

ESTATÍSTICA INFERENCIAL - TEOREMA DA PROBABILIDADE TOTAL E BAYES

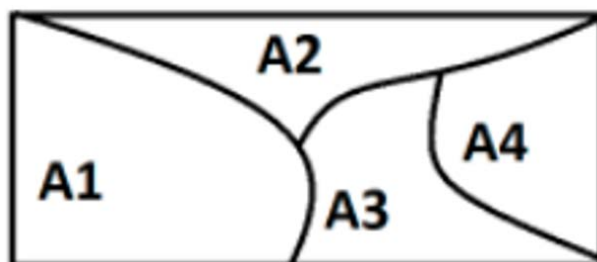
É importante o conhecimento e entendimento desses teoremas. Outro nome que pode aparecer no edital é “Condicional”, pois, muitas vezes, a nomenclatura “Teorema de Bayes” não é mencionada no edital.



PROBABILIDADE TOTAL

Considera-se abaixo um espaço amostral (universo) alfa que é formado por vários eventos: $A_1, A_2, A_3, \dots$ todos mutuamente exclusivos (não há interseção).

Observe a figura a seguir.

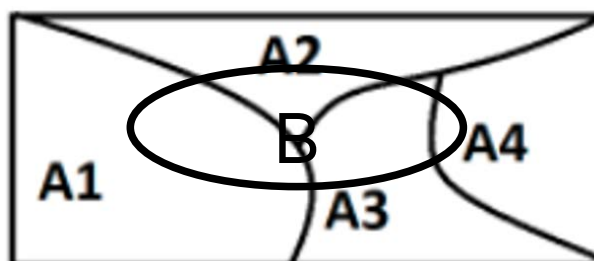


Nesse sentido, é como se fosse um universo dividido em partições. Nesse universo, o espaço amostral é composto por $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$.

Por exemplo, em uma empresa, há pessoas que trabalham na gestão, no operacional, na contabilidade e na administração. São eventos exclusivos (disjuntos, separados, não há interseção), sendo que os que trabalham na parte de contabilidade não trabalham em nenhum outro setor.



Obs.: | Nesse tipo de questão, pode ser utilizado o diagrama de árvore.



A composição do evento B pega uma parte de cada evento A. Esse evento B pode pegar um pouco de cada parte do universo. Assim, surge o teorema da probabilidade total.

Supondo que A1, A2, A3 e A4 sejam as estações do ano (verão, inverno, primavera, outono) e uma viagem seja o evento B, a probabilidade total permite calcular a probabilidade de um evento a partir de um conjunto de possibilidades condicionais que envolvem esse evento. Nota-se que a viagem pode ter ocorrido em qualquer estação do ano.

O conjunto B é dado da seguinte forma: ($\cap$ = interseção; $\cup$ = união) B: $(A1 \cap B) \cup (A2 \cap B) \cup (A3 \cap B) \cup (A4 \cap B)$. Nesse sentido, **o conjunto B é a união das partes de A.**

A probabilidade de B, ou seja, a chance de acontecer determinado evento B, é dada por:

$$P(B): P(A1 \cap B) + P(A2 \cap B) + P(A3 \cap B) + P(A4 \cap B).$$

Dessa forma, é possível descobrir qual a probabilidade de viajar em determinada estação do ano (verão, inverno, outono ou primavera), sendo que as quatro estações do ano compõem o universo.

A probabilidade condicional (probabilidade de acontecer B dado A) também pode ser escrita de uma forma mais sofisticada, como a seguir:

$$P(B/A) = P(B \cap A)/P(A)$$

Dessa forma, entende-se que podem existir condicionais entre a parte A1 e o conjunto B; entre a parte A2 e o conjunto B; entre a parte A3 e o conjunto B; e entre a parte A4 e o conjunto B. Comutar A e B, na fórmula de probabilidade condicional, não gera alteração.

Essa fórmula também pode ser escrita como: $P(B \cap A) = P(B/A).P(A)$.

Esse evento B pode ser representado por: $(A1 \cap B) \cup (A2 \cap B) \cup (A3 \cap B) \cup (A4 \cap B)$. Do evento viagem, pode ser inverno, verão, primavera ou outono. Partindo do pressuposto de que os eventos A e B são condicionais, a condicional fica embaixo, e a interseção fica em cima.

Agora, generalizando, tem-se a definição formal do **Teorema da Probabilidade Total**:

$$P(B): P(B/A1).P(A1) + P(B/A2).P(A2) + P(B/A3).P(A3) + P(B/A4).P(A4).$$

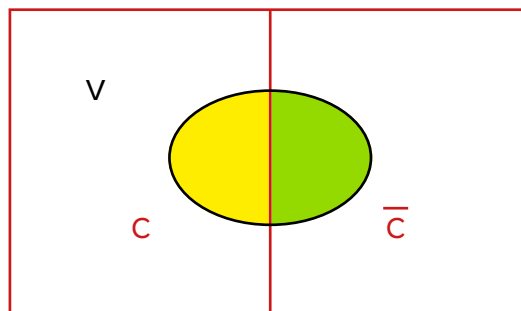
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1. Um maratonista tem 50% de chance de vencer uma competição sob o dia ensolarado, porém com chuva, suas chances caem para 25%. As autoridades do serviço de meteorologia da cidade que sediará a competição estimam em 30% a probabilidade de que ocorra um dia ensolarado. Sabendo disso, qual a probabilidade do maratonista ser vencedor nessa competição?

- a. 32,5%
- b. 50%
- c. 75%
- d. 62,5%
- e. 70%



Considera-se, na figura a seguir, que a elipse (círculo achatado) é a probabilidade total de vencer e que o universo é o retângulo (chuva ou não chuva).



35m

Além disso, é possível representar essa questão por meio de um diagrama de árvore.

Considerando que tem uma chance de 30% de ser um dia ensolarado e que, em um dia ensolarado, ele tem 50% de chance de ganhar, basta multiplicar 30% por 50%, resultando em 15% de chance de fazer um dia ensolarado e vencer.

Além disso, sabendo que há uma chance de 70% de chover, e que, em um dia chuvoso, ele tem apenas 25% de chance de ganhar, multiplicando 70% por 25%, descobre-se que há uma probabilidade de 17,5% de chover e ele vencer.

Por fim, basta somar as probabilidades de vencer em ambos os cenários (15% e 17,5%), resultando em uma probabilidade total de vencer de 32,5%.



40m

GABARITO

1. a

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Josimar Padilha.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.