

MATRIZ DE ESTATÍSTICA INFERÊNCIAL

PROBABILIDADE TOTAL E TEOREMA DE BAYES

TEOREMA DA PROBABILIDADE TOTAL E DE BAYES

1. Teorema da Probabilidade Total.

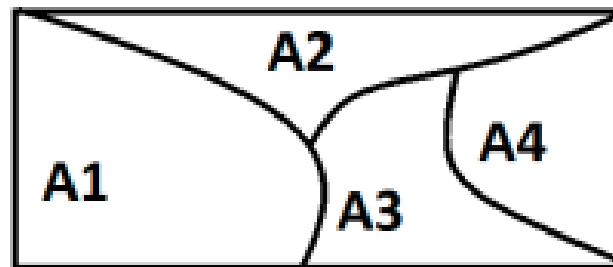
2. Teorema de Bayes.

É importante o conhecimento e entendimento desses teoremas.

Outro nome que pode aparecer no edital é “Condicional”, pois muitas vezes a nomenclatura “Teoria de Bayes” não é mencionada no edital.

1. Probabilidade total

Vamos considerar abaixo um espaço amostral (universo) alfa e que ele é formado por vários eventos: $A_1, A_2, A_3, \dots$ todos mutuamente exclusivos (não há interseção). Vejamos a figura abaixo:

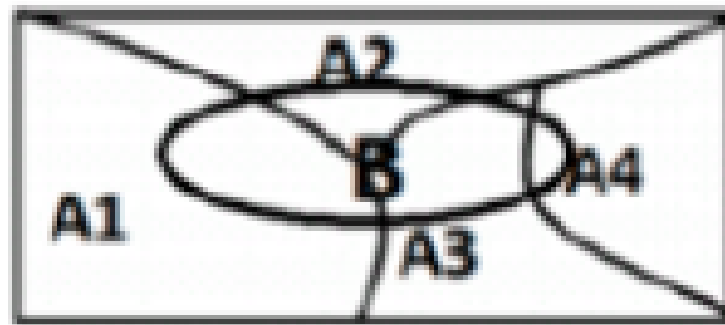


É como se fosse um universo dividido em partições.

Esse universo, o espaço amostral é composto por $A1 \cup A2 \cup A3 \cup A4$.

Por exemplo, numa empresa há pessoas que trabalham na gestão, no operacional, na contabilidade e na administração. São eventos exclusivos (disjuntos, separados, não há interseção), os que trabalham na parte de contabilidade não trabalham em nenhum outro setor.

Nesse tipo de questão pode ser utilizado o diagrama de árvore.



A composição do evento B pega uma parte de cada evento A. Esse evento B pode pegar um pouco de cada parte do universo. Daí surge o teorema da probabilidade total.

Supondo que A1, A2, A3 e A4 sejam as estações do ano (verão, inverno, primavera, outono) e uma viagem seja o evento B, a probabilidade total permite calcular a probabilidade de um evento a partir de um conjunto de possibilidades condicionais que envolvem esse evento. A viagem pode ter ocorrido em qualquer estação do ano.

O conjunto B é dado da seguinte forma: ($\cap$ = interseção; $\cup$ = união) $B: (A1 \cap B) \cup (A2 \cap B) \cup (A3 \cap B) \cup (A4 \cap B)$.

O conjunto B é a união das partes de A.

A probabilidade de B, a chance de acontecer determinado evento B, é dada por:

$$P(B): P(A1 \cap B) + P(A2 \cap B) + P(A3 \cap B) + P(A4 \cap B).$$

Qual a probabilidade de viajar em determinada estação do ano (verão, inverno, outono ou primavera), e as quatro estações do ano compõem o universo.

Probabilidade condicional (probabilidade de acontecer B dado A):

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

Podem existir condicionais: entre a parte A1 e o conjunto B; entre a parte A2 e o conjunto B; entre a parte A3 e o conjunto B e entre a parte A4 e o conjunto B.

Comutar, na fórmula de probabilidade condicional, A e B não gera alteração.

Essa fórmula também pode ser escrita como: $P(B \cap A) = P(B/A) \cdot P(A)$.

Esse evento B pode ser representado por: $(A1 \cap B) \cup (A2 \cap B) \cup (A3 \cap B) \cup (A4 \cap B)$. Do evento viagem, pode ser inverno, verão, primavera ou outono. Partindo do pressuposto que os eventos A e B são condicionais, a condicional fica embaixo, e a interseção fica em cima.

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

Agora, generalizando, tem-se a definição formal do **Teorema da Probabilidade Total**:

$$P(B): P(B/A_1).P(A_1) + P(B/A_2).P(A_2) + P(B/A_3).P(A_3) + P(B/A_4).P(A_4).$$

Exemplo 01: Um maratonista tem 50% de chance de vencer uma competição sob o dia ensolarado, porém com chuva, suas chances caem para 25%. As autoridades do serviço de meteorologia da cidade que sediará a competição estimam em 30% a probabilidade de que ocorra um dia ensolarado. Sabendo disso, qual a probabilidade do maratonista ser vencedor nessa competição?

- a) 32,5%
- b) 50%
- c) 75%
- d) 62,5 %
- e) 70%