

FUNÇÃO DE DENSIDADE DE PROBABILIDADE IV



DIRETO DO CONCURSO

06. (FGV/TRT/16ª REGIÃO (MA)/ANALISTA JUDICIÁRIO/ESTATÍSTICA/2022) Uma variável aleatória X tem função de densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2, & \text{se } 0 < x < 3 \\ 0, & \text{nos demais casos} \end{cases}$$

O valor da constante k é

- a) $1/9$.
- b) $1/7$.
- c) $1/6$.
- d) $1/3$.
- e) 3 .



$$\int_0^3 f(x) dx = 1$$

$$\int_0^3 kx^2 dx = 1$$

$$K \cdot \frac{x^{2+1}}{2+1} \Big|_0^3 = 1$$

$$K \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^3 = 1$$

$$k \cdot \frac{27}{3} = 1$$

$$k = \frac{3}{27}$$

$$k = 1/9$$

07. (CESPE/CEBRASPE/POLÍCIA FEDERAL/PAPILOSCOPISTA POLICIAL FEDERAL/2021)
Considerando que o horário de ocorrência de certo tipo de crime em determinado local seja representado por uma variável aleatória contínua X , cuja função de densidade é escrita como $f(x) = y(x - 12)^2$, em que $0 \leq x < 24$ e y é uma constante de normalização ($x > 0$), julgue o item subsequente.

O valor da constante y é inferior a 0,01.



5m

$$\int_0^{24} y \cdot (x - 12)^2 dx = 1$$

$$y \cdot \int_0^{24} (x - 12)^2 dx = 1$$

$$y \cdot \int_0^{24} x^2 - 24x + 144 dx = 1$$

$$y \cdot \left[\frac{24^3}{3} - 24 \cdot \frac{24^2}{2} + 144 \cdot 24 \right] = 1$$

$$y \cdot \left[\frac{13824}{3} - \frac{13824}{2} + 3456 \right] = 1$$

$$y \cdot [4608 - 6912 + 3456] = 1$$

$$y \cdot [1152] = 1$$

$$y = \frac{1}{1852} = 0,0008$$



10m

Observe que o valor da constante é inferior a 0,001.

08. (FGV/TJ-AP/ANALISTA JUDICIÁRIO/APOIO ESPECIALIZADO/ESTATÍSTICO/2024) Seja $f(x) = k/x$, $1 \leq x \leq e$, onde “e” é o número neperiano, uma função densidade de probabilidade de variável aleatória contínua, onde $f(x)=0$ para $x>e$ ou $x<1$.

O valor de k deve ser igual a:

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.
- e) 5.

15m



$$\int_1^e f(x) dx = 1$$

$$\int_1^e k \cdot \frac{1}{x} dx = 1$$

$$k \cdot \int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$$

É importante destacar que a integral de $(1/x) \cdot dx$ é igual a $\ln(x)$.

20m

$$k \cdot \ln(x) \Big|_1^e = 1$$

$$k \cdot (\ln e - \ln 1) = 1$$

$$k \cdot \left(\ln \frac{e}{1} \right) = 1$$

$$k \cdot \ln e = 1$$

$$k \cdot 1 = 1$$

$$k = 1$$

25m

09. (CESPE/CEBRASPE/TBG/ENGENHEIRO JÚNIOR/ÊNFASE: MANUTENÇÃO/2023) Considerando uma variável aleatória X cuja função de distribuição de probabilidade acumulada é dada pela expressão $F_{(x)} = P(X \leq x) = \frac{1}{1 + e^{-(x-5)/2}}$ em que x pode assumir qualquer valor real, julgue o item subsequente.

$$P(X = 3) = 0$$



Em uma função contínua, a área de um ponto específico, como quando $x=3$, é igual a zero, pois um ponto isolado não possui área. Essa é uma consideração fundamental ao lidar com integrais.

10. (NUCEPE/FMS/ESTATÍSTICO/2019) Seja X uma função densidade de probabilidade:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2, & \text{se } -1 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A probabilidade de $P(X > 1/3)$ é:

- a) $1/6$.
- b) $6/16$.
- c) $1/2$.
- d) $13/27$.
- e) $7/16$.



30m

Esta função forma uma parábola com concavidade voltada para cima. A área sob a curva, no intervalo definido, deve ser igual a 1, como é típico para funções de densidade de probabilidade. O objetivo é calcular a probabilidade de x ser maior que $1/3$.

$$f(x) = \frac{3}{2} \cdot x^2$$

$$f(x) = 0$$

A função representa uma parábola com concavidade voltada para cima, devido ao coeficiente positivo. A área sob essa curva, entre -1 e 1 , é igual a 1, conforme esperado para funções de densidade de probabilidade. Fora desse intervalo, a função é igual a zero, indicando que não há área ou probabilidade associada.

35m

$$\int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{3}{2} \cdot x^2 dx$$

$$\left. \frac{3}{2} \cdot \frac{x^3}{3} \right|_{\frac{1}{3}}^1 = \left. \frac{x^3}{2} \right|_{\frac{1}{3}}^1$$

$$\frac{1^3}{2} - \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^3}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{27}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{27} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{54} = \frac{26}{54} = \frac{13}{27}$$

40m

O cálculo com variáveis contínuas pode ser mais simples do que com variáveis discretas, pois não há truques ou pegadinhas a serem considerados.

Agora, o foco será na função de densidade de probabilidade para determinar os parâmetros, como o valor esperado e a variância. Isso envolve a aplicação das fórmulas para $E(X)$ e $Var(X)$, que requerem a avaliação das integrais de $xf(x)$ e $x^2f(x)$. Compreendidos os conceitos principais sobre funções de densidade de probabilidade, os detalhes serão abordados na próxima seção.

GABARITO

06. a**08. a****10. d****07. C****09. C**

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.
