

ESTATÍSTICA

Medidas de Assimetria e Curtose



Presidente: Gabriel Granjeiro

Vice-Presidente: Rodrigo Calado

Diretor Pedagógico: Erico Teixeira

Diretora de Produção Educacional: Vivian Higashi

Gerente de Produção Digital: Bárbara Guerra

Coordenadora Pedagógica: Élica Lopes

Todo o material desta apostila (incluindo textos e imagens) está protegido por direitos autorais do Gran. Será proibida toda forma de plágio, cópia, reprodução ou qualquer outra forma de uso, não autorizada expressamente, seja ela onerosa ou não, sujeitando-se o transgressor às penalidades previstas civil e criminalmente.

CÓDIGO:

250318561993



THIAGO CARDOSO

Engenheiro eletrônico formado pelo ITA com distinção em Matemática, analista-chefe da Múltiplos Investimentos, especialista em mercado de ações. Professor desde os 19 anos e, atualmente, leciona todos os ramos da Matemática para concursos públicos.

GRAN
CONCURSOS

SUMÁRIO

Medidas de Assimetria e Curtose.....	4
1. Medidas de Assimetria.....	4
1.1. Distribuições Assimétricas	5
1.2. Medidas de Assimetria em Função das Separatrizes	9
1.3. Medidas de Assimetria de Pearson.....	12
2. Medidas de Curtose	14
Resumo	18
Mapas Mentais	19
Questões Comentadas em Aula	21
Questões de Concurso.....	24
Gabarito	30
Gabarito Comentado.....	31

MEDIDAS DE ASSIMETRIA E CURTOSE

1. MEDIDAS DE ASSIMETRIA

A simetria é uma propriedade das distribuições de probabilidade. Uma função ou uma distribuição de probabilidades é **simétrica** quando o seu gráfico admite um **eixo de simetria vertical**, de modo que o lado direito do gráfico seja exatamente a **imagem no espelho** do lado esquerdo.



Figura 1: Distribuição Perfeitamente Simétrica

O gráfico dessa função é perfeitamente simétrico, pois o lado direito da distribuição corresponde exatamente à imagem no espelho do lado esquerdo.

Quando isso acontece, temos uma regra de ouro que pode ser muito útil:

- ◇ Nas distribuições perfeitamente simétricas, a média, a moda e a mediana são iguais.

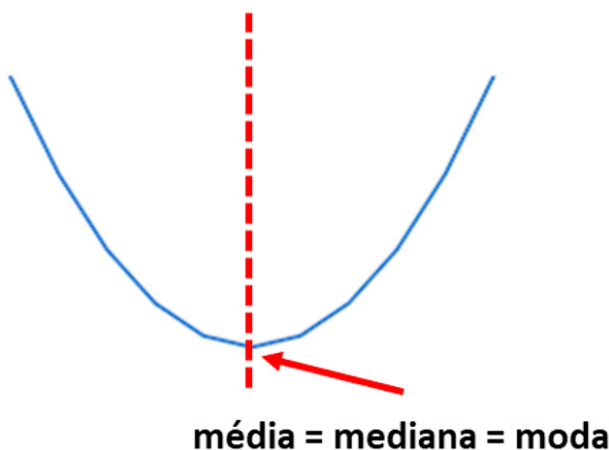


Figura 2: Regra de Ouro das Distribuições Perfeitamente Simétricas

1.1. DISTRIBUIÇÕES ASSIMÉTRICAS

Existem duas categorias de distribuições assimétricas. Para que você não se confunda em relação a elas, note que o que define a classificação é a **posição relativa da média** em relação às demais grandezas.

Pela Regra de Pearson, nós vimos que a mediana é normalmente um valor intermediário entre a média e a moda.

Distribuições Assimétricas à Esquerda (ou de Assimetria Negativa): quando a média se situa à esquerda da mediana e da moda. Ou, ainda, quando a diferença Média – Mediana é negativa.

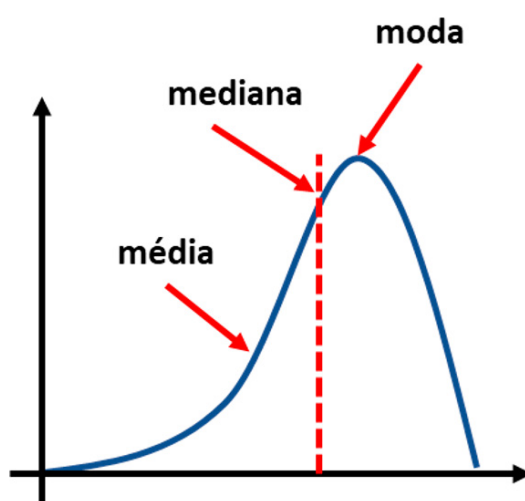


Figura 3: Exemplo de Distribuição Assimétrica à Esquerda

Distribuições Assimétricas à Direita (ou de Assimetria Positiva): quando a média se situa à direita da mediana e da moda. Ou, ainda, quando a diferença Média – Mediana é positiva.

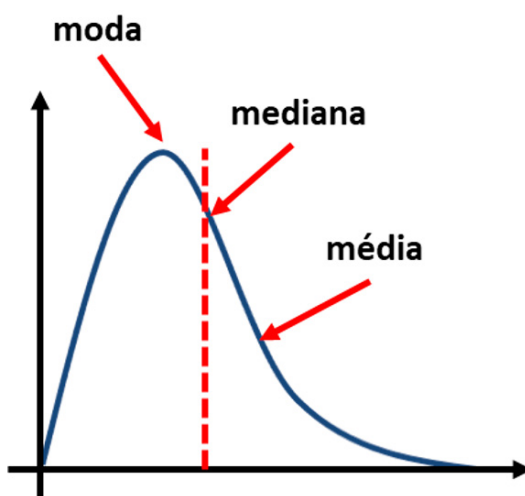


Figura 4: Exemplo de Distribuição Assimétrica à Direita

O que pode trazer um pouco de confusão aos alunos é que, quando vemos uma distribuição de probabilidade, tendemos a atrair os nossos olhares para a moda da distribuição, que corresponde ao valor de pico.

Note que, nas distribuições assimétricas à esquerda, a moda está no lado direito e que, nas distribuições assimétricas à direita, a moda está no lado esquerdo. Porém, **não se deixe enganar pela posição relativa da moda.**

DIRETO DO CONCURSO

001. (ESAF/AFTN/1998) Pedese a um conjunto de pessoas que executem uma tarefa manual específica que exige alguma habilidade. Mede-se o tempo T que cada uma leva para executar a tarefa. Assinale a opção que, em geral, mais se aproxima da distribuição amostral de tais observações.

- a) Espera-se que a distribuição amostral seja assimétrica à esquerda.
- b) Espera-se que a distribuição amostral seja em forma de sino.
- c) Espera-se que a distribuição amostral de T seja em forma de U, simétrica e com duas modas nos extremos.
- d) Na maioria das vezes, a distribuição de T será retangular.
- e) Quase sempre a distribuição será simétrica e triangular.

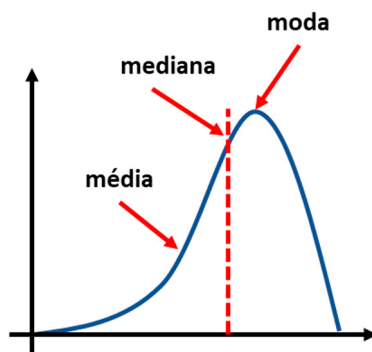


Essa é uma questão para lá de esquisita. É o tipo de questão que você não precisa se preocupar. É atípica. Cai uma vez na vida e nunca mais.

Porém, fora do ambiente de prova, ela é muito útil para exercitar um pouco a sua imaginação. Pense o seguinte: um grupo de concurseiros foi a uma estação de esqui e sua tarefa seja aprender a esqui.

A maioria dos alunos nunca viu um esqui na vida. Portanto, a grande maioria terá bastante dificuldade para aprender. A grande maioria levará bastante tempo para começar a esqui. Por outro lado, haverá sempre alguns que terão mais facilidade para aprender. Certamente, você conhece alguém que aprende rápido. E também pode haver algum concurseiro que já tenha praticado outro esporte parecido, como patins, e terá mais facilidade.

Dessa forma, é de se esperar que a moda seja um tempo relativamente alto e que poucos sejam os concurseiros que levem pouco tempo para aprender a esqui.

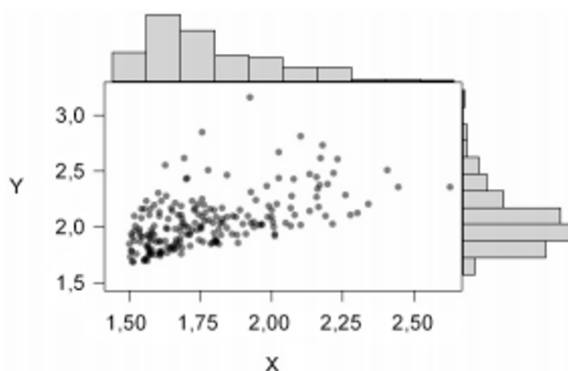


Portanto, a distribuição será provavelmente assimétrica à esquerda.

Na minha visão, essa é uma questão bem útil para você entender por que existem as distribuições assimétricas. Mas, não se preocupe com esse estilo de questão cair na sua prova.

Letra a.

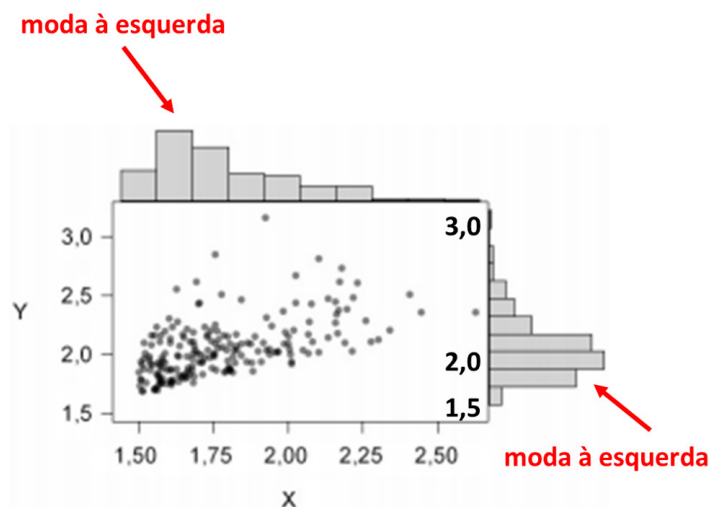
002. (CESPE/MPU/2013) A figura acima mostra a dispersão dos valores previstos (X, em R\$ milhões) e dos valores efetivamente gastos (Y, em R\$ milhões) em 200 obras de pavimentação em determinado estado, e os respectivos histogramas das distribuições dos valores X e Y. Com base nessas informações, julgue o item a seguir.



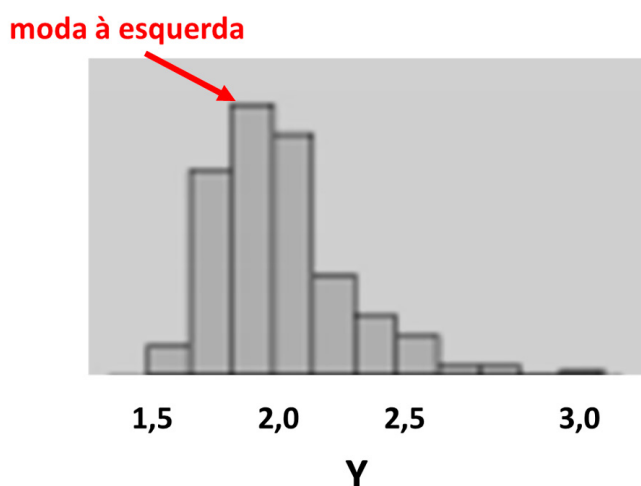
A distribuição de X apresentou assimetria positiva, enquanto a de Y exibiu assimetria negativa.



Não podemos cair nesse tipo de pegadinha. Observe que os valores de Y crescem de baixo para cima. Portanto, a parte de baixo corresponde à esquerda do gráfico da distribuição, enquanto a parte de cima do gráfico corresponde à parte direita do gráfico da distribuição.



Outra forma de ver isso é desenhando o gráfico de Y também deitado, da direita para a esquerda. Assim como está o gráfico de X.



Dessa forma, em ambas as distribuições, a moda está à esquerda. Porém, lembre-se que o importa é a média e que ela fica do lado oposto à moda.

Portanto, ambas as distribuições apresentam a média à direita da mediana, logo, apresentam distribuição com assimetria positiva.

Errado.

Agora, vamos estudar algumas das principais medidas de assimetria. Vale ressaltar que não existe uma definição matemática rigorosa do grau de assimetria de uma amostra.

O que existem são múltiplas definições, que podem chegar a resultados diferentes. Existem essencialmente dois tipos de medidas de assimetria:

Em função das separatrizes ou quantis: a esse grupo pertencem o coeficiente quartílico e o coeficiente decílico de assimetria;

Em função das medidas de tendência central: são exemplos os coeficientes de Pearson que definem a assimetria da amostra em função da média

De maneira geral, veremos que o coeficiente quartílico de assimetria é o mais usado. Se não houver nenhuma indicação expressa na questão, utilize essa técnica.

Mas é também bastante comum que o próprio enunciado te indique qual índice de assimetria deve ser utilizado.

1.2. MEDIDAS DE ASSIMETRIA EM FUNÇÃO DAS SEPARATRIZES

Vamos estudar as medidas de assimetria em função dos quartis e dos decis.

1.2.1. COEFICIENTE QUARTÍLICO DE ASSIMETRIA

Sejam DQ_1 e DQ_3 os desvios do primeiro (Q_1) e do terceiro (Q_3) quartis em relação à mediana (Md) da amostra.

$$DQ_3 = Q_3 - Md \quad DQ_1 = Md - Q_1$$

Note que os dois desvios calculados **são sempre positivos**. O Q_3 é superior à mediana, enquanto o Q_1 é inferior a ela.

O coeficiente quartílico de assimetria consiste na razão entre a diferença e a soma entre as duas medidas.

$$A = \frac{DQ_3 - DQ_1}{DQ_3 + DQ_1}$$

Outra forma de decorar o coeficiente quartílico de assimetria é usando a seguinte expressão:

$$A = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Md}{Q_3 - Q_1}$$

Essa última expressão pode ser memorizada da seguinte forma:

- No numerador, colocamos a soma dos quartis abatidos do dobro da mediana;
- No denominador, tomamos a diferença dos quartis.

O resultado do coeficiente de assimetria encontra-se sempre no intervalo de **(-1) a (+1)**.

Se o coeficiente for positivo, a amostra tem assimetria positiva. Por outro lado, se o coeficiente for negativo, a amostra tem assimetria negativa.

O coeficiente quartílico é o mais utilizado, portanto, se a questão não especificar, recomendo que você utilize essa medida de assimetria.

DIRETO DO CONCURSO

003. (CESPE/TRT – 5ª REGIÃO (BA)/2008/ANALISTA JUDICIÁRIO-ESTATÍSTICA) De uma amostra aleatória simples de 20 trabalhadores da construção civil, foram obtidos os seguintes valores da remuneração mensal, em salários-mínimos:

1, 3, 2, 2, 3, 4, 4, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 2, 1, 2, 3, 2, 1, 1.

Considerando essas informações, julgue os próximos itens.

O coeficiente de assimetria é igual ou superior a zero.



Para obter o coeficiente quartílico de assimetria, vamos calcular os quartis e a mediana. O primeiro passo é determinar as posições do rol em que se localizam esses quartis.

$$\#Q_1 = \frac{n+1}{4} = \frac{20+1}{4} = \frac{21}{4} = 5,25$$

$$\#Q_2 = \frac{2 \cdot (n+1)}{4} = \frac{2 \cdot (20+1)}{4} = \frac{2 \cdot 21}{4} = 10,5$$

$$\#Q_3 = \frac{3 \cdot (n+1)}{4} = \frac{3 \cdot (20+1)}{4} = \frac{63}{4} = 15,75$$

Para buscar os quartis desejados, vamos identificá-los no rol fornecido.

1	3	2	2	3	4	4	3	2	1	1	1	1	2	1	2	3	2	1	1
x ₁									x ₂	x ₃	x ₄	x ₅		x ₆				x ₇	x ₈

Continuando a numeração do rol, temos:

1	3	2	2	3	4	4	3	2	1
x ₁	x ₁₅	x ₉	x ₁₀	x ₁₆	x ₁₉	x ₂₀	x ₁₇	x ₁₁	x ₂
1	1	1	2	1	2	3	2	1	1
x ₃	x ₄	x ₅	x ₁₂	x ₆	x ₁₃	x ₁₈	x ₁₄	x ₇	x ₈

Depois de organizado o rol, temos:

$$Q_1 = x_{5,25}. \text{ Como } x_5 = x_6 = 1 \therefore Q_1 = 1$$

$$Md = x_{10,5}. \text{ Como } x_{10} = x_{11} = 2 \therefore Q_1 = 2$$

$$Q_3 = x_{15,75}. \text{ Como } x_{15} = x_{16} = 3 \therefore Q_3 = 3$$

Vamos calcular o coeficiente quartílico de assimetria.

$$C = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Md}{Q_3 - Q_1} = \frac{3 + 1 - 2 \cdot 2}{3 - 1} = \frac{4 - 4}{2} = 0$$

Portanto, a amostra tem assimetria nula.

Certo.

1.2.2. COEFICIENTE DECÍLICO DE ASSIMETRIA

É muito semelhante ao coeficiente quartílico, sendo que trocamos o terceiro quartil (Q_3) pelo nono decil (D_9) e o primeiro quartil (Q_1) pelo primeiro decil (D_1).

$$A = \frac{D_9 + D_1 - 2Md}{D_9 - D_1}$$

DIRETO DO CONCURSO 

004. (CESPE/SEDF/2017/TÉCNICO DE GESTÃO ESTADUAL) Um levantamento estatístico, feito em determinada região do país, mostrou que jovens com idades entre 4 e 17 anos assistem à televisão, em média, durante 6 horas por dia. A tabela a seguir apresenta outras estatísticas produzidas por esse levantamento.

	distribuição dos tempos gastos assistindo televisão (T, em horas)
1.º quartil	2
2.º quartil	4
3.º quartil	8
1.º decil	1
9.º decil	10

Tendo como referência essas informações, julgue o seguinte item.

A distribuição dos tempos T possui assimetria positiva.



Vamos utilizar a definição do coeficiente quartílico de assimetria:

$$A = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Md}{Q_3 - Q_1} = \frac{8 + 2 - 2.4}{8 - 2} = \frac{10 - 8}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Poderíamos fazer a mesma conta usando os decis fornecidos:

$$A = \frac{D_9 + D_1 - 2Md}{D_9 - D_1} = \frac{10 + 1 - 2.4}{10 - 1} = \frac{11 - 8}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Em ambos os casos, notamos que a assimetria é positiva.

Certo.

1.3. MEDIDAS DE ASSIMETRIA DE PEARSON

Os coeficientes de Pearson são formas de medir a assimetria da amostra em função das medidas de tendência central – média, moda e mediana.

Para você se lembrar delas, eu recomendo que você se lembre da Relação Empírica de Pearson, que estabelece que a distância entre a média e a moda é aproximadamente igual ao triplo da distância entre a média e a mediana.

$$\text{Média} - \text{Moda} = 3. (\text{Média} - \text{Mediana})$$

$$\mu - Mo = 3. (\mu - Md)$$

O primeiro coeficiente de assimetria de Pearson é dado pela seguinte expressão:

$$A = \frac{\mu - Mo}{S}$$

Nessa expressão:

- μ é a média aritmética da amostra;
- Mo é a moda da amostra;
- S é o desvio padrão da amostra.
- O sinal da amostra é dado pelo numerador, portanto:
 - Se a média for superior à moda, a assimetria será positiva (ou à direita);
 - Se a média for inferior à moda, a assimetria será negativa (ou à esquerda).

Já o segundo coeficiente de assimetria de Pearson utiliza o outro pedaço da Relação de Pearson, que trata a mediana. Ele é dado pela seguinte expressão:

$$A = \frac{3.(\mu - Md)}{S}$$

Nessa expressão:

- μ é a média aritmética da amostra;
- Md é a mediana da amostra;
- S é o desvio padrão da amostra.

O sinal da amostra é dado pelo numerador, portanto:

- Se a média for superior à mediana, a assimetria será positiva (ou à direita);
- Se a média for inferior à mediana, a assimetria será negativa (ou à esquerda).

DIRETO DO CONCURSO 

005. (CESPE/PRF/2012/AGENTE ADMINISTRATIVO) A tabela acima apresenta as estatísticas produzidas em um levantamento acerca do número diário de acidentes que envolvem motocicletas em determinado local. Com base nessas informações, julgue os próximos itens.

estatística	valor (acidentes por dia)
média	10
mediana	8
desvio padrão	12
primeiro quartil	5
terceiro quartil	15

Segundo o coeficiente de assimetria de Pearson, a distribuição desse número diário de acidentes apresenta assimetria negativa.



Podemos olhar diretamente que a média é maior que a mediana, portanto, o coeficiente de assimetria é positivo.

Porém, podemos fazer a conta.

$$A = \frac{3.(\mu - Md)}{S} = \frac{3.(10 - 8)}{12} = \frac{3.2}{12} = \frac{1}{2}$$

Errado.

006. (CESPE/PRF/2012/AGENTE ADMINISTRATIVO/ADAPTADA) A moda calculada pela Relação de Pearson para essa distribuição é igual a 4.



A Relação de Pearson estabelece que a distância entre a média e a moda é o triplo da distância entre a média e a mediana.

$$\mu - Mo = 3. (\mu - Md)$$

$$10 - Mo = 3. (10 - 8)$$

$$10 - Mo = 3.2 = 6$$

$$\therefore Mo = 10 - 6 = 4$$

Certo.

2. MEDIDAS DE CURTOSE

A curtose diz respeito ao grau de achatamento de uma curva de distribuição de uma variável aleatória.

A curtose das curvas é tomada sempre como referência em relação à curtose da curva normal, conhecida como curva de sino.

Em relação à curva normal, uma curva pode ser:

Mesocúrtica: ou de curtose média. É uma curva que apresenta a mesma curtose da curva normal;

Platicúrtica: é a curva mais achatada que a distribuição normal, portanto, apresenta curtose superior à normal;

Leptocúrtica: é a curva mais alongada que a distribuição normal, portanto, apresenta curtose inferior à normal.

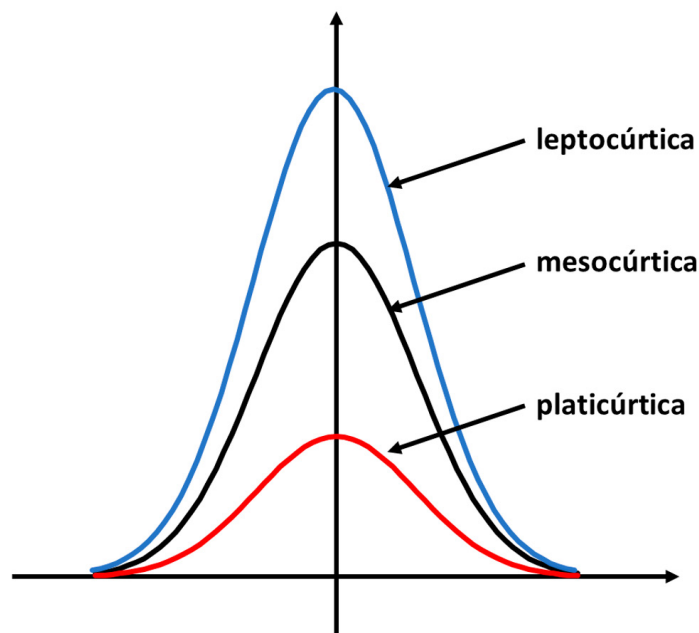


Figura 5: Classificação das Curvas quanto à curtose

Para que você não se confunda a respeito dos termos “platicúrtica” e “leptocúrtica”, lembre-se da seguinte dica:

- Obs.:** **Platicúrtica** tem **p** de plana, ou seja, é uma curva mais chata, de maior curtose.
Leptocúrtica tem **ℓ** de longa, ou seja, é uma curva mais alongada, de menor curtose.

Também não se confunda com um ponto importante. Leptocúrtica tem **ℓ** de longa. A curtose mede o quanto uma curva é curta. Portanto, se a curva é mais alongada (menos curta), ela deve ter curtose menor. Combinado?

A curtose da curva normal é igual a 0,263. Uma curva será:

- **Mesocúrtica:** quando a curtose é igual a 0,263.
- **Leptocúrtica:** quando a curtose é menor que 0,263.
- **Platicúrtica:** quando a curtose é maior que 0,263.

Vimos que as medidas de assimetria podem ser expressas em termos das medidas de tendência central. Todavia, no caso da curtose, o mesmo não é possível.

Por exemplo, na Figura 5, vemos três distribuições perfeitamente simétricas, tendo em vista que a média, a moda e a mediana são exatamente iguais. Porém, elas apresentam curtoses diferentes.

Dessa forma, a curtose não pode ser expressa somente em função das medidas de tendência central.

A fórmula mais utilizada para representar a curtose é o **coeficiente percentílico de curtose**, cuja expressão é:

$$C = \frac{Q_3 - Q_1}{2 \cdot (D_9 - D_1)}$$

Nessa expressão, temos:

- Q_3 é o terceiro quartil;
- Q_1 é o primeiro quartil;
- D_9 é o nono decil;
- D_1 é o primeiro.

Calculada dessa forma, a curtose é sempre um número entre **0** e **1**. A curva normal, em particular, apresenta índice igual a 0,263. Dessa forma, a curva será:

É possível também expressar a curtose em função da amplitude semiquartílica, que corresponde à metade da distância entre o primeiro e o terceiro quartis.

$$Aq = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

Dessa forma, podemos escrever a curtose como a razão entre a amplitude semiquartílica e a diferença entre o nono decil (D_9) e o primeiro decil (D_1):

$$C = \frac{Aq}{D_9 - D_1}$$

Uma questão que cobrasse a curtose a partir de dados categorizados tende a ser bastante longa. Mas elas já existem e já foram cobradas em provas. Porém, é também bastante comum que os quantis sejam fornecidos e que você precise apenas aplicar a fórmula. Veremos vários tipos de questões.

DIRETO DO CONCURSO 

007. (CESPE/SEDF/2017/TÉCNICO DE GESTÃO EDUCACIONAL) Um levantamento estatístico, feito em determinada região do país, mostrou que jovens com idades entre 4 e 17 anos assistem à televisão, em média, durante 6 horas por dia. A tabela a seguir apresenta outras estatísticas produzidas por esse levantamento.

	distribuição dos tempos gastos assistindo televisão (T , em horas)
1.º quartil	2
2.º quartil	4
3.º quartil	8
1.º decil	1
9.º decil	10

Tendo como referência essas informações, julgue o seguinte item.

O índice percentílico de curtose foi superior a 0,4, o que sugere que a distribuição dos tempos T seja leptocúrtica.



O aluno mais atento poderia ficar de olho já no seguinte detalhe: curtose maior que 0,263 é uma curva platicúrtica. Portanto, isso já eliminaria de pronto o item.

Além disso, observe que foram fornecidos os quartis e decis. Portanto, para fins de treino, basta aplicar a fórmula conhecida para a curtose:

$$C = \frac{Q_3 - Q_1}{2 \cdot (D_9 - D_1)} = \frac{8 - 2}{2 \cdot (10 - 1)} = \frac{6}{2 \cdot 9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = 0,333 > 0,263$$

Portanto, a curtose da distribuição obtida foi superior à curtose da distribuição normal. Logo, a curva é mais achatada, ou seja, platicúrtica. Além disso, note que o índice calculado foi inferior a 0,4.

Errado.

RESUMO

MEDIDAS DE ASSIMETRIA

- Se o coeficiente de assimetria for positivo, a distribuição terá assimetria positiva (ou à direita). Se o coeficiente de assimetria for negativo, a distribuição terá assimetria negativa (ou à esquerda).
- Coeficiente Quartílico:

$$A = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Md}{Q_3 - Q_1}.$$

- Coeficiente Decílico:

$$A = \frac{D_9 + D_1 - 2Md}{D_9 - D_1}.$$

- Primeiro Coeficiente de Pearson:

$$P_1 = \frac{\mu - Mo}{S}.$$

- Segundo Coeficiente de Pearson:

$$P_1 = \frac{3 \cdot (\mu - Md)}{S}.$$

CURTOSE

- Pode ser obtida como a relação entre a diferença dos quartis (Q_3 e Q_1) dividida por 2 e a diferença entre os decis (D_9 e D_1):

$$C = \frac{Q_3 - Q_1}{2 \cdot (D_9 - D_1)}$$

- A curtose da curva normal é igual a 0,263. Uma curva será:
 - **Mesocúrtica:** quando a curtose é igual a 0,263.
 - **Platicúrtica:** quando a curtose é maior que 0,263.
 - **Leptocúrtica:** quando a curtose é menor que 0,263.

MAPAS MENTAIS

Coefficiente Quartílico

$$A = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Md}{Q_3 - Q_1}.$$

Coefficiente Decílico

$$A = \frac{D_9 + D_1 - 2Md}{D_9 - D_1}.$$

Primeiro Coeficiente de Pearson

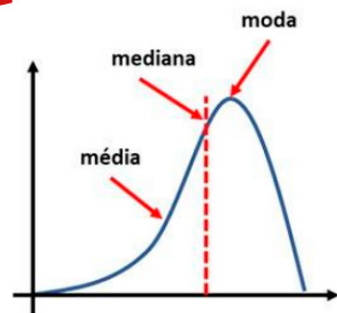
$$P_1 = \frac{\mu - Mo}{S}.$$

*Medidas de
Assimetria*

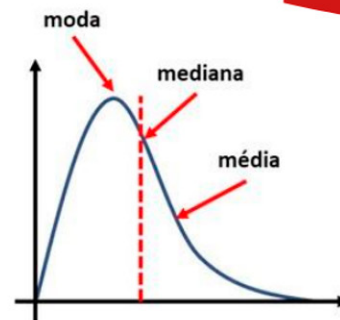
Segundo Coeficiente de Pearson

$$P_2 = \frac{3 \cdot (\mu - Md)}{S}.$$

**Distribuição
Assimétrica à
Esquerda**



**Distribuição
Assimétrica à
Direita**



Curtose →
$$C = \frac{Q_3 - Q_1}{2 \cdot (D_9 - D_1)}$$

Mesocúrtica

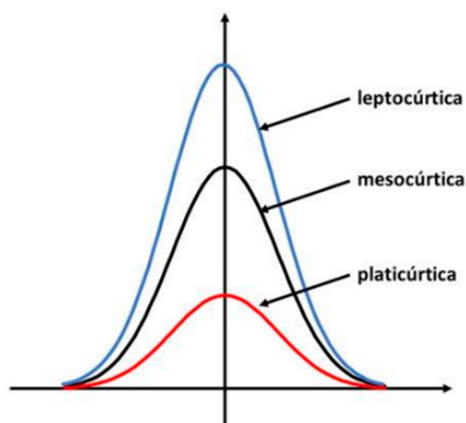
Quando a curtose é igual a 0,263.

Leptocúrtica

Quando a curtose é menor que 0,263.

Platicúrtica

Quando a curtose é maior que 0,263.

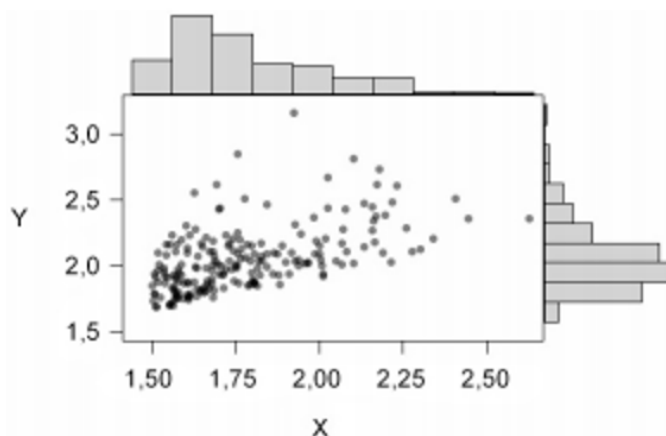


QUESTÕES COMENTADAS EM AULA

001. (ESAF/AFTN/1998) Pede-se a um conjunto de pessoas que executem uma tarefa manual específica que exige alguma habilidade. Mede-se o tempo T que cada uma leva para executar a tarefa. Assinale a opção que, em geral, mais se aproxima da distribuição amostral de tais observações.

- a) Espera-se que a distribuição amostral seja assimétrica à esquerda.
- b) Espera-se que a distribuição amostral seja em forma de sino.
- c) Espera-se que a distribuição amostral de T seja em forma de U, simétrica e com duas modas nos extremos.
- d) Na maioria das vezes, a distribuição de T será retangular.
- e) Quase sempre a distribuição será simétrica e triangular.

002. (CESPE/MPU/2013) A figura acima mostra a dispersão dos valores previstos (X , em R\$ milhões) e dos valores efetivamente gastos (Y , em R\$ milhões) em 200 obras de pavimentação em determinado estado, e os respectivos histogramas das distribuições dos valores X e Y . Com base nessas informações, julgue o item a seguir.



A distribuição de X apresentou assimetria positiva, enquanto a de Y exibiu assimetria negativa.

003. (CESPE/TRT – 5ª REGIÃO (BA)/2008/ANALISTA JUDICIÁRIO-ESTATÍSTICA) De uma amostra aleatória simples de 20 trabalhadores da construção civil, foram obtidos os seguintes valores da remuneração mensal, em salários-mínimos:

1, 3, 2, 2, 3, 4, 4, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 2, 1, 2, 3, 2, 1, 1.

Considerando essas informações, julgue os próximos itens.

O coeficiente de assimetria é igual ou superior a zero.

004. (CESPE/SEDF/2017/TÉCNICO DE GESTÃO ESTADUAL) Um levantamento estatístico, feito em determinada região do país, mostrou que jovens com idades entre 4 e 17 anos assistem à televisão, em média, durante 6 horas por dia. A tabela a seguir apresenta outras estatísticas produzidas por esse levantamento.

	distribuição dos tempos gastos assistindo televisão (T , em horas)
1.º quartil	2
2.º quartil	4
3.º quartil	8
1.º decil	1
9.º decil	10

Tendo como referência essas informações, julgue o seguinte item.
A distribuição dos tempos T possui assimetria positiva.

005. (CESPE/PRF/2012/AGENTE ADMINISTRATIVO) A tabela acima apresenta as estatísticas produzidas em um levantamento acerca do número diário de acidentes que envolvem motocicletas em determinado local. Com base nessas informações, julgue os próximos itens.

estatística	valor (acidentes por dia)
média	10
mediana	8
desvio padrão	12
primeiro quartil	5
terceiro quartil	15

Segundo o coeficiente de assimetria de Pearson, a distribuição desse número diário de acidentes apresenta assimetria negativa.

006. (CESPE/PRF/2012/AGENTE ADMINISTRATIVO/ADAPTADA) A moda calculada pela Relação de Pearson para essa distribuição é igual a 4.

007. (CESPE/SEDF/2017/TÉCNICO DE GESTÃO EDUCACIONAL) Um levantamento estatístico, feito em determinada região do país, mostrou que jovens com idades entre 4 e 17 anos

assistem à televisão, em média, durante 6 horas por dia. A tabela a seguir apresenta outras estatísticas produzidas por esse levantamento.

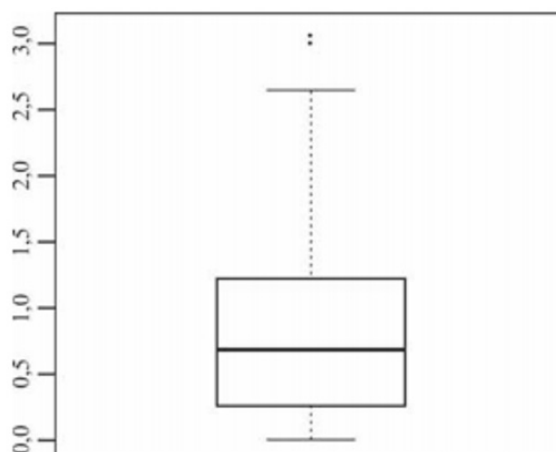
	distribuição dos tempos gastos assistindo televisão (T , em horas)
1.º quartil	2
2.º quartil	4
3.º quartil	8
1.º decil	1
9.º decil	10

Tendo como referência essas informações, julgue o seguinte item.

O índice percentílico de curtose foi superior a 0,4, o que sugere que a distribuição dos tempos T seja leptocúrtica.

QUESTÕES DE CONCURSO

008. (CESPE/TCE-PA/2016/AUDITOR DE CONTROLE EXTERNO) Um indicador de desempenho X permite avaliar a qualidade dos processos de governança de instituições públicas. A figura mostra, esquematicamente, a sua distribuição, obtida mediante estudo amostral feito por determinada agência de pesquisa. A tabela apresenta estatísticas descritivas referentes a essa distribuição.



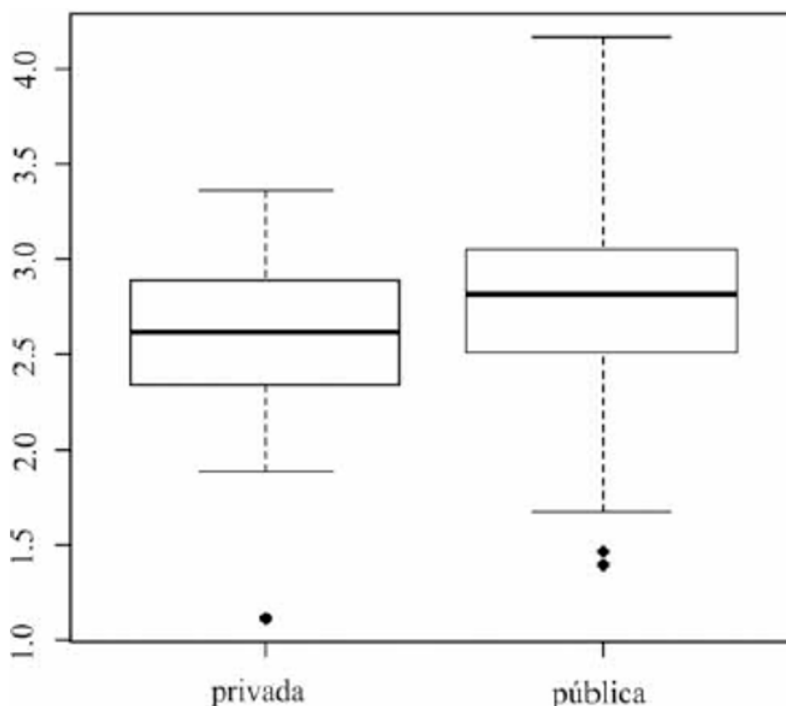
média amostral	0,80
desvio padrão amostral	0,70
primeiro quartil	0,25
mediana	0,70
terceiro quartil	1,20
mínimo	0
máximo	3,10

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

A distribuição do indicador X apresenta assimetria positiva (ou à direita).

009. (CESPE/FUB/2015/ESTATÍSTICO) O conceito médio da graduação (G) é um indicador calculado pelo INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) para a avaliação da qualidade dos cursos de graduação das instituições de ensino superior. A figura apresentada mostra, esquematicamente, as distribuições desse indicador nas

instituições privadas e públicas, referentes ao ano de 2013, e a tabela apresenta algumas estatísticas descritivas referentes a essas distribuições.



Com base nessas informações, julgue o próximo item.

O coeficiente percentílico de curtose da distribuição do indicador G nas instituições privadas é inferior ao coeficiente percentílico de curtose desse mesmo indicador nas instituições públicas.

010. (CESPE/DEPEN/2015/AGENTE PENITENCIÁRIO FEDERAL)

idade (x)	percentual
$18 \leq x < 25$	30%
$25 \leq x < 30$	25%
$30 \leq x < 35$	20%
$35 \leq x < 45$	15%
$45 \leq x < 60$	10%
total	100%

Felipe M. Monteiro, Gabriela R. Cardoso e Rafael da Silva. A seletividade do sistema prisional brasileiro e as políticas de segurança pública. In: XV Congresso Brasileiro de Sociologia, 26 a 29 de julho de 2011, Curitiba (PR). Grupo de Trabalho – Violência e Sociedade (com adaptações).

A tabela precedente apresenta a distribuição percentual de presos no Brasil por faixa etária em 2010, segundo levantamento feito por Monteiro *et al.* (2011), indicando que a população prisional brasileira nesse ano era predominantemente jovem.

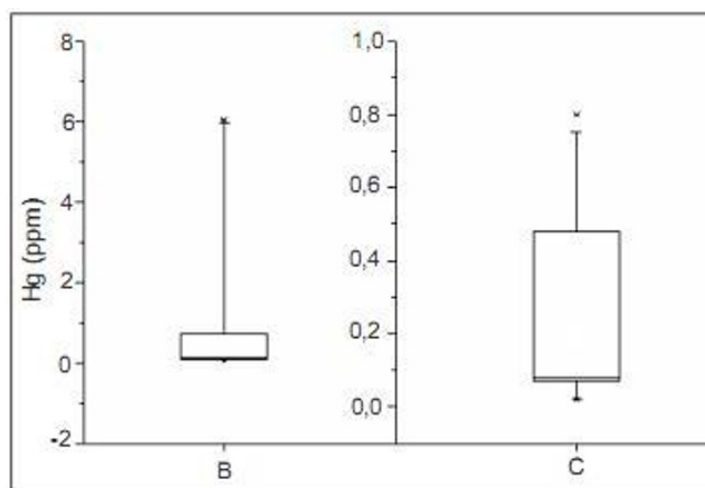
Com base nos dados dessa tabela, julgue o item a seguir.

A distribuição percentual de presos no Brasil em 2010 exibe assimetria à esquerda (ou assimetria negativa), o que permite sugerir que a população prisional brasileira nesse ano tenha sido predominantemente jovem.

011. (CESPE/DEPEN/2015/AGENTE PENITENCIÁRIO FEDERAL) Com base nos dados dessa tabela, julgue o item a seguir. A curtose é uma medida de variação que representa a semiampitude de uma distribuição de dados e, por isso, seu valor na distribuição percentual de presos no Brasil em 2010 foi igual a 21 anos.

012. (CESPE/INSS/2008/ANALISTA DO SEGURO SOCIAL) O índice de Gini é uma razão sobre a curva de Lorenz que mede o grau de assimetria na distribuição de renda da população. Esse índice varia de zero a infinito, e quanto mais próximo de zero estiver o índice, menor será o grau de assimetria da distribuição de renda dos trabalhadores.

013. (CESPE/CPRM/2013/PESQUISADOR EM GEOCIÊNCIAS) Com base nas informações contidas na figura acima, que ilustra as representações esquemáticas (box-plot) das distribuições das concentrações de mercúrio (Hg), em ppm, encontradas em amostras nas regiões B e C, julgue o item a seguir.



As distribuições das concentrações de Hg nas duas regiões apresentam assimetria negativa.

014. (CESPE/PRF/2012/AGENTE ADMINISTRATIVO)

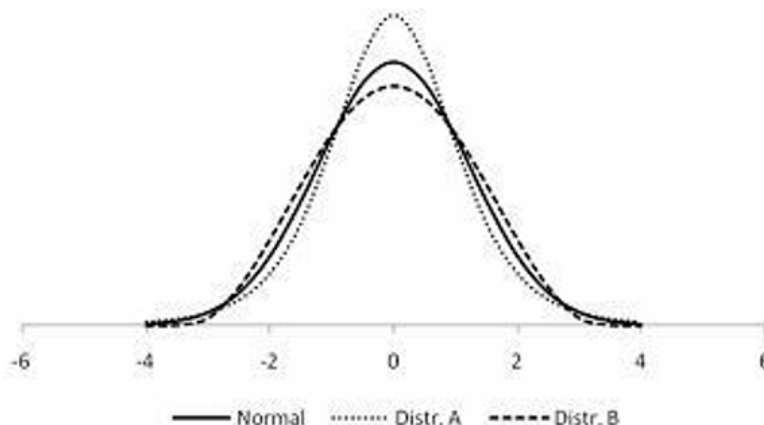
Q	$P(\%)$
1	50
2	20
3	15
4	10
5	5

Como a tabela mostrada apresenta sequência decrescente dos percentuais à medida que o valor da quantidade Q aumenta, a distribuição descrita apresenta curtose negativa.

015. (CESPE/FUB/2011) A distribuição será leptocúrtica se o coeficiente de excesso de curtose for negativo.

016. (CESPE/FUB/2011) A distribuição normal é platicúrtica.

017. (CESPE/TJ-ES/2011) O gráfico acima mostra a função de densidade de uma distribuição normal e de duas outras distribuições A e B. No que se refere a esse gráfico, julgue os itens que se seguem.



A curtose da distribuição A é superior às curtoses das outras duas distribuições.

018. (CESPE/INSS/2008) A aproximação normal não costuma ser muito precisa na aproximação do sinistro agregado, já que possui coeficiente de assimetria diferente de zero.

019. (ESAF/AFRFB/2002) Em um ensaio para o estudo da distribuição de um atributo financeiro (X), foram examinados 200 itens de natureza contábil do balanço de uma empresa.

Esse exercício produziu a tabela de frequências abaixo. A coluna *Classes* representa intervalos de valores e *X* em reais e a coluna *P* representa a frequência relativa acumulada. Não existem observações coincidentes com os extremos das classes.

Classes	P (%)
70 – 90	5
90 – 110	15
110 – 130	40
130 – 150	70
150 – 170	85
170 – 190	95
190 – 210	100

Seja *S* o desvio padrão do atributo *X*. Assinale a opção que corresponde a medida de assimetria de *X* como definida pelo primeiro coeficiente de Pearson.

- a) $3/S$
- b) $4/S$
- c) $5/S$
- d) $6/S$
- e) 0.

020. (ESAF/AFRFB/2002) Em um ensaio para o estudo da distribuição de um atributo financeiro (*X*), foram examinados 200 itens de natureza contábil do balanço de uma empresa. Esse exercício produziu a tabela de frequências abaixo. A coluna *Classes* representa intervalos de valores e *X* em reais e a coluna *P* representa a frequência relativa acumulada. Não existem observações coincidentes com os extremos das classes.

Classes	P (%)
70 – 90	5
90 – 110	15
110 – 130	40
130 – 150	70
150 – 170	85
170 – 190	95
190 – 210	100

Entende-se por curtose de uma distribuição seu grau de achatamento em geral medido em relação à distribuição normal. Uma medida de curtose é dada pelo quociente $k = Q/(P_{90} - P_{10})$, onde Q é a metade da distância interquartílica e P_{90} e P_{10} representam os percentis de 90% e 10%, respectivamente. Assinale a opção que dá o valor da curtose k para a distribuição de X .

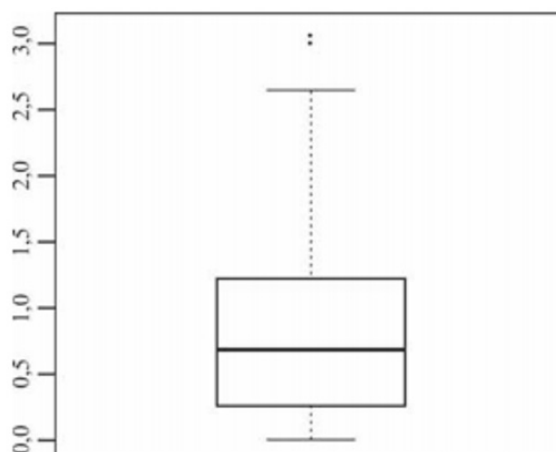
- a) 0,263.
- b) 0,250.
- c) 0,300.
- d) 0,242.
- e) 0,000.

GABARITO

1. a
2. E
3. C
4. C
5. E
6. C
7. E
8. C
9. E
10. E
11. E
12. E
13. E
14. E
15. E
16. E
17. C
18. C
19. a
20. d

GABARITO COMENTADO

008. (CESPE/TCE-PA/2016/AUDITOR DE CONTROLE EXTERNO) Um indicador de desempenho X permite avaliar a qualidade dos processos de governança de instituições públicas. A figura mostra, esquematicamente, a sua distribuição, obtida mediante estudo amostral feito por determinada agência de pesquisa. A tabela apresenta estatísticas descritivas referentes a essa distribuição.



média amostral	0,80
desvio padrão amostral	0,70
primeiro quartil	0,25
mediana	0,70
terceiro quartil	1,20
mínimo	0
máximo	3,10

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

A distribuição do indicador X apresenta assimetria positiva (ou à direita).



Como foram fornecidos os quartis, o modo mais fácil de calcular a assimetria dessa amostra é pelo índice quartílico de assimetria:

$$A = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Md}{Q_3 - Q_1} = \frac{1,20 + 0,25 - 2 \cdot 0,70}{1,20 - 0,25} = \frac{1,45 - 1,40}{0,95} = \frac{0,05}{0,95} = \frac{1}{19}$$

Portanto, a distribuição apresenta assimetria levemente positiva.

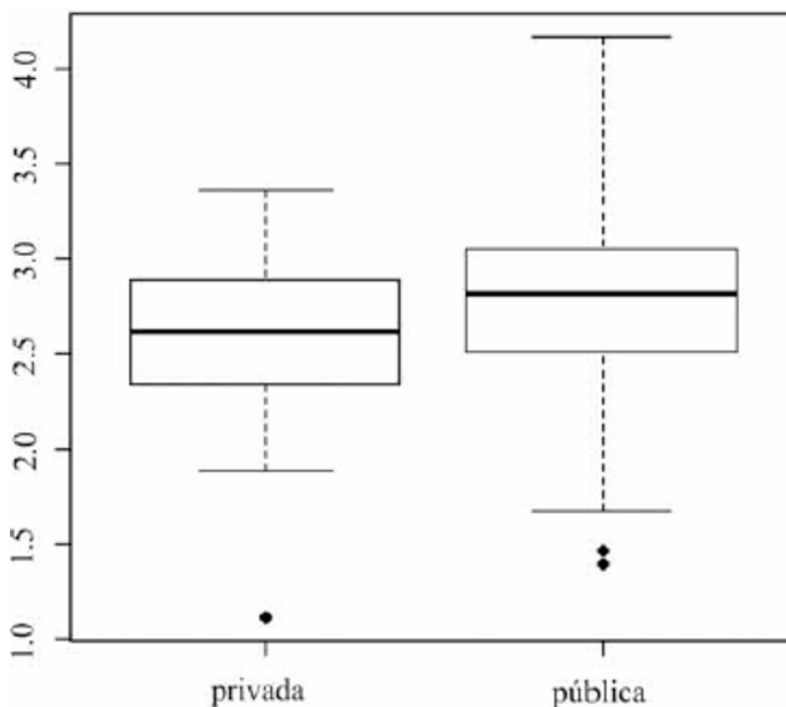
Nesse caso, poderíamos também ter usado o coeficiente de Pearson. Como foram fornecidas a média, a mediana e o desvio padrão, vamos utilizar a expressão do segundo coeficiente:

$$P_2 = \frac{3 \cdot (\mu - Md)}{s} = \frac{3 \cdot (0,80 - 0,70)}{0,70} = \frac{3 \cdot 0,10}{0,70} = \frac{0,30}{0,70} = \frac{3}{7}$$

Como a conta foi positiva, a distribuição apresenta assimetria à direita.

Certo.

009. (CESPE/FUB/2015/ESTATÍSTICO) O conceito médio da graduação (G) é um indicador calculado pelo INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) para a avaliação da qualidade dos cursos de graduação das instituições de ensino superior. A figura apresentada mostra, esquematicamente, as distribuições desse indicador nas instituições privadas e públicas, referentes ao ano de 2013, e a tabela apresenta algumas estatísticas descritivas referentes a essas distribuições.



Com base nessas informações, julgue o próximo item.

O coeficiente percentílico de curtose da distribuição do indicador G nas instituições privadas é inferior ao coeficiente percentílico de curtose desse mesmo indicador nas instituições públicas.



A definição do coeficiente percentílico de curtose é:

$$C = \frac{Q_3 - Q_1}{2 \cdot (D_9 - D_1)} = \frac{2,9 - 2,3}{2 \cdot (3,1 - 2,2)} = \frac{0,6}{2,0,9} = \frac{0,3}{0,9} = \frac{1}{3}$$

Assim, os coeficientes percentílicos de curtose para as instituições privadas e públicas são, respectivamente:

$$C_{privadas} = \frac{Q_3 - Q_1}{2 \cdot (D_9 - D_1)} = \frac{2,9 - 2,3}{2 \cdot (3,1 - 2,2)} = \frac{0,6}{2,0,9} = \frac{0,3}{0,9} = \frac{1}{3} \cong 0,3333$$

$$C_{públicas} = \frac{Q_3 - Q_1}{2 \cdot (D_9 - D_1)} = \frac{3,1 - 2,5}{2 \cdot (3,4 - 2,3)} = \frac{0,6}{2,1,1} = \frac{0,3}{1,1} = \frac{3}{11} \cong 0,273$$

Desse modo, o coeficiente percentílico das instituições privadas é maior que o das instituições públicas.

Errado.

010. (CESPE/DEPEN/2015/AGENTE PENITENCIÁRIO FEDERAL)

idade (x)	percentual
$18 \leq x < 25$	30%
$25 \leq x < 30$	25%
$30 \leq x < 35$	20%
$35 \leq x < 45$	15%
$45 \leq x < 60$	10%
total	100%

Felipe M. Monteiro, Gabriela R. Cardoso e Rafael da Silva. A seletividade do sistema prisional brasileiro e as políticas de segurança pública. In: XV Congresso Brasileiro de Sociologia, 26 a 29 de julho de 2011, Curitiba (PR). Grupo de Trabalho – Violência e Sociedade (com adaptações).

A tabela precedente apresenta a distribuição percentual de presos no Brasil por faixa etária em 2010, segundo levantamento feito por Monteiro *et al.* (2011), indicando que a população prisional brasileira nesse ano era predominantemente jovem.

Com base nos dados dessa tabela, julgue o item a seguir.

A distribuição percentual de presos no Brasil em 2010 exibe assimetria à esquerda (ou assimetria negativa), o que permite sugerir que a população prisional brasileira nesse ano tenha sido predominantemente jovem.



Para obtermos a assimetria da distribuição, podemos recorrer ao índice quartílico. Para isso, podemos recorrer à técnica de interpolação linear para calcular o primeiro (Q_1) e o terceiro (Q_3) quartis.

Idade	Percentual	Acumulado
18 25	30%	30%
25 30	25%	55%
30 35	20%	75%
35 45	15%	90%
45 60	10%	100%

O primeiro quartil corresponde ao ponto em que a frequência acumulada atinge 25%. Essa situação acontece na primeira classe. Pela técnica da interpolação linear, podemos considerar que os extremos dessa classe correspondem a 0% e 30% de frequência acumulada.



Dessa forma, podemos estabelecer que as medidas do segmento à direita são proporcionais às medidas do segmento inteiro.

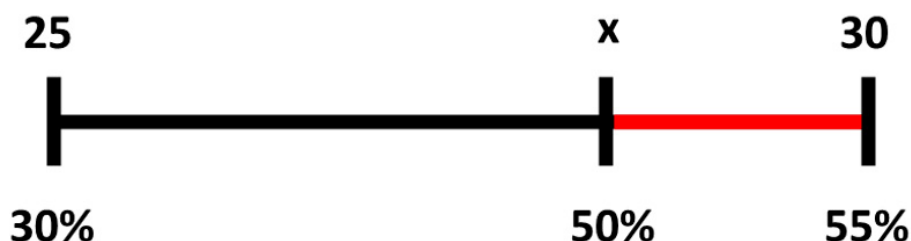
$$\frac{25 - 18}{30\% - 0\%} = \frac{25 - x}{30\% - 25\%}$$

$$\frac{7}{30\%} = \frac{25 - x}{5\%} \therefore 25 - x = 7 \cdot \frac{5\%}{30\%} = \frac{7}{6}$$

$$\therefore 25 - x = 1,17$$

$$\therefore x = 25 - 1,17 = 23,83$$

Assim, chegamos ao primeiro quartil (Q_1). O terceiro quartil (Q_3) pode ser mais facilmente calculado, porque, nesse caso, note que uma das classes teve a frequência acumulada exatamente igual a 75%. Dessa forma, o Q_3 corresponde ao extremo dessa classe, que é 35. Por fim, precisamos calcular a mediana (Md) da distribuição.



Vamos agora usar a técnica da interpolação linear:

$$\frac{30 - 25}{55\% - 30\%} = \frac{30 - x}{55\% - 50\%}$$

$$\frac{5}{25\%} = \frac{30 - x}{5\%}$$

$$\therefore 30 - x = 5 \cdot \frac{5\%}{25\%} = 5 \cdot \frac{1}{5} = 1$$

$$\therefore x = 30 - 1 = 29$$

Agora, vamos reunir os quartis calculados:

$$Q_1 = 23,83$$

$$Md = 29$$

$$Q_3 = 35$$

Por fim, vamos usar a expressão do índice quartílico de assimetria:

$$A = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Md}{Q_3 - Q_1} = \frac{23,83 + 35 - 2 \cdot 29}{35 - 23,83} = \frac{58,83 - 58}{11,17} = \frac{0,83}{11,17} \cong 0,074$$

Errado.

011. (CESPE/DEPEN/2015/AGENTE PENITENCIÁRIO FEDERAL) Com base nos dados dessa tabela, julgue o item a seguir. A curtose é uma medida de variação que representa a semiampitude de uma distribuição de dados e, por isso, seu valor na distribuição percentual de presos no Brasil em 2010 foi igual a 21 anos.



Essa não é a definição de curtose. A curtose corresponde a uma razão de amplitudes. Mais especificamente, a curtose é a razão entre a amplitude semiquartílica e a amplitude decílica. Matematicamente, podemos escrever:

$$C = \frac{D_3 - D_1}{2 \cdot (D_9 - D_1)}$$

Errado.

012. (CESPE/INSS/2008/ANALISTA DO SEGURO SOCIAL) O índice de Gini é uma razão sobre a curva de Lorenz que mede o grau de assimetria na distribuição de renda da população. Esse índice varia de zero a infinito, e quanto mais próximo de zero estiver o índice, menor será o grau de assimetria da distribuição de renda dos trabalhadores.

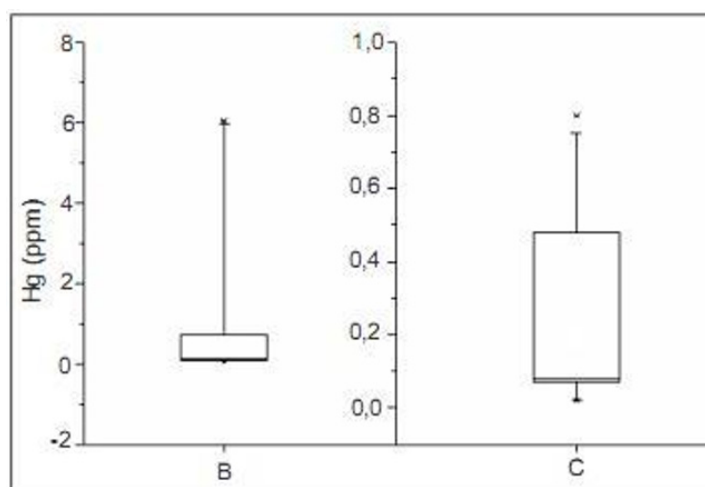


O índice de Gini é uma medida de dispersão, portanto, não se relaciona diretamente com a assimetria da distribuição.

Devemos nos lembrar que, na Estatística, as categorias diferentes de medidas não se relacionam.

Errado.

013. (CESPE/CPRM/2013/PESQUISADOR EM GEOCIÊNCIAS) Com base nas informações contidas na figura acima, que ilustra as representações esquemáticas (box-plot) das distribuições das concentrações de mercúrio (Hg), em ppm, encontradas em amostras nas regiões B e C, julgue o item a seguir.



As distribuições das concentrações de Hg nas duas regiões apresentam assimetria negativa.



Como foi fornecido um diagrama de Box Plot, podemos mais facilmente calcular os quartis. E, a partir deles, podemos calcular o índice quartílico de assimetria.

$$A = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Md}{Q_3 - Q_1}$$

Nesse caso, podemos ver que a mediana em ambas as distribuições foi muito próxima do primeiro quartil Q_1 . Dessa forma, podemos escrever:

$$A \cong \frac{Q_3 + Q_1 - 2 \cdot Q_1}{Q_3 - Q_1} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 - Q_1} = +1$$

Portanto, ambas as distribuições apresentam assimetria à direita (ou positiva).

Errado.

014. (CESPE/PRF/2012/AGENTE ADMINISTRATIVO)

Q	$P(\%)$
1	50
2	20
3	15
4	10
5	5

Como a tabela mostrada apresenta sequência decrescente dos percentuais à medida que o valor da quantidade Q aumenta, a distribuição descrita apresenta curtose negativa.



Essa questão poderia ter sido resolvida facilmente, se você lembrar que não existe curtose negativa. A curtose é sempre um número entre 0 e 1. Porém, podemos também fazer as contas para treinarmos.

Observe que os dados não foram entregues em categorias, mas sim em valores discretos. Isso torna bem mais fácil o cálculo dos quantis.

Para nos ajudar, vamos obter as frequências acumuladas.

Q	Percentual	Acumulado
1	50%	0% a 50%
2	20%	50% a 70%
3	15%	70% a 85%

4	10%	85% a 95%
5	5%	95% a 100%

Agora, sabemos que o primeiro quartil (Q_1), que corresponde a 25%, e o primeiro decil (D_1), que corresponde a 10% de frequência acumulada. Ambos estão localizados na primeira observação.

$$Q_1 = 1 \quad D_1 = 1$$

O terceiro quartil (Q_3) corresponde à situação de frequência acumulada igual a 75%. Essa situação acontece na terceira observação.

Por fim, o nono decil (D_9), que corresponde à frequência acumulada de 90%, está na quarta observação. Dessa forma, podemos escrever:

$$Q_3 = 3 \quad D_9 = 4$$

Por fim, podemos calcular a curtose pela definição:

$$C = \frac{Q_3 - Q_1}{2 \cdot (D_9 - D_1)} = \frac{3 - 1}{2 \cdot (4 - 1)} = \frac{2}{2 \cdot 3} = \frac{1}{3}$$

Errado.

015. (CESPE/FUB/2011) A distribuição será leptocúrtica se o coeficiente de excesso de curtose for negativo.



Não existe curtose negativa. A curtose é sempre um número entre 0 e 1.

Além disso, a curva leptocúrtica tem l de longa. Portanto, é a curva que tem a maior curtose.

Errado.

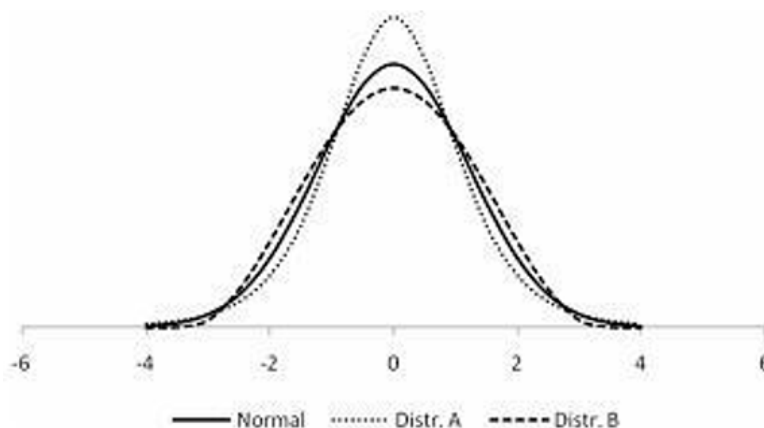
016. (CESPE/FUB/2011) A distribuição normal é platicúrtica.



A curva normal é justamente a referência para a curtose de todas as outras curvas. Ela é a curva mesocúrtica, ou seja, de curtose intermediária.

Errado.

017. (CESPE/TJ-ES/2011) O gráfico acima mostra a função de densidade de uma distribuição normal e de duas outras distribuições A e B. No que se refere a esse gráfico, julgue os itens que se seguem.



A curtose da distribuição A é superior às curtoses das outras duas distribuições.



Observamos que o gráfico da distribuição A é mais alongado. Portanto, a curtose de A é realmente superior.

É até engraçada essa observação. A maior curtose significa que a curva é mais alongada (e não mais curta). Cuidado para não cair nesse tipo de pegadinha.

Certo.

018. (CESPE/INSS/2008) A aproximação normal não costuma ser muito precisa na aproximação do sinistro agregado, já que possui coeficiente de assimetria diferente de zero.



A curva de distribuição normal é mesocúrtica e perfeitamente simétrica.

Certo.

019. (ESAF/AFRFB/2002) Em um ensaio para o estudo da distribuição de um atributo financeiro (X), foram examinados 200 itens de natureza contábil do balanço de uma empresa. Esse exercício produziu a tabela de frequências abaixo. A coluna *Classes* representa intervalos de valores e X em reais e a coluna P representa a frequência relativa acumulada. Não existem observações coincidentes com os extremos das classes.

Classes	P (%)
70 – 90	5
90 – 110	15
110 – 130	40
130 – 150	70
150 – 170	85
170 – 190	95
190 – 210	100

Seja S o desvio padrão do atributo X. Assinale a opção que corresponde a medida de assimetria de X como definida pelo primeiro coeficiente de Pearson.

- a) 3/S
- b) 4/S
- c) 5/S
- d) 6/S
- e) 0.



Questão bem trabalhosa. O primeiro coeficiente de Pearson é expresso pela moda.

$$C = \frac{\mu - Mo}{S}$$

Então, devemos calcular os três parâmetros envolvidos na curtose: média, moda e desvio padrão.

A média pode ser obtida pela técnica do ponto médio. Para isso, podemos extrair a frequência da classe como a diferença entre a frequência acumulada da classe atual e da classe anterior.

Classes	Ponto Médio	f	P
70 – 90	$(70+90)/2 = 80$	5%	5%
90 – 110	$(90+110)/2 = 100$	$15\% - 5\% = 10\%$	15%
110 – 130	$(110+130)/2 = 120$	$40\% - 15\% = 25\%$	40%
130 – 150	$(130+150)/2 = 140$	$70\% - 40\% = 30\%$	70%
150 – 170	$(150+170)/2 = 160$	$85\% - 70\% = 15\%$	85%
170 – 190	$(170+190)/2 = 180$	$95\% - 85\% = 10\%$	95%
190 – 210	$(190+210)/2 = 200$	$100\% - 95\% = 5\%$	100%

Agora, vamos usar a técnica do ponto médio:

$$\mu = 0,05.80 + 0,10.100 + 0,25.120 + 0,30.140 + 0,15.160 + 0,10.180 + 0,05.200$$

$$\mu = 4 + 10 + 30 + 42 + 24 + 18 + 10 = 138$$

Agora, vamos ao cálculo da moda, que pode ser feita pela técnica de Czuber. Para isso, devemos levar em consideração a classe modal, que é aquela em que se observa a maior frequência relativa.

Classes	f
70 – 90	5%
90 – 110	10%
110 – 130	25%
130 – 150	30%
150 – 170	15%
170 – 190	10%
190 – 210	5%

A moda de Czuber é também conhecida como a moda dos delta, porque leva em consideração as variações de frequência das classes anterior e posterior à classe modal.

$$Mo = Linf + \left(\frac{\Delta f_{ant}}{\Delta f_{ant} + \Delta f_{post}} \right) \cdot h$$

Vamos calcular os valores envolvidos:

- $Linf$: é o limite inferior da classe modal, no caso, 130
- Δf_{ant} : é a diferença de frequências entre a classe modal e a classe anterior. No caso, é:

$$\Delta f_{ant} = 30\% - 25\% = 5\%$$

- Δf_{post} : é a diferença de frequências entre a classe modal e a classe posterior. No caso, é:

$$\Delta f_{post} = 30\% - 25\% = 15\%$$

- h : é a amplitude da classe modal, no caso:

$$h = 150 - 130 = 20$$

Vamos retornar esses valores na moda de Czuber:

$$Mo = Linf + \left(\frac{\Delta f_{ant}}{\Delta f_{ant} + \Delta f_{post}} \right) \cdot h$$

$$Mo = 130 + \left(\frac{5\%}{15\% + 5\%} \right) \cdot 20$$

$$Mo = 130 + \left(\frac{5\%}{20\%} \right) \cdot 20$$

$$Mo = 130 + \left(\frac{1}{4} \right) \cdot 20 = 130 + 5 = 135$$

Dessa forma, o primeiro coeficiente de Pearson para a distribuição em apreço é:

$$P_1 = \frac{\mu - Mo}{S} = \frac{138 - 135}{S} = 3$$

Letra a.

020. (ESAF/AFRFB/2002) Em um ensaio para o estudo da distribuição de um atributo financeiro (X), foram examinados 200 itens de natureza contábil do balanço de uma empresa. Esse exercício produziu a tabela de frequências abaixo. A coluna *Classes* representa intervalos de valores e X em reais e a coluna P representa a frequência relativa acumulada. Não existem observações coincidentes com os extremos das classes.

Classes	P (%)
70 - 90	5
90 - 110	15
110 - 130	40
130 - 150	70
150 - 170	85
170 - 190	95
190 - 210	100

Entende-se por curtose de uma distribuição seu grau de achatamento em geral medido em relação à distribuição normal. Uma medida de curtose é dada pelo quociente $k = Q/(P_{90} - P_{10})$,

onde Q é a metade da distância interquartílica e P_{90} e P_{10} representam os percentis de 90% e 10%, respectivamente. Assinale a opção que dá o valor da curtose k para a distribuição de X .

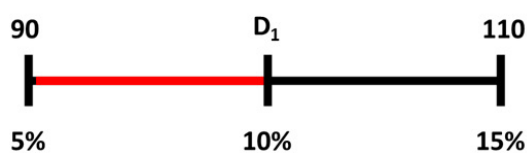
- a) 0,263.
- b) 0,250.
- c) 0,300.
- d) 0,242.
- e) 0,000.



Observe que o examinador forneceu a expressão da curtose de uma forma diferente. Note que o percentil de 90% é exatamente igual ao nono decil (D_9) e que o percentil de 10% é exatamente igual ao primeiro decil (D_1).

Classes	P
70 – 90	5%
90 – 110	15%
110 – 130	40%
130 – 150	70%
150 – 170	85%
170 – 190	95%
190 – 210	100%

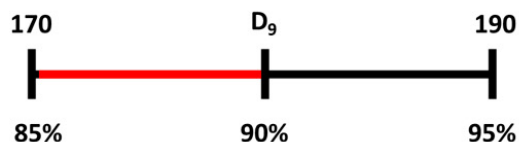
Vamos calcular todos os quantis que foram requisitados na questão usando a técnica da interpolação linear. Primeiramente, calculemos o primeiro e o nono decis (D_1 e D_9).



$$\frac{D_1 - 90}{10\% - 5\%} = \frac{110 - 90}{15\% - 5\%}$$

$$\frac{D_1 - 90}{5\%} = \frac{20}{10\%} \therefore D_1 - 90 = 20 \cdot \frac{5\%}{10\%}$$

$$D_1 - 90 = 20 \cdot \frac{1}{2} = 10 \therefore D_1 = 90 + 10 = 100$$

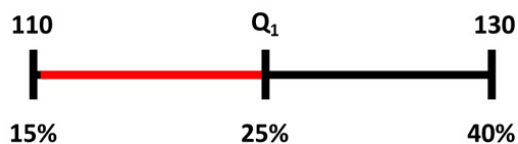


$$\frac{D_9 - 170}{90\% - 85\%} = \frac{190 - 170}{95\% - 85\%}$$

$$\frac{D_9 - 170}{5\%} = \frac{20}{10\%} \therefore D_9 - 170 = 20 \cdot \frac{5\%}{10\%}$$

$$D_9 - 170 = 20 \cdot \frac{1}{2} = 10 \therefore D_9 = 170 + 10 = 180$$

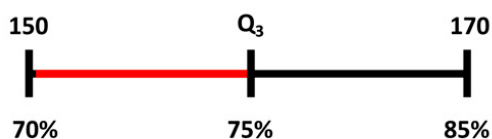
Agora, vamos calcular os quartis (Q_1 e Q_3).



$$\frac{Q_1 - 110}{25\% - 15\%} = \frac{130 - 110}{40\% - 15\%}$$

$$\frac{Q_1 - 110}{10\%} = \frac{20}{25\%} \therefore Q_1 - 110 = 20 \cdot \frac{10\%}{25\%}$$

$$Q_1 - 110 = 20 \cdot \frac{10}{25} = 8 \therefore Q_1 = 110 + 8 = 118$$



$$\frac{Q_3 - 150}{75\% - 70\%} = \frac{170 - 150}{85\% - 70\%}$$

$$\frac{Q_3 - 150}{5\%} = \frac{20}{15\%} \therefore Q_3 - 150 = 20 \cdot \frac{5\%}{15\%}$$

$$Q_3 - 150 = 20 \cdot \frac{1}{3} = 6,7 \therefore Q_3 = 150 + 6,7 = 156,7$$

Por fim, vamos usar os valores calculados na fórmula da curtose:

$$C = \frac{Q_3 - Q_1}{2 \cdot (D_9 - D_1)} = \frac{156,7 - 118}{2 \cdot (180 - 100)} = \frac{38,7}{2.80} = 0,242$$

Letra d.

Abra



caminhos



crie

futuros

gran.com.br

