (\text{base}_1 \cdot \text{altura}_1) - (\text{base}_2 \cdot \text{altura}_2)$$

$$A_1 - A_2 = 16 \cdot 32 - 15 \cdot 30$$

$$A_1 - A_2 = 512 - 450$$

$$\therefore A_1 - A_2 = 62 \text{ m}^2$$

Letra d.

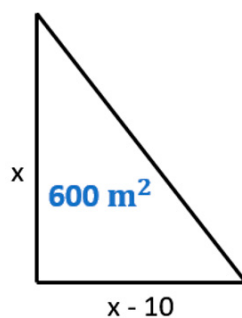
028. (VUNESP/PREFEITURA DE FERRAZ DE VASCONCELOS-SP/GUARDA MUNICIPAL/2020)

Um terreno tem a forma de um triângulo retângulo. A medida do menor lado é 10 m menor que a medida do lado que não é o maior. Se a área desse terreno é de 600 m^2 , então seu perímetro é de:

- a) 110 m.
- b) 120 m.
- c) 130 m.
- d) 140 m.
- e) 150 m.



Observe o triângulo da figura.



Relembrando a fórmula da área de triângulos:

$$\text{Área} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$$

Agora, segundo os dados do problema, temos:

$$600 = \frac{(x - 10) \cdot x}{2}$$

$$1200 = (x - 10) \cdot x$$

$$x^2 - 10x - 1200 = 0$$

Para sermos mais rápidos, podemos resolver a equação de segundo grau por soma e produto. Dessa forma, para $ax^2 + bx + c = 0$, temos:

$$Soma = \frac{-b}{a}$$

$$Produto = \frac{c}{a}$$

Então:

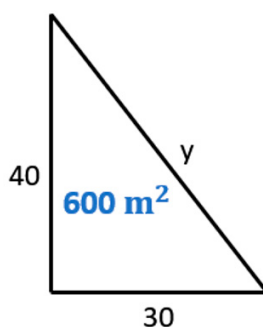
$$Soma = \frac{-(-10)}{1} = 10$$

$$Produto = \frac{-1200}{1} = -1200$$

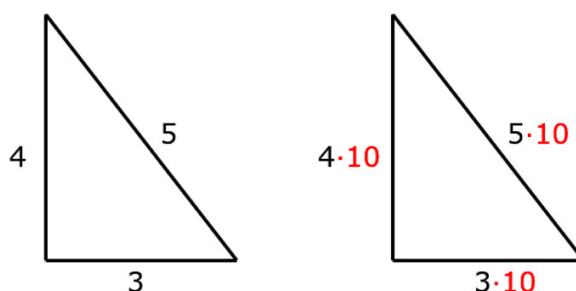
Assim, os dois números cuja soma é 10 e o produto entre eles é -1200 são:

$$x = 40 \text{ e } x' = -30$$

Como o valor precisa ser um número positivo por se tratar de um lado, $x=40$. Assim, o lado menor será 10 unidades a menos, ou seja, 30.



Como temos um triângulo pitagórico, é fácil notar que o valor de y vale 50. Observe exemplos desses triângulos:

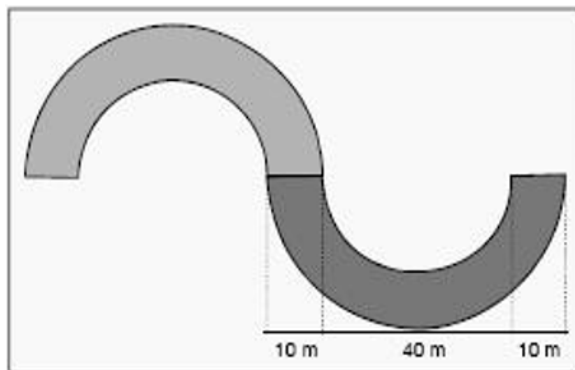


Assim, o perímetro será a soma de todos os lados.

$$Perímetro = 30 + 40 + 50 = 120m$$

Letra b.

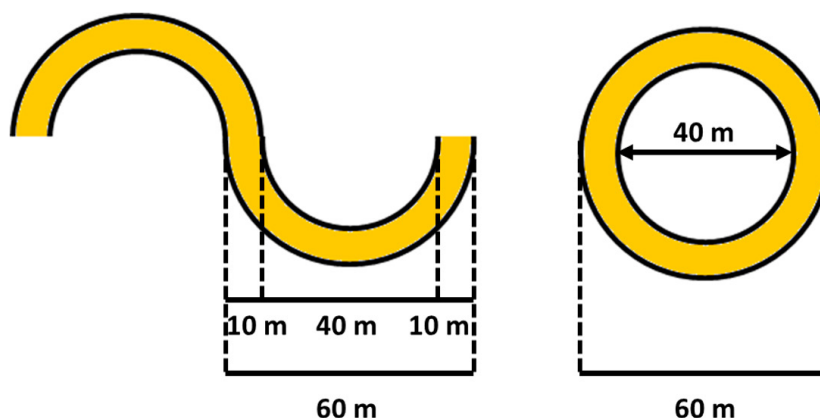
029. (CESPE/TSE/TÉCNICO JUDICIÁRIO-ÁREA ADMINISTRATIVA/2007) Um novo prédio de 40 m de altura está sendo planejado para um tribunal regional eleitoral. A figura acima ilustra a planta baixa da base desse novo prédio, composta de duas partes iguais, onde cada parte é formada por semicírculos concêntricos de diâmetros 40 m e 60 m, respectivamente. Tomando-se 3,1 como valor aproximado para π , é correto concluir que a área da base desse novo prédio é:



- a) Inferior a 1.600 m².
- b) Superior a 1.600 m² e Inferior a 2.000 m².
- c) Superior a 2.000 m² e Inferior a 2.400 m².
- d) Superior a 2.400 m².



Note que a base do prédio é formada por duas partes idênticas. Em cada uma, temos 2 semicírculos concêntricos de diâmetros de 40 e 60 m. Essa relação pode ser vista mais facilmente, se fizermos um deslocamento na figura.



Assim, podemos calcular a área da figura pedida como a diferença entre as áreas do círculo externo e do círculo interno:

$$S_{base} = S_{círculo maior} - S_{círculo menor}$$

$$S_{base} = \pi (R_{maior}^2) - \frac{1}{2} \pi (R_{menor}^2)$$

Para obter os raios, devemos observar que os comprimentos marcados nas figuras correspondem aos diâmetros dos círculos. Os raios são a metade do diâmetro. Como o círculo maior tem diâmetro igual a 60 m, seu raio é igual a 30 m. Já o círculo menor tem diâmetro igual a 40 m, logo seu raio é igual a 20 m.

$$S_{base} = \pi \left(\frac{60}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{40}{2} \right)^2$$

$$S_{base} = \pi \cdot (30)^2 - \pi \cdot (20)^2 = 900\pi - 400\pi = 500\pi$$

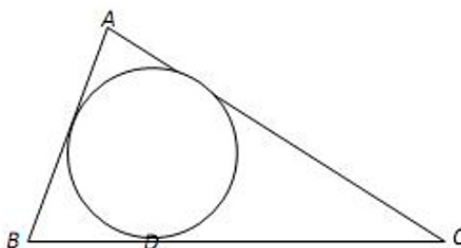
Por fim, utilizando a aproximação fornecida no enunciado, temos:

$$S_{base} = 500 \cdot \pi = 500 \cdot 3,1 = 1550 \text{ m}^2$$

Portanto, a área desejada é inferior a 1600 m².

Letra a.

030. (FGV/CODESP-SP/GUARDA PORTUÁRIO/2017) No triângulo ABC da figura a seguir, $\overline{AB} = 7$, $\overline{AC} = 10$ e $\overline{BC} = 11$, e a circunferência inscrita no triângulo tangencia o lado CB no ponto D.

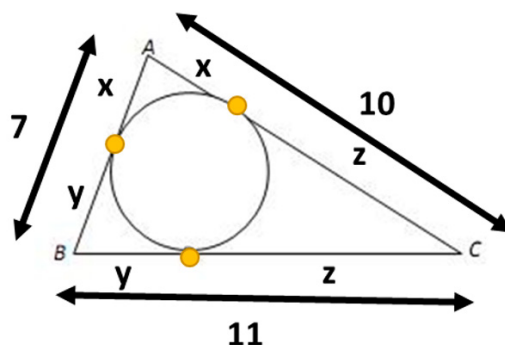


O segmento $\overline{DC}$ mede:

- a) 6,5.
- b) 5,5.
- c) 6.
- d) 7.
- e) 7,5.



Como a circunferência está inscrita no triângulo, pode-se afirmar que a circunferência tangencia todos os lados do triângulo. Assim, marcando os pontos de tangência, podemos utilizar uma propriedade muito importante: o comprimento das duas tangentes que partem do ponto A são iguais. Desse modo, se chamarmos de x o comprimento de uma tangente partindo de A, a outra tangente também medirá x .



Também podemos aplicar a mesma ideia para os pontos B e C. As duas tangentes que partem de B e as duas tangentes que partem de C têm comprimentos iguais. Vamos denominá-los, respectivamente, de **y** e **z**.

Agora, note que $(x + y)$ somam o lado de comprimento igual a 7, $(x + z)$ somam o lado de comprimento igual a 10 e $(y + z)$ somam o lado de comprimento igual a 11. Assim, podemos montar um sistema de equações:

$$x + y = 7 \quad (I)$$

$$x + z = 10 \quad (II)$$

$$(+)\ y + z = 11 \quad (III)$$

Somando as três equações, temos:

$$2x + 2y + 2z = 7 + 10 + 11$$

$$2(x + y + z) = 28$$

$$(x + y + z) = \frac{28}{2}$$

$$x + y + z = 14 \quad (IV)$$

No entanto, a questão pede a medida do segmento $\overline{DC}$, então nesse somatório substituiremos a equação I na IV:

$$x + y + z = 14 \quad (IV)$$

$$(-)\ x + y = 7 \quad (I)$$

$$z = 14 - 7 = 7$$

Letra d.

031. (FGV/PREFEITURA DE SALVADOR-BA/AUXILIAR DE DESENVOLVIMENTO INFANTIL/2017) Uma varanda retangular de 6,0 m por 1,8 m terá sua superfície coberta com cerâmica. O metro quadrado (m²) dessa cerâmica custa R\$ 60,00.

O valor aproximado em reais para o custo dessa cerâmica é de:

- a) 618
- b) 632
- c) 650
- d) 675
- e) 700



A varanda é uma superfície retangular e, para chegar à resposta da questão, precisaremos calcular a área.

$$S_{ret} = a \cdot b$$

$$S_{ret} = 6 \cdot 1,8 = 10,8 \text{ m}^2$$

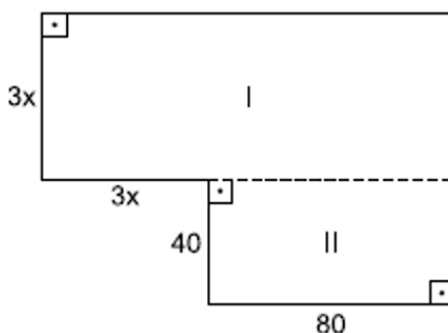
Sabendo que o metro quadrado custa R\$ 60,00, o custo total para adquirir a cerâmica será de:

$$Custo = S_{ret} \cdot 60,00 = 10,8 \cdot 60 = 648 \text{ reais}$$

Como a questão pediu o valor aproximado, o valor mais próximo é R\$ 650,00.

Letra c.

032. (VUNESP/PREFEITURA DE SÃO JOSÉ DOS CAMPOS-SP/PROFESSOR I/2019) Um painel informativo, com a forma e as dimensões indicadas em centímetros na figura, foi dividido em duas regiões retangulares, I e II, para segmentar as informações.

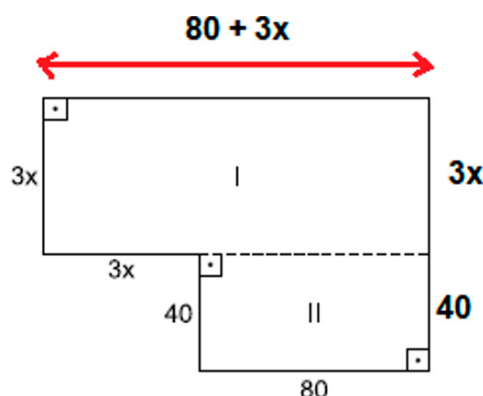


Se o perímetro desse painel é 480 cm, então a sua área total é de:

- a) 8800 cm²
- b) 9600 cm²
- c) 10400 cm²
- d) 11600 cm²
- e) 11800 cm²



Observe a figura da questão, com as medidas do perímetro mais detalhadas.



Sabendo que o perímetro é 480 cm, o valor de x vale:

$$P = 3x + 3x + 40 + 80 + 40 + 3x + (80 + 3x)$$

$$480 = 12x + 40 + 80 + 40 + 80$$

$$480 = 12x + 240$$

$$12x = 240$$

$$\therefore x = \frac{240}{12} = 20 \text{ cm}$$

A área total será a área do retângulo I com a área do retângulo II.

$$A = \text{Area I} + \text{Area II}$$

$$A = (80 + 3x) \cdot 3x + 40 \cdot 80$$

Substituindo o valor de $x = 20$, temos:

$$A = (80 + 3 \cdot 20) \cdot 3 \cdot 20 + 40 \cdot 80$$

$$A = (80 + 60) \cdot 60 + 40 \cdot 80$$

$$A = 140 \cdot 60 + 40 \cdot 80$$

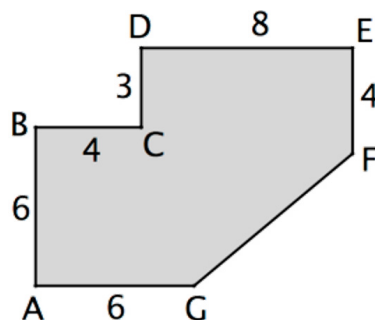
$$A = 8400 + 40 \cdot 80$$

$$A = 8400 + 3200$$

$$\therefore A = 11600 \text{ cm}^2$$

Letra d.

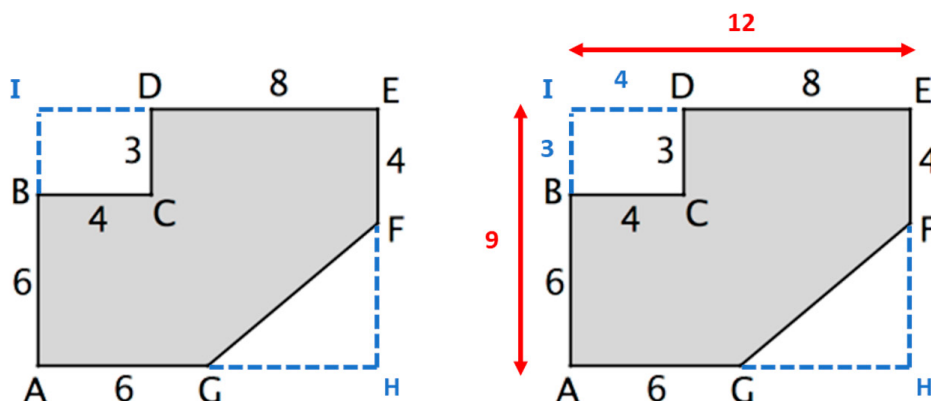
033. (FGV/TJ/PI/ANALISTA JUDICIÁRIO-ESCRIVÃO/2015) A figura abaixo mostra a planta de um salão. Os ângulos A, B, C, D e E são retos e as medidas assinaladas estão em metros. A área desse salão em m^2 é:



- a) 81
- b) 86
- c) 90
- d) 94
- e) 96



Uma forma interessante para entender essa questão é completar a figura, esticando os segmentos de reta ED, AB, EF e AG, completando um retângulo AIEH, como é mostrado no esquema abaixo:



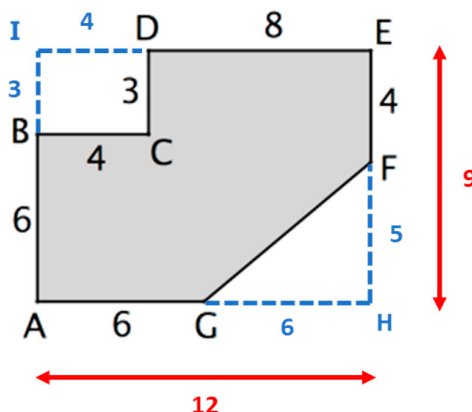
Observe que DIBC é um retângulo, portanto o lado DI é igual ao lado BC e o lado BI é igual ao lado CD. Assim, $DI = 4$ e $BI = 3$. Então, podemos medir as dimensões do retângulo AIEH.

$$\overline{EI} = \overline{ED} + \overline{DI} = 8 + 4 = 12 \text{ m}$$

$$\overline{AI} = \overline{AB} + \overline{BI} = 6 + 3 = 9 \text{ m}$$

Como AIEH é um retângulo, o lado EH = 9 e o lado AH = 12, tendo em vista que eles devem ser iguais aos lados paralelos, que são AI e EI, respectivamente.

Assim, podemos calcular os segmentos FG e GH, como mostrado a seguir:



$$\overline{FH} = \overline{EH} - \overline{EF} = 9 - 4 = 5 \text{ m}$$

$$\overline{GH} = \overline{AH} - \overline{AG} = 12 - 6 = 6 \text{ m}$$

Podemos calcular a área da figura pretendida como a área total do retângulo AIEH menos as áreas do retângulo IDBC e do triângulo FGH.

$$S_{\text{sala}} = S_{\text{AIEH}} - S_{\text{IDBC}} - S_{\text{FGH}}$$

Então, vamos calcular as áreas envolvidas:

- a área do retângulo AIEH é igual ao produto das suas dimensões:

$$S_{\text{AIEH}} = \overline{AI} \cdot \overline{AH} = 9 \cdot 12 = 108 \text{ m}^2$$

- a área do retângulo IDBC é também igual ao produto de suas dimensões:

$$S_{\text{IDCB}} = \overline{BI} \cdot \overline{ID} = 3 \cdot 4 = 12 \text{ m}^2$$

- como o triângulo FGH é retângulo, a sua área é igual ao produto dos catetos dividido por 2:

$$S_{\text{FGH}} = \frac{\overline{GH} \cdot \overline{FH}}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15 \text{ m}^2$$

Assim, a área da planta do salão é dada por:

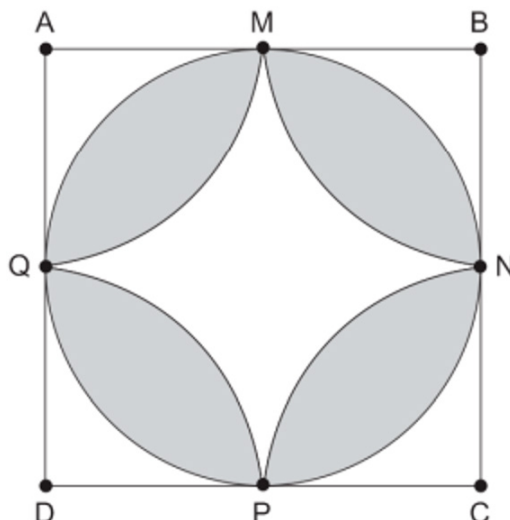
$$S_{\text{sala}} = S_{\text{AIEH}} - S_{\text{IDCB}} - S_{\text{FGH}}$$

$$S_{\text{sala}} = 108 - 12 - 15 = 81 \text{ m}^2$$

Letra a.

034. (Q3100861-FGV/PREFEITURA DE SÃO JOSÉ DOS CAMPOS/PROFESSOR/2023) Com frequência, áreas de figuras planas de maior complexidade podem ser obtidas pela sua decomposição em figuras geométricas mais simples, cujas áreas são mais fáceis de calcular e pela composição dos resultados obtidos na etapa anterior.

A figura a seguir foi construída a partir de um quadrado ABCD que circunscreve um círculo. M, N, P e Q são os pontos em que o círculo tangencia os lados do quadrado e os arcos MN, NP, PQ e MQ medem 90° .

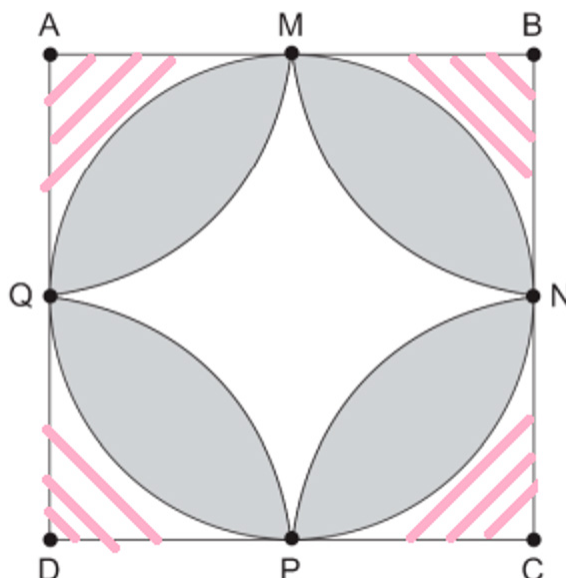


Sejam S_1 e S_2 , respectivamente, as áreas do quadrado ABCD e do círculo que ele circunscreve. A área destacada na figura corresponde a

- a) $2.S_1 - S_2$
- b) $2.S_2 - S_1$
- c) $S_1 - S_2$
- d) $S_1 - S_2/2$
- e) $S_2 - S_1/2$



Observe que a área destacada corresponde à diferença entre a área de quatro quadrantes (um quarto de círculo) e as quatro regiões hachuradas na figura a seguir.



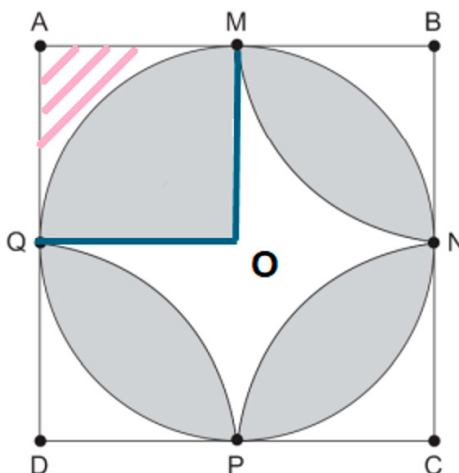
Assim, podemos escrever:

$$S = 4 \cdot S_{\text{quadrantes}} - 4 \cdot S_{\text{hachurada}}$$

A área dos quadrantes corresponde a um quarto da área do círculo. Portanto, na realidade, a área dos quatro quadrantes vai ser igual à área do círculo inteiro. Então, podemos escrever:

$$S = S_2 - 4 \cdot S_{\text{hachurada}}$$

Vamos agora investigar um pouco melhor as áreas hachuradas:



Perceba que a área hachurada corresponde à área do quadrado AMQO menos a área de um quadrante.

$$S_{\text{hachurada}} = S_{\text{AMQO}} - S_{\text{quadrante}}$$

Como o lado do quadrado AMQO é metade do quadrado ABCD, podemos concluir que sua área é igual a $1/4$ da área do quadrado ABCD. E, mais uma vez, podemos usar que a área do quadrante é igual a $1/4$ da área do círculo.

$$S_{\text{hachurada}} = \frac{S_1}{4} - \frac{S_2}{4} = \frac{(S_1 - S_2)}{4}$$

Portanto, a área desejada será:

$$S = S_2 - 4 \cdot S_{\text{hachurada}} = S_2 - 4 \cdot \frac{(S_1 - S_2)}{4} = S_2 - (S_1 - S_2)$$

$$S = S_2 - S_1 + S_2 = 2S_2 - S_1$$

Letra b.

035. (VUNESP/PREFEITURA DE MORRO AGUDO -SP/AGENTE DO SETOR DE ÁGUA E ESGOTO/2020)

Em um espaço retangular ABCD, com 6 m de largura, foi feito um pequeno galpão retangular, e o restante do espaço foi utilizado para uma horta comunitária, conforme mostra a figura.



Sabendo-se que o perímetro do galpão é de 10 m, a área da horta comunitária é igual a

- a) 34 m^2 .
- b) 36 m^2 .
- c) 38 m^2 .
- d) 40 m^2 .
- e) 42 m^2 .



Se o perímetro e um dos lados do galpão foi informado, é possível encontrar o outro lado:

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot L1 + 2 \cdot L2$$

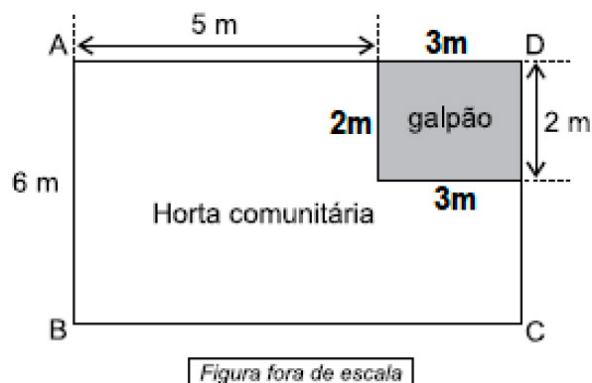
$$10 = 2 \cdot 2 + 2 \cdot L2$$

$$10 = 4 + 2 \cdot L2$$

$$6 = 2 \cdot L2$$

$$\therefore L2 = \frac{6}{2} = 3m$$

Agora, a área da horta será a área total menos a área do galpão.



Assim:

$$\begin{aligned}Horta &= Total - Galp\tilde{a}o \\Horta &= 6 \cdot (5 + 3) - 3 \cdot 2 \\Horta &= 6 \cdot 8 - 3 \cdot 2 \\Horta &= 48 - 3 \cdot 2 \\Horta &= 48 - 6 \\\therefore Horta &= 42m^2\end{aligned}$$

Letra e.

036. (CESPE/TJ-PR/TÉCNICO JUDICIÁRIO/2019) O carpinteiro José cortou um retângulo de madeira medindo 80 cm de comprimento por 60 cm de largura. Ele precisa cortar outro retângulo, com a mesma área do primeiro, mas com comprimento um quarto maior que o daquele outro.

Desse modo, em relação à largura do primeiro retângulo, a largura do segundo deverá

- a) diminuir um terço.
- b) diminuir um quinto.
- c) aumentar três vezes.
- d) aumentar um quinze avos.
- e) aumentar trinta e seis quinze avos.



O novo retângulo deverá ter:

- Área = $80 \cdot 60 = 4800 \text{ cm}^2$
- Comprimento = $(1 + \frac{1}{4}) \cdot 80 = 1,25 \cdot 80 = 100 \text{ cm}$
- Largura = L

Assim:

$$\begin{aligned}\text{Área} &= \text{comprimento} \cdot \text{largura} \\4800 &= 100 \cdot L \\\therefore L &= 48cm\end{aligned}$$

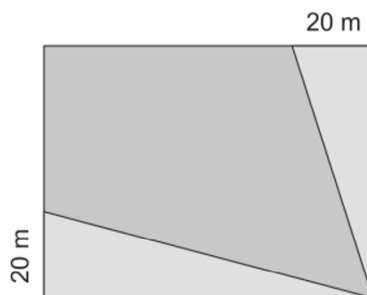
Agora, avaliando a redução da antiga largura em relação à nova, temos:

$$\text{Redução} = \frac{60 - 48}{60} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

Como antes a largura era 60cm, a nova largura diminuiu $\frac{1}{5}$.

Letra b.

037. (Q2720933-FCC/PM-BA/SOLDADO DA POLÍCIA MILITAR/2023) Num terreno retangular com 80 m de comprimento e 60 m de largura, duas áreas triangulares foram demarcadas para o plantio de árvores, como mostra a figura. O comprimento de um dos lados de cada triângulo é 20 m.

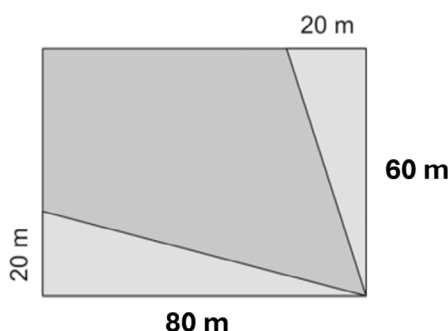


A área da parte restante do terreno é, em m^2 :

- a) 3600
- b) 3800
- c) 2400
- d) 3000
- e) 3400



Vamos detalhar as dimensões envolvidas.



A área total do terreno é:

$$S_{\text{quadrilátero}} = \text{base} \cdot \text{altura} = 80 \cdot 60 = 4800$$

Veja que dois triângulos foram retirados para preservação ambiental. As áreas desses triângulos podem ser calculadas pela expressão clássica base vezes altura dividido por 2.

$$S_1 = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{80 \cdot 20}{2} = 800$$

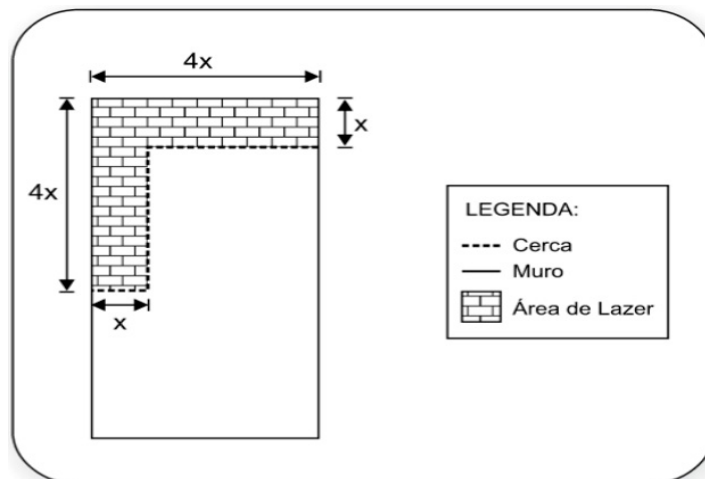
$$S_2 = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{20 \cdot 60}{2} = 600$$

Portanto, a área que sobrou do terreno foi:

$$S = S_{\text{quadrilátero}} - S_1 - S_2 = 4800 - 800 - 600 = 3400 \, m^2$$

Letra e.

038. (VUNESP/UNESP/ASSISTENTE ADMINISTRATIVO I/2016) Francisco adquiriu um terreno cuja área é de 700 m^2 . Ele pretende reservar um espaço para construir uma área de lazer que vai ocupar um quarto do terreno e possuir as seguintes características:



A extensão da cerca, em metros, que separa a área de lazer do espaço restante do terreno é igual a:

- a) 5
- b) 7
- c) 35
- d) 40
- e) 175

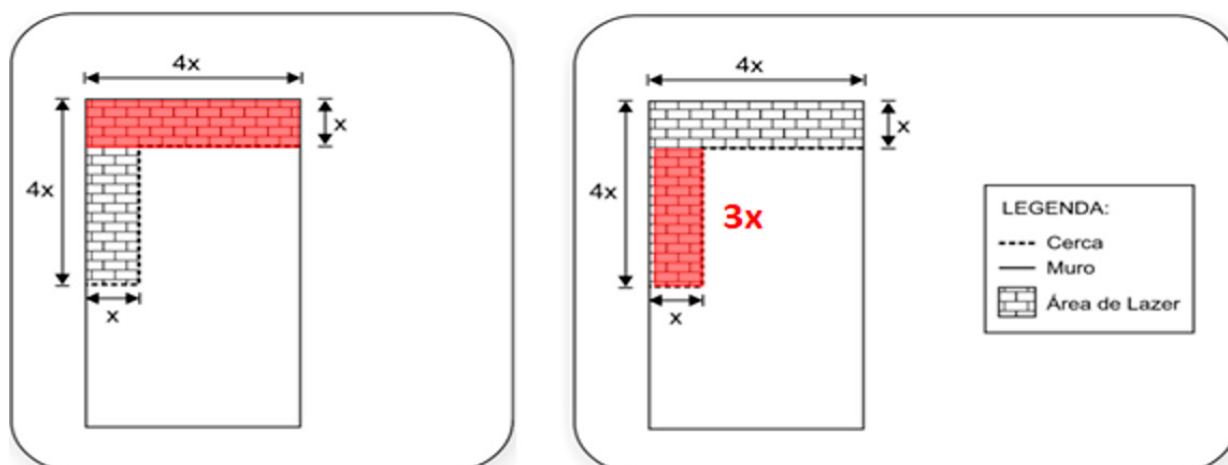


Primeiramente, calcularemos a área que será reservada para o lazer. Temos:

$$S_{\text{lazer}} = \frac{1}{4} \cdot \text{área do terreno}$$

$$S_{\text{lazer}} = \frac{1}{4} \cdot 700 = 175 \text{ m}^2$$

Perceba que a área hachurada pode ser dividida em dois retângulos e assim temos:



O primeiro retângulo (horizontal) possui dimensões $a = 4x$ e $b = x$.

$$S_{ret1} = a \cdot b$$

$$S_{ret1} = (4x) \cdot x = 4x^2$$

Já o segundo retângulo (vertical) com dimensões $c = 3x$ e $d = x$.

$$S_{ret2} = c \cdot d$$

$$S_{ret2} = (3x) \cdot x = 3x^2$$

Assim, a área de lazer é igual à soma das áreas dos dois retângulos mostrados anteriormente:

$$S_{lazer} = S_{ret1} + S_{ret2} = 175$$

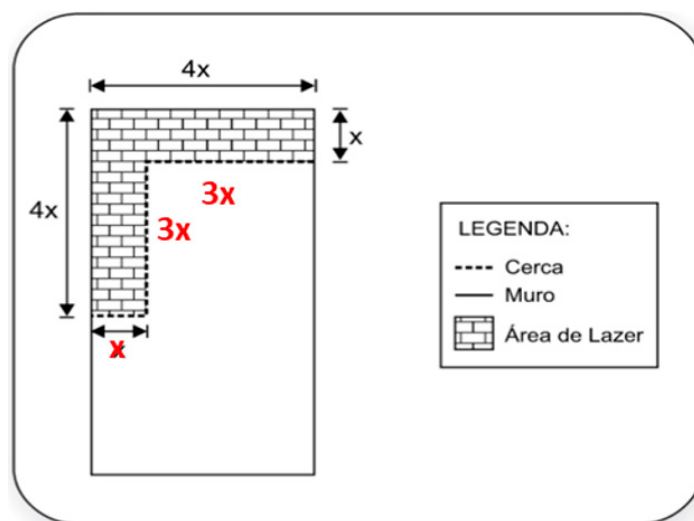
$$175 = 4x^2 + 3x^2$$

$$\therefore 7x^2 = 175$$

$$\therefore x^2 = \frac{175}{7} = 25$$

$$\therefore x = \sqrt{25} = 5$$

Como o enunciado pede a extensão da cerca, precisamos calcular a soma mostrada a seguir:

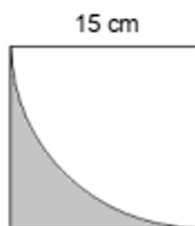


$$2p = x + 3x + 3x$$

$$2p = 7x = 7 \cdot 5 = 35 \text{ m}$$

Letra c.

039. (FCC/SABESP/ESTAGIÁRIO DE ENSINO SUPERIOR/2019) Verifica-se na figura abaixo, um quadrado e um arco de circunferência.



O perímetro da região cinza é:

- a) $30 + (15/2)\pi$
- b) $30 + (2/15)\pi$
- c) $15 + (15/2)\pi$
- d) $15 + (2/15)\pi$
- e) 30



O perímetro da região cinza é composto por 2 lados do quadrado e um $1/4$ de uma circunferência de raio 15cm.

$$\text{Circunferência} = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$\text{Circunferência} = 2 \cdot \pi \cdot 15$$

$$\text{Circunferência} = 30\pi$$

Assim, $1/4$ da circunferência será:

$$\text{Arco} = \frac{1}{4} \cdot 30\pi$$

$$\text{Arco} = \frac{15\pi}{2}$$

Somando todas as medidas para dar o perímetro da área cinza:

$$\text{Perímetro} = \text{lado} + \text{lado} + \text{arco}$$

$$\text{Perímetro} = 15 + 15 + \frac{15\pi}{2}$$

$$\therefore \text{Perímetro} = 30 + \frac{15\pi}{2}$$

Letra a.

040. (UTFPR/UTFPR/ASSISTENTE EM ADMINISTRAÇÃO/2018) Determinada imagem quadrada com dimensões de 10 cm por 10 cm será ampliada e terá a área triplicada, sem alterar a forma. As novas dimensões da figura, em número inteiro, são aproximadamente:

- a) 30 cm x 10 cm
- b) 17 cm x 17 cm
- c) 30 cm x 30 cm
- d) 20 cm x 20 cm
- e) 15 cm x 20 cm



Sabemos que área é base vezes altura. Então a antiga área será:

$$A = 10 \cdot 10 = 100\text{cm}^2$$

Como a nova área é triplicada, temos:

$$A = 100 \cdot 3 = 300\text{cm}^2$$

Agora, para calcular as novas dimensões do lado, basta usarmos novamente a fórmula de área:

$$300 = L \cdot L = L^2$$

$$L = \sqrt{3 \cdot 100} = 10\sqrt{3} = 10 \cdot 1,7 \approx 17\text{cm}$$

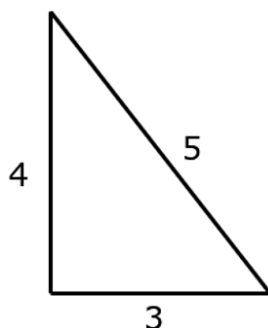
Letra b.

041. (UNIFESP/UNIFESP/ASSISTENTE ADMINISTRAÇÃO/2018) Sabendo-se que os lados de um triângulo medem 4 cm, 5cm e 3 cm. Sua área é de:

- a) 0,006 cm²
- b) 60 cm²
- c) 0,0006 m²
- d) 0,6 cm²
- e) 0,06 m²



Considere o triângulo a seguir.



Esse triângulo é retângulo, porque ele obedece ao Teorema de Pitágoras:

$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$25 = 9 + 16 \text{ (ok)}$$

Então, podemos utilizar a expressão para o cálculo da área de triângulos retângulos:

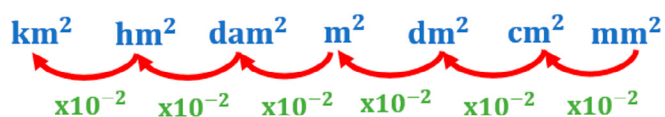
$$\text{Área} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$$

Agora, segundo os dados do problema, temos:

$$A = \frac{3 \cdot 4}{2}$$

$$A = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

Para passar para metros, basta relembrar essa tabela:

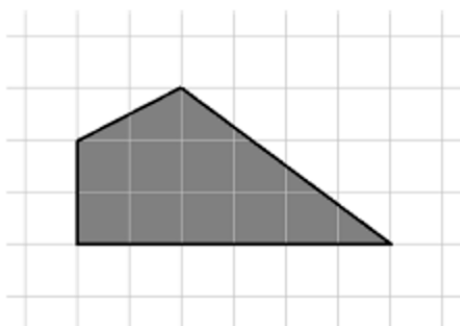


Logo, precisamos multiplicar o valor por 10^{-4} . Assim:

$$6 \text{ cm}^2 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 0,0006 \text{ m}^2$$

Letra c.

042. (FCC/PREFEITURA DE MACAPÁ-AP/PROFESSOR ANOS INICIAIS/2018) A figura abaixo indica um quadrilátero, desenhado sobre uma malha quadriculada formada por quadradinhos de 1 cm^2 cada.

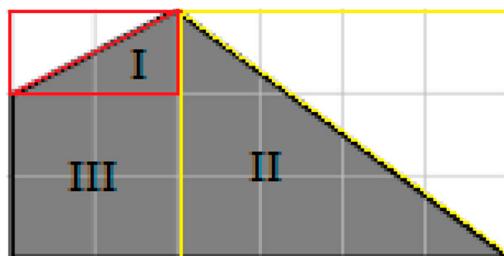


A área do quadrilátero desenhado é igual a

- a) $10,5 \text{ cm}^2$.
- b) 10 cm^2 .
- c) $9,5 \text{ cm}^2$.
- d) 11 cm^2 .
- e) $11,5 \text{ cm}^2$.



Analise a figura a seguir.



A área será a soma das figuras I, II e III. Vamos estudar essas três figuras parciais:

- figura I: é um triângulo retângulo com base igual a 2 quadradinhos e altura igual a 1 quadradinho;

$$A_1 = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$$

- figura II: é um triângulo retângulo com base igual a 4 quadradinhos e altura igual a 3 quadradinhos;

$$A_2 = \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

- figura III: é um quadrado com lado igual a 2 quadradinhos.

$$A_3 = 2^2 = 4$$

Assim, podemos escrever que a área total do quadrilátero desejado é:

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A = 1 + 6 + 4 = 11 \text{ cm}^2$$

Letra d.

043. (Q3117033-FGV/PREFEITURA DE SÃO JOSÉ DOS CAMPOS/ASSISTENTE TÉCNICO/2024)

Um terreno tem a forma de um quadrilátero ABCD onde os ângulos de vértices B e C são retos. São dadas as medidas: AB = 22 m, BC = 20 m e CD = 34 m.

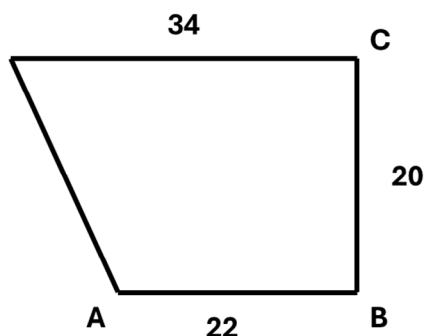
Uma cerca reta será construída do ponto A ao ponto P do lado CD de forma que o terreno fique dividido em duas partes de mesma área.

O segmento CP mede

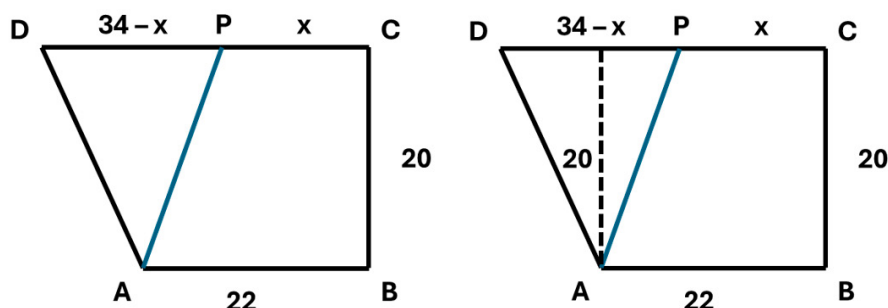
- a) 5m.
- b) 6m.
- c) 7m.
- d) 8m.
- e) 9m.



Vamos desenhar o trapézio citado.



Na sequência, vamos marcar o ponto P, tendo em vista que o enunciado pediu o segmento CP.



A área do triângulo ADP deve ser igual à área do trapézio ABCP. Observe que os dois polígonos têm a mesma altura, que corresponde ao segmento BC = 20. Então, podemos escrever a área do triângulo:

$$S_{ADP} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{(34 - x) \cdot 20}{2} = 10 \cdot (34 - x)$$

Façamos o mesmo para a área do trapézio.

$$S_{ABCP} = \frac{(\text{base maior} + \text{base menor}) \cdot \text{altura}}{2} = \frac{(22 + x) \cdot 20}{2} = 10 \cdot (22 + x)$$

Vamos igualar a área do triângulo à área do trapézio:

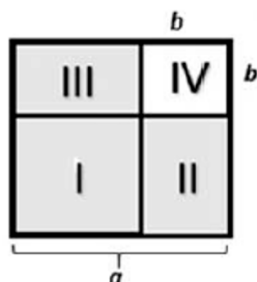
$$\begin{aligned} S_{ADP} &= S_{ABCP} \\ 10 \cdot (34 - x) &= 10 \cdot (22 + x) \\ (34 - x) &= (22 + x) \end{aligned}$$

Vamos isolar x:

$$\begin{aligned} 34 - 22 &= x + x \\ 12 &= 2x \therefore x = \frac{12}{2} = 6 \end{aligned}$$

Letra b.

044. (CESPE/SEED-PR /PROFESSOR DE MATEMÁTICA/2021) Um terreno quadrado de lado **a** foi dividido conforme ilustrado na figura a seguir.



Na divisão, a área total do terreno foi dividida em lotes, ficando o lote IV com a forma de um quadrado de lado **b**.

Com base nas informações e na figura apresentadas, assinale a opção que mostra a expressão que representa a soma das áreas dos lotes II e III indicados na figura.

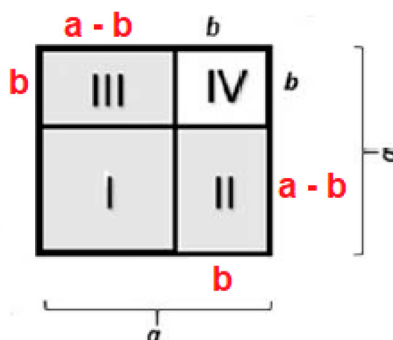
- a) $a^2 - b^2$
- b) $2 \cdot (a \cdot b - b^2)$
- c) $2a^2 - 2a \cdot b$
- d) $a^2 - 2a \cdot b + b^2$
- e) $a^2 + a \cdot b + b^2$



Para resolver a questão, precisamos lembrar da fórmula da área para retângulos:

$$\text{Área} = \text{base} \cdot \text{altura}$$

Note que o terreno se trata de um quadrado de lado **a**. Logo, o lado direito do lote II será $(a - b)$. O mesmo ocorre para o lado superior do lote III. Observe a figura a seguir.



Assim, a área dos lotes II e III será:

$$A = \text{Área II} + \text{Área III}$$

$$A = b \cdot (a - b) + b \cdot (a - b)$$

$$A = 2 \cdot b \cdot (a - b)$$

$$\therefore A = 2(ab - b^2)$$

Letra b.

045. (VUNESP/FITO/AUXILIAR DE ADMINISTRAÇÃO-ÁUDIO E VÍDEO/2020) Utilizando uma fotocopiadora, Bruna deseja ampliar em 44% a área de uma imagem retangular que mede 15,0 cm x 20,0 cm. Considerando que não haverá distorções nesse processo de ampliação, a imagem ampliada medirá:

- a) 6,6 cm x 8,8 cm.
- b) 15,9 cm x 21,2 cm.
- c) 18,0 cm x 24,0 cm.
- d) 18,3 cm x 24,4 cm.
- e) 21,6 cm x 28,8 cm.



a) Errada. O problema diz que a ampliação acontece no valor da área. Assim, primeiramente, devemos calcular a área inicial da imagem:

$$\text{Área} = \text{base} \cdot \text{altura} = 15 \cdot 20 = 300 \text{ cm}^2$$

Agora, para que a área seja aumentada em 44%, devemos multiplicar o valor inicial da área por 144%, que é o mesmo que calcular 44% da área e somar o resultado com o valor da área inicial. Assim, temos:

$$\text{nova Área} = 300 \cdot 144\% = 300 \cdot \frac{144}{100} = 300 \cdot 1,44 = 432 \text{ cm}^2$$

Além disso, devemos manter a proporção entre os lados, já que o problema informa que não houve distorção da imagem. Fazendo a razão do lado menor pelo lado maior, temos a seguinte proporção:

$$\frac{\text{lado menor}}{\text{lado maior}} = \frac{15,0 \text{ cm}}{20,0 \text{ cm}} = \frac{3}{4} = 0,75$$

Analisando as alternativas, poderíamos ter eliminado a letra a sem nem mesmo ter feito as contas, visto que houve uma redução dos lados da imagem.

b) Errada. Apesar de a proporção entre os lados ter se mantido, como mostrado abaixo:

$$\frac{\text{lado menor}}{\text{lado maior}} = \frac{15,9 \text{ cm}}{21,2 \text{ cm}} = 0,75$$

Ao multiplicar os 2 lados para obtermos a área, obtemos 337,08 cm², menor que 432 cm².

c) Certa. A proporção entre os lados se manteve, pois:

$$\frac{\text{lado menor}}{\text{lado maior}} = \frac{18,0 \text{ cm}}{24,0 \text{ cm}} = 0,75$$

Além disso, a área equivale a:

$$18,0 \cdot 24,0 = 432 \text{ cm}^2$$

d) Errada. A proporção entre os lados se manteve, pois:

$$\frac{\text{lado menor}}{\text{lado maior}} = \frac{18,3 \text{ cm}}{24,4 \text{ cm}} = 0,75$$

No entanto, ao multiplicar os 2 lados para obtermos a área, obtemos $446,52 \text{ cm}^2$, maior que 432 cm^2 .

e) Errada. A proporção entre os lados se manteve, pois:

$$\frac{\text{lado menor}}{\text{lado maior}} = \frac{21,6 \text{ cm}}{28,8 \text{ cm}} = 0,75$$

No entanto, ao multiplicar os 2 lados para obtermos a área, obtemos $622,08 \text{ cm}^2$, maior que 432 cm^2 . ERRADO

Para saber mais:

A alternativa “e” estaria correta se a ampliação de 44% fosse em cada lado da imagem, ou seja, se fosse uma proporção linear. No entanto, como o problema fala de um aumento na área, estamos tratando de uma proporção superficial.

Letra c.

046. (VUNESP/PREFEITURA DE RIBEIRÃO PRETO-SP/PROFESSOR DE EDUCAÇÃO BÁSICA III-EDUCAÇÃO BÁSICA-ARTE/2019) A figura a seguir representa três folhas de cartolina de formato quadrado.



Essas três folhas serão recortadas em cartões de formato quadrado, todos de mesmo tamanho, com a maior área possível, sem desperdício nenhum. O número de cartões que serão recortados é igual a:

- a) 31.
- b) 30.
- c) 29.
- d) 28.
- e) 27.



Primeiramente, descobriremos qual o lado de cada cartolina. Para isso, é necessário lembrar a fórmula da área de um quadrado:

$$\text{Área} = \text{lado}^2$$

Assim, os lados das folhas de cartolina podem ser calculados isolando o *lado* na equação anterior:

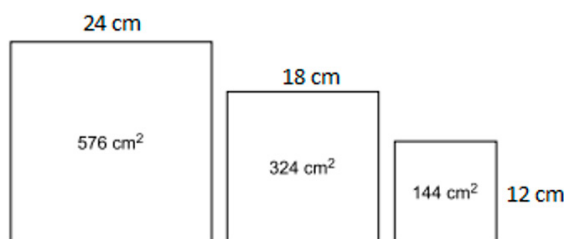
$$lado = \sqrt{\text{área}}$$

Obtemos, então, os seguintes lados das cartolinas:

$$lado_1 = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$$

$$lado_2 = \sqrt{324} = 18 \text{ cm}$$

$$lado_3 = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$



O problema pede que não haja desperdício de papel e que a área dos cartões seja a maior possível. Perceba, primeiramente, que, para não haver desperdício, o lado dos cartões deve ser um divisor do lado da folha de cartolina inteira.

Assim, para obedecer a esses 2 pré-requisitos, precisamos descobrir qual o máximo divisor comum (M.D.C.) entre os números 24, 18 e 12. Decompondo esses números em seus fatores primos, temos:

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

Dessa forma, o MDC é $2 \times 3 = 6$. Ou seja, a área dos cartões será:

$$\text{área} = \text{lado}^2 = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$$

Para descobrir quantos cartões obteremos de cada cartolina, dividimos a área total da cartolina pela área dos cartões.

$$n^\circ \text{ de cartões}_1 = \frac{576}{36} = 16 \text{ cartões}$$

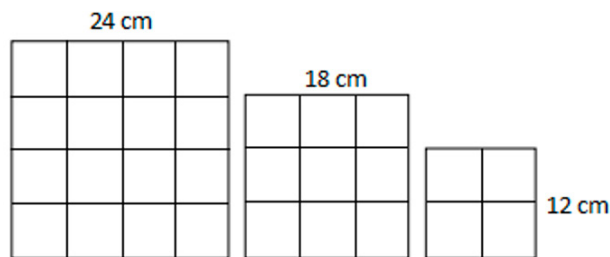
$$n^\circ \text{ de cartões}_2 = \frac{324}{36} = 9 \text{ cartões}$$

$$n^\circ \text{ de cartões}_3 = \frac{144}{36} = 4 \text{ cartões}$$

Uma outra forma de calcular seria dividindo o lado de cada cartolina pelo lado do cartão, para saber quantos cabem.

Em seguida, elevando o valor encontrado ao quadrado, já que a cartolina tem formato quadrado e, portanto, seu outro lado também, caberia o mesmo número de lados do cartão.

A divisão das cartolinas pode ser visualizada na figura a seguir:

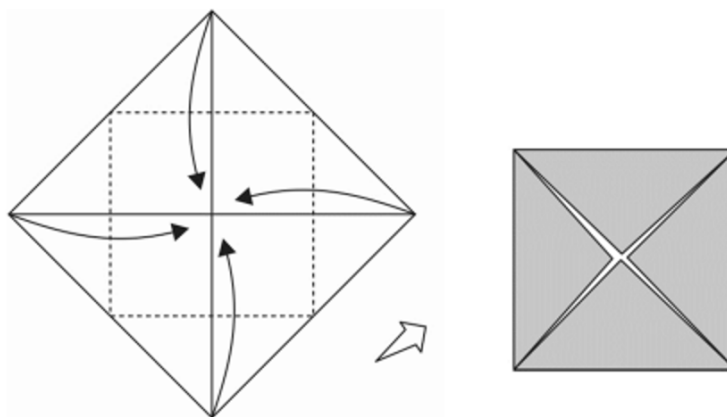


Somando todos os cartões obtidos com as 3 cartolinas, temos:

$$n^{\circ} \text{ total de cartões} = 16 + 9 + 4 = 29 \text{ cartões}$$

Letra c.

047. (FCC/SABESP/ESTAGIÁRIO DE ENSINO MÉDIO REGULAR/2019) Na figura a seguir, encontram-se as instruções para a confecção de um envelope a partir da dobradura, na linha pontilhada, de uma folha de papel quadrada.

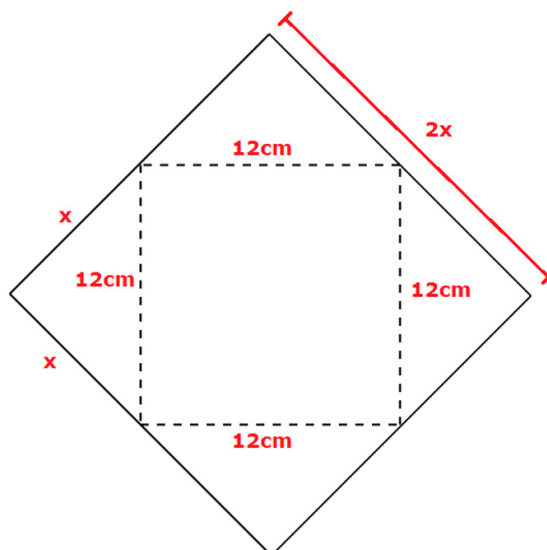


Para se obter um envelope de 12 cm de lado, a medida, em centímetros, da diagonal da folha original deve ser de

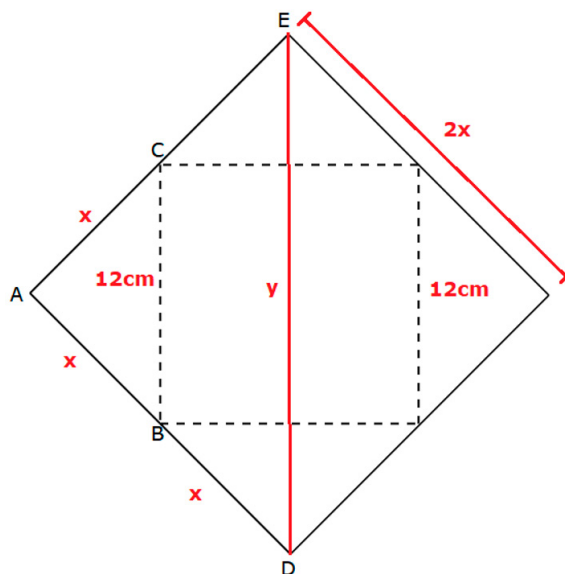
- a) 12
- b) 54
- c) 30
- d) 48
- e) 24



Segundo o enunciado, podemos escrever a figura como:



Note que todos os triângulos de base 12cm são isósceles. Agora, analisando a diagonal da folha de papel, temos:



Observe que há 2 triângulos congruentes: ABC e ADE . Logo, podemos fazer uma relação entre os lados de cada um:

$$\frac{x}{12} = \frac{2x}{y}$$

$$\frac{1}{12} = \frac{2}{y}$$

$$\therefore y = 24$$

Letra e.

048. (VUNESP/AVAREPREV-SP/TÉCNICO PREVIDENCIÁRIO/2020) Um terreno retangular, com 1728 metros quadrados de área, tem o maior lado medindo 12 metros a mais que o menor lado. A razão entre as medidas do menor e do maior lado desse terreno é igual a:

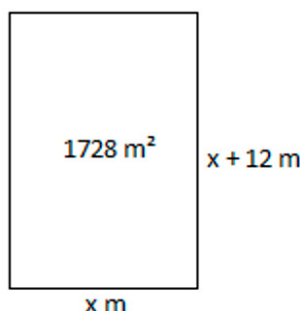
- a) 0,75.
- b) 0,70.
- c) 0,65.
- d) 0,60.
- e) 0,55.



Para resolver a questão, precisamos lembrar da fórmula da área para retângulos:

$$\text{Área} = \text{base} \cdot \text{altura}$$

O problema diz que um dos lados é 12 metros maior que o outro. Assim, podemos dizer que a base mede x e a altura, $x + 12$. Sabemos também que a área vale 1728 metros. A imagem do terreno está representada a seguir:



Substituindo esses valores na equação da área, podemos encontrar o valor de x :

$$\text{Área} = \text{base} \cdot \text{altura} \rightarrow 1728 = x \cdot (x + 12) \rightarrow 1728 = x^2 + 12x$$

Chegamos, então, à equação de Bhaskara a seguir:

$$x^2 + 12x - 1728 = 0$$

A fórmula da solução da equação de Bhaskara é dada por:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

com:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Sendo $a = 1$, $b = 12$ e $c = -1728$, o discriminante Δ é:

$$\Delta = 12^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1728) = 144 + 6912 = 7056$$

Substituindo o valor de Δ na fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{7056}}{2 \cdot 1} = \frac{-12 \pm 84}{2}$$

Assim, temos:

$$x = \frac{-12 + 84}{2} = \frac{72}{2} = 36$$

Ou

$$x = \frac{-12 - 84}{2} = \frac{-96}{2} = -48$$

Como x não pode ser negativo, por se tratar do lado de um terreno, a única solução possível para x é 36.

No entanto, estamos interessados em calcular a razão entre o lado menor e o lado maior. Logo:

$$\frac{\text{lado menor}}{\text{lado maior}} = \frac{x}{x + 12} = \frac{36}{36 + 12} = \frac{36}{48} = 0,75$$

Letra a.

049. (CESPE/PRF/POLICIAL RODOVIÁRIO FEDERAL/2008) Considerando, em relação às figuras acima, que, na figura I, as 4 curvas são quartos de círculo; nas figuras II, III e IV, as curvas são 2 semicírculos; na figura V, aparece 1 quarto de círculo e, interno a ele, um semicírculo, nessa situação, as figuras em que as partes sombreadas têm áreas iguais são:

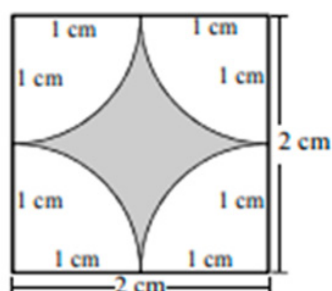


Figura I

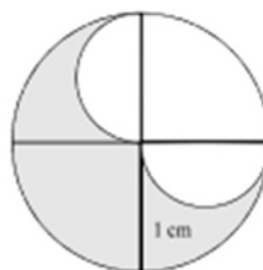


Figura II

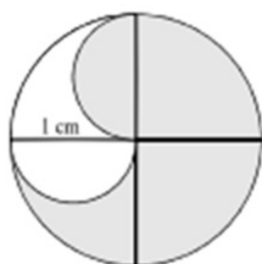


Figura III

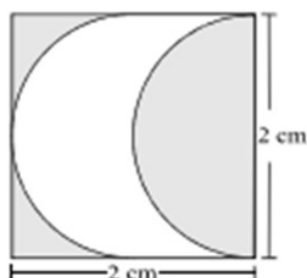


Figura IV

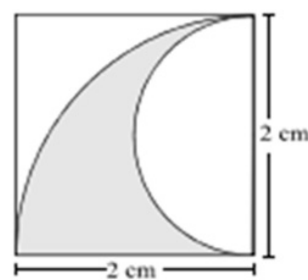


Figura V

- a) I e IV
- b) I e V
- c) II e III
- d) II e V
- e) III e IV



A questão pede que sejam associadas as figuras com áreas iguais. Para isso, primeiramente calcularemos cada uma das áreas.

A Figura I é formada por um quadrado de lado igual a 2 centímetros, do qual foram abatidas 4 quadrantes – um quarto de círculo –, cujo raio é igual a 1 cm. A área do quadrante é igual a um quarto da área do círculo.

$$S_I = S_{\text{quadrado}} - 4S_{\text{quadrante}}$$

$$S_I = 2^2 - \left(4 \cdot \frac{\pi r^2}{4}\right) = 4 - \left(4 \cdot \frac{\pi 1^2}{4}\right) = (4 - \pi) \text{ cm}^2$$

A Figura II é formada por um círculo maior de raio 1 cm, do qual foram abatidas as áreas de um quarto desse círculo e também de dois semicírculos com raio 0,5 cm. Podemos visualizar a seguir que 1 cm corresponde exatamente ao diâmetro dos dois semicírculos:

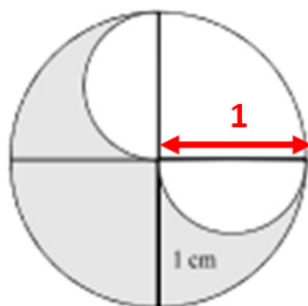


Figura II

Então, vamos calcular a área da Figura II:

$$S_{II} = S_{\text{círculo}} - S_{\text{quadrante}} - 2 \cdot S_{\text{semicírculo}}$$

$$S_{II} = \pi r^2 - \left(1 \cdot \frac{\pi r^2}{4}\right) - \left(2 \cdot \frac{\pi r^2}{2}\right)$$

$$S_{II} = \pi - \frac{\pi}{4} - \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \pi - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{2}{4}\pi = \frac{\pi}{2} \text{ cm}^2$$

No caso da Figura III, o modo mais fácil de calcular sua área é transportar o semicírculo cheio do canto superior esquerdo para o buraco do quadrante inferior esquerdo, como mostrado a seguir:

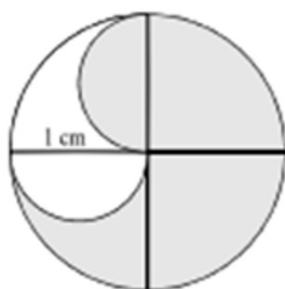


Figura III

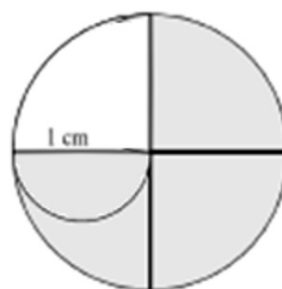
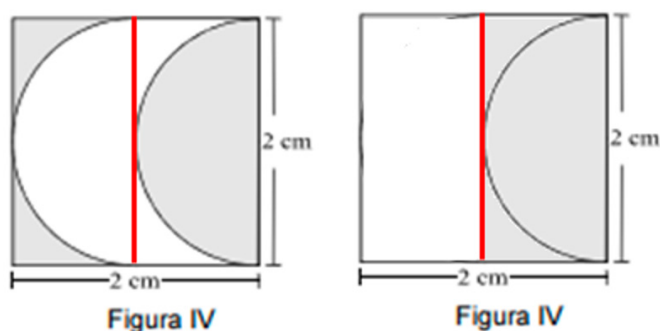


Figura III

Ao fazer essa transposição, a Figura III se transforma em $\frac{3}{4}$ de círculo. Então, sua área pode ser calculada por:

$$S_{III} = \frac{3}{4} \cdot S_{\text{círculo}} = \frac{3}{4} \cdot \pi r^2 = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot 1^2 = \left(\frac{3}{4}\pi\right) \text{ cm}^2$$

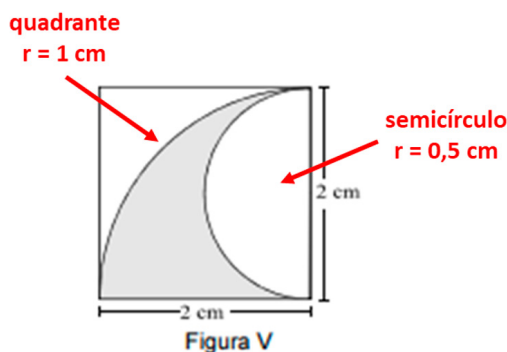
Para calcular a área da Figura IV, podemos recortar o quadrado ao meio. Assim, notaremos que podemos transportar os dois pedaços pintados do lado esquerdo para o lado direito, fechando a metade do quadrado.



Então a área da Figura IV corresponde à metade da área do quadrado.

$$S_{IV} = \frac{1}{2} S_{\text{quadrado}} = \frac{1}{2} l^2 = \frac{2^2}{2} = 2 \text{ cm}^2$$

Por fim, a área Figura V corresponde a um quadrante de raio igual a 2 cm, do qual foi extraído um semicírculo de raio igual a 1 cm.



$$S_V = S_{\text{quadrante}} - S_{\text{semicírculo}}$$

$$S_V = \left(1 \cdot \frac{\pi r^2}{4}\right) - \left(\frac{\pi r^2}{2}\right) = \left(\frac{\pi \cdot 2^2}{4}\right) - \left(\frac{\pi \cdot 1^2}{2}\right)$$

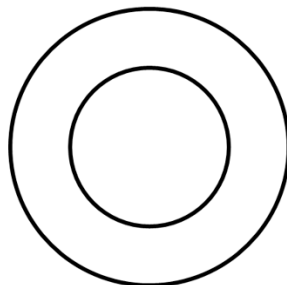
$$S_V = \frac{4\pi}{4} - \frac{1\pi}{2}$$

$$S_V = \pi - \frac{\pi}{2} = \left(\frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}^2$$

Sendo assim, as figuras II e V possuem áreas sombreadas iguais.

Letra d.

050. (INÉDITA/2024) Se os círculos da figura abaixo são concêntricos e os diâmetros obedecem a uma progressão aritmética de razão 3, e o primeiro círculo possui 2cm de raio, então o 15º círculo terá área igual a 500π .



Uma progressão aritmética pode ser generalizada pela expressão:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

O enunciado nos diz que o primeiro círculo possui raio 2, e os diâmetros obedecem a uma progressão aritmética, logo, como diâmetro é igual a duas vezes o raio,

$$a_1 = 2 \cdot 2 = 4$$

O enunciado também nos dá que $r = 3$. Portanto, basta encontrarmos a_{15} :

$$a_{15} = 4 + (15 - 1) \cdot 3$$

$$a_{15} = 4 + 14 \cdot 3 = 4 + 42 = 46$$

Assim, o diâmetro do 15º círculo é 46cm.

A área do círculo é dada por:

$$A = \pi \cdot r^2$$

Se $r = \frac{d}{2}$, então

$$r = \frac{46}{2} = 23$$

Calculando a área, tem-se:

$$A = \pi \cdot 23^2 = 529\pi$$

Errado.

Abra



caminhos



crie

futuros

gran.com.br

