

FUNÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE III

É um assunto bem específico e que precisa de um conhecimento de integral definida. É importante guardar as integrais primitivas. Não passa disso.

As principais são:

$$1) \int k \, dx = k \cdot x$$

$$2) \int x^4 \, dx = \frac{x^{4+1}}{4+1}$$

$$3) \int \frac{1}{x} \, dx = \ln x$$

$$4) \int e^x \, dx = e^x$$

Isso deve ser guardado.

Quando se fala em função de densidade de probabilidade (FDP), sempre se está mexendo com a área. Não tem como ser $x = a$ tanto, pois deve-se calcular a área. Quando se fala em FDP, é o intervalo.



DIRETO DO CONCURSO

03. (NUCEPE/2023/UESPI/ESTATÍSTICO)

Considere uma função de distribuição com a seguinte densidade:

$$f(x) = c(1-x), \text{ } x \in (0,1)$$

Com base nesta densidade, responda a questão O valor da constante c para o qual f seja uma função de probabilidade é dado por

- a) 2
- b) $1/2$
- c) 1
- d) $3/2$
- e) $-1/2$



Apreendeu-se que uma função é FDP quando é positiva e quando a sua integral, a sua área, que vai de $-\infty$ até $+\infty$, for igual a 1. Quer-se saber qual é a constante, partindo do pressuposto de que isso é uma FDP. Partindo do pressuposto de que isso é uma função de densidade de probabilidade, a sua integral (o intervalo de 0 a 1) tem que ser 1.



10m

$$\int_0^1 f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_0^1 c(1-x) dx = 1$$

Resumindo, quando se perguntar a constante, deve-se fazer a integral daquilo e igualar a 1. Essa é a conta que mais acontece quando se fala de FDP. Quando se perguntar a constante, deve-se calcular aquela área sendo igual a 1.

Dica para encontrar uma constante:

$$\begin{aligned} \int_0^1 c(1-x) dx &= 1 \\ \int_0^1 c - cx dx &= 1 \end{aligned}$$

Tendo um negativo, pode-se dividir a integral em duas:

$$\int_0^1 c dx - \int_0^1 cx dx = 1$$

Após integrar, deve-se colocar uma barra para lembrar que é de 0 até 1. Deve-se pegar o 1 e substituir o x, depois o 0, substituindo o x, começando sempre pelo de cima, depois passando para o de baixo. A constante pode ir para fora. Sobra o x. Coloca-se a constante para fora da integral e se integra o x:



15m

$$cx \Big|_0^1 - c \cdot \frac{x^{1+1}}{2} \Big|_0^1 = 1$$

$$[c \cdot 1 - c \cdot 0] - [c \cdot \frac{1^2}{2} - c \cdot \frac{0^2}{2}] = 1$$

$$\frac{c}{1} - \frac{c}{2} = 1$$

$$\frac{2c - c}{2} = 1$$

$$\frac{c}{2} = 1$$

$$c = 2$$

04. (QUADRIX/2023/CRM/MG/ESTATÍSTICO)

O valor de k que torna a função

$$f(x) = \begin{cases} kx^3 (1-x)^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

uma função de densidade de probabilidade é

- a) 10.
- b) 25.
- c) 40.
- d) 60.
- e) 75.



Apreendeu-se que, para que uma função seja uma FDP, a integral da função tem que ser 1. Com isso, encontra-se a constante.

Primeiro, deve-se fazer a potenciação, depois a multiplicação e a divisão e, por fim, soma e subtração.

$$\int_0^1 kx^3 (1-x)^2 dx = 1$$

$$\int_0^1 kx^3 (1 - 2 \cdot x + x^2) dx = 1$$

$$\int_0^1 (kx^3 - 2kx^4 + kx^5) dx = 1$$



20m

$$\int_0^1 kx^{3+1} dx - \int_0^1 dkx^4 dx + \int kx^5 dx = 1$$

$$k \cdot \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 - 2k \cdot \frac{x^5}{5} \Big|_0^1 + k \cdot \frac{x^6}{6} \Big|_0^1 = 1$$

$$k \cdot \frac{1^4}{4} - 2 \cdot k \cdot \frac{1^5}{5} + k \cdot \frac{1^6}{6} = 1$$

$$\frac{k}{4} - \frac{2k}{5} + \frac{k}{6} = 1$$

$$\frac{15k - 24k + 10k}{60} = 1$$

$$K = 60$$

05. (CESPE/CEBRASPE/2023/CNMP/ANALISTA DO CNMP/ÁREA: APOIO TÉCNICO ESPECIALIZADO/ESPECIALIDADE: ESTATÍSTICA)

Considerando que a função de densidade de probabilidade $f(x)$ de uma variável aleatória absolutamente contínua X seja tal que

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = 1,$$

e, para qualquer ≥ 0 ,

$$\int_a^{-a} f(x) dx = \int_a^0 f(x) dx$$

julgue o próximo item.

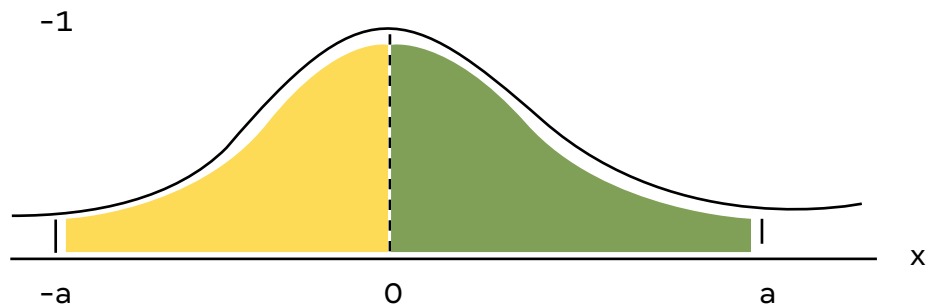
$$E(X^2) > 1.$$

() Certo

() Errado



As duas situações colocadas são para que seja uma FDP. A ideia é essa. Pensando como se fosse uma normal, tem-se:



Toda a área amarela + verde vale 1.

A variância de x é a média dos quadrados menos o quadrado da média:

$$\text{Var}(x) = E(x^2) - (e(x))^2$$

A média é 0.

$$\text{Var}(x) = E(x^2) - 0^2 \quad \text{Var}(x) = E(x^2)$$



35m

O a vai ser de -1 até 1. x varia 1 ou -1. A variância desse x é no máximo 1. A variância vai até 1, então, não será maior do que 1.

GABARITO

3. a

4. d

5. E

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.