

FUNÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE

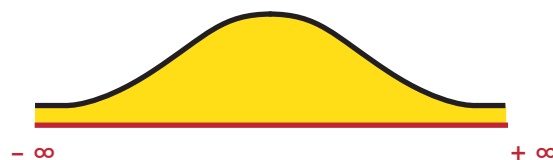
MATRIZ DE ESTATÍSTICA

FUNÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE (FDP)

(VARIÁVEL CONTÍNUA)

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Função de densidade de probabilidade, também conhecida como FDP. Em estatística inferencial, é relevante destacar a matriz em questão. Trata-se de uma variável contínua. Portanto, o foco será em uma variável contínua, e não em uma variável discreta, uma vez que será trabalhada a área. Assim, é crucial entender que a variável de estudo deverá ser contínua.



Trata-se de uma distribuição normal. Qual é o valor total da área sob essa curva? Esta área representa a probabilidade total, considerando que a curva se estende até o mais infinito e o menos infinito. A função que gera essa curva é conhecida como:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Para calcular a área sob a curva, utiliza-se a integral. A integral de menos infinito a mais infinito é representada por um símbolo que se assemelha a um “S”, referindo-se à superfície ou área.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} = 1$$

Portanto, a integral é utilizada para determinar a área, sendo uma integral definida. Ao calcular a integral definida dessa função de menos infinito a mais infinito, o resultado obtido será 1.

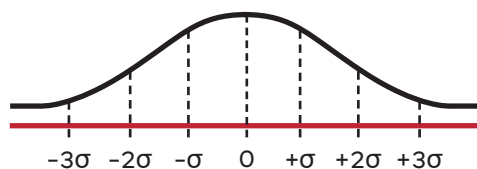


$$0 \leq P(x) \leq 1$$

Foi realizada a análise da distribuição normal e, ao padronizá-la, encontram-se valores padronizados.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

A padronização da distribuição implica que a média é zero e o desvio padrão é 1, com valores distribuídos simetricamente em torno da média. Assim, os pontos de referência são: menos sigma, mais sigma, menos dois sigma, mais dois sigma, menos três sigma, mais três sigma.



5m

Esta função é a que gera a curva normal. No entanto, podem existir outras situações, como uma função de segundo grau que pode representar, por exemplo, o lucro máximo de uma empresa. Nesse caso, a função descreve o aumento do lucro até atingir um valor máximo e, em seguida, a diminuição. Tal situação pode ser representada por uma parábola com concavidade voltada para baixo. Embora não seja a curva de Gauss, ou curva normal, trata-se de uma parábola. A função de uma parábola é conhecida e é dada por $Ax^2 - Bx + C$.

Ao invés de apresentar a variável x que segue a distribuição normal, com todos os parâmetros já definidos, pode-se considerar uma variável x que, por exemplo, representa o lucro de uma empresa e segue uma função de segundo grau. Embora a curva normal seja mais complexa de trabalhar, a função de segundo grau é mais manejável. Com uma função de segundo grau ou uma função exponencial, é possível realizar os cálculos necessários de maneira mais direta. Portanto, a proposta é trabalhar com uma abordagem semelhante, na qual, ao utilizar a distribuição normal, os parâmetros já estão definidos, facilitando o processo de análise.

De menos um sigma a mais um sigma, a área sob a curva corresponde a aproximadamente 68%. Para o intervalo de menos dois sigmas a mais dois sigmas, a área aumenta para aproximadamente 95%. E no intervalo de menos três sigmas a mais três sigmas, a área sob a curva é de cerca de 99,7%. A função que gera este gráfico é complexa e difícil de trabalhar manualmente, por isso são utilizadas tabelas Z para simplificar o processo.

Então, se eu tivesse o meu Z valendo 1.96 eu sei, eu sei que a probabilidade é aproximadamente 95,5%.

Isso é uma função de densidade de probabilidade (FDP). A curva normal representa uma variável contínua, e, portanto, é uma FDP. Para que uma função seja considerada uma FDP, duas condições devem ser atendidas. Importante destacar que, neste contexto, não se trabalha com variáveis discretas, mas sim com variáveis contínuas.



10m

Há questões interessantes em concursos recentes, como em 2024 e 2023, em que a banca pergunta sobre a probabilidade de X ser igual a 3. No entanto, não é possível que XXX seja igual a 3, pois $X=3X$ é um ponto. E como calcular a área de um ponto? Não é possível calcular a área de um ponto. Portanto, é necessário trabalhar com variáveis contínuas e considerar intervalos. A área é calculada dentro de um intervalo. A área de um ponto é zero, pois o ponto é adimensional.

A função densidade de probabilidade é não negativa sempre, e sua integral sobre todo o espaço é igual a um. A função densidade pode ser obtida a partir da função distribuição acumulada a partir da operação de derivação (quando esta é derivável).

$$f(x) \geq 0 \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

A FDP possui estas condições:

- $f(x) \geq 0$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$

$$P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

Então, percebe-se que, ao calcular a probabilidade de uma variável X em um ponto específico, não há como obter um valor diferente de zero. Seja uma curva normal ou qualquer outra curva, inclusive uma reta, a área de um ponto é sempre zero.



15m

Quando se deseja calcular a probabilidade dentro de uma função de densidade de probabilidade (FDP), não se calcula a probabilidade para um valor específico de X . Em questões de concursos, como $P(X = 3)$, o resultado é zero, pois não existe área associada a um ponto. Em vez disso, calcula-se a probabilidade para um intervalo de valores. Para isso, deve-se determinar a probabilidade de X estar entre A e B , ou seja, $A \leq X \leq B$. A probabilidade é então obtida através da integral da função de densidade $f(x)$ no intervalo de A até B .



DIRETO DO CONCURSO

- 01.** (CS-UFG/TJ-AC/ANALISTA JUDICIÁRIO/ESTATÍSTICO/2024) Quais as propriedades que uma função precisa ter para que seja chamada de função densidade de probabilidade?
- a) Ser contínua, não negativa e a integral sobre todo o espaço ser igual a 1.
 - b) Ser contínua, monótona e a integral sobre todo o espaço assumir valor finito.
 - c) Ser crescente, não negativa e a integral sobre todo o espaço ser igual a 1.
 - d) Ser crescente, monótona e a integral sobre todo o espaço assumir valor finito. Verifique se a função a seguir é uma função de densidade de probabilidade:



Ser contínua, não negativa e a integral sobre todo o espaço ser igual a 1.

Integrais primitivas

1. $\int K \, dx = K \cdot x + c$

2. $\int K \cdot x \, dx = k \cdot \int x \, dx = k \cdot \frac{x^2}{2}$

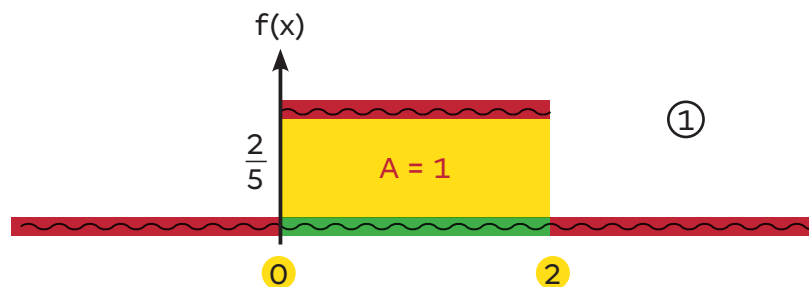
3. $\int x \, dx = \frac{x^2}{2}$

4. $\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$

5. $\int \frac{1}{x} \, dx = \ln x$

Verifique se a função a seguir é uma FDP:

$x = \frac{2}{5}$, se $0 \leq x \leq 2$; 0 caso contrário



$f(x) = \frac{2}{5}$

$0 \leq x \leq 2$

$f(x) = 0$

Para ser uma FDP:

- $f(x) \geq 0$
- $f(x) = \frac{2}{5} (+)$

$A = 2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{5} = 0,8 \neq 1$

Não é um FDP, porque deu 0,8.

Agora a integral:

$\int_0^2 f(x) \, dx = \int_0^2 \frac{2}{5} \, dx$

$\frac{2}{5} \int 1 \, dx = \frac{2}{5} \cdot x$

$\frac{2}{5} x \Big|_0^2 = \left(\frac{2}{5} \cdot 2 \right) - \left(\frac{2}{5} \cdot 0 \right) = \frac{4}{5} = 0,8$

GABARITO

01. a

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.
