

DIAGRAMA LÓGICO - TEORIA

DIAGRAMA LÓGICO

É uma ferramenta matemática que auxilia na interpretação de exercícios. Será usado quando aparecer os quantificadores: **TODO**, **ALGUM** ou **NENHUM**.

Obs.: Sinônimos do **ALGUM** (mnemônico "APE"):

Ao menos um.

Pelo menos um.

Existe

Os quantificadores dividem-se em duas categorias: universais e existenciais.

- **Quantificador Universal:** Todo e Nenhum.
- **Quantificador Existencial:** Algum.

A partir desses quantificadores pode-se formar as seguintes PROPOSIÇÕES CATEGÓRICAS:

- Todo A é B.
- Nenhum A é B.
- Algum A é B.
- Algum A não é B.

As **proposições categóricas** não possuem conectivos lógicos, como "se" ou "então". Elas são formadas exclusivamente pelos quantificadores lógicos "todo", "algum" e "nenhum". Para resolver questões que envolvem esse tipo de proposição, não se utiliza a tabela-verdade, mas sim o diagrama de Euler-Venn.

O diagrama de Euler-Venn é representado por círculos que indicam conjuntos e suas relações.

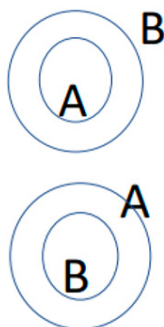
QUANTIFICADORES UNIVERSAIS

- TODO.
- NENHUM.

Para compreender o uso dos diagramas, analisa-se inicialmente o quantificador universal "todo". Quando se afirma "todo A é B", significa que todos os elementos do conjunto A pertencem ao conjunto B. O elemento que separa uma proposição da outra é o verbo, pois ele estabelece a relação entre os conjuntos.

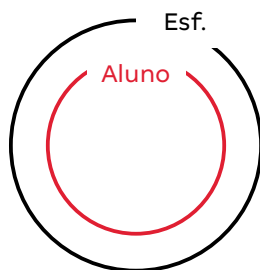
Assim, ao representar “todo A é B”, o conjunto A estará totalmente contido dentro do conjunto B. É importante observar que “todo A é B” é diferente de “todo B é A”. No primeiro caso, A está dentro de B; no segundo, B está dentro de A:

TODO A é B $\neq$ TODO B é A.



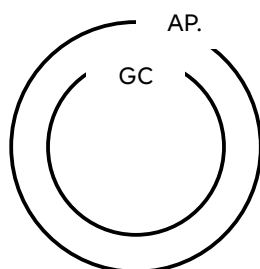
Quando se diz que A está dentro de B, afirma-se que A está contido em B (A B), ou que B contém A. Da mesma forma, observa-se que, quando se afirma “B está contido em A” (B A) ou “A contém B”, há uma relação de inclusão entre os conjuntos. Esse é o princípio fundamental do primeiro quantificador estudado, o universal, representado pela palavra “todo”.

EXEMPLO: Todo aluno é esforçado. A palavra “todo” indica o quantificador universal, e o verbo “é” pertence ao segundo conjunto. Portanto, o conjunto “aluno” está contido em “esforçado”.



ATENÇÃO

É importante ter atenção às situações em que o examinador omite o termo “todo”, mas mantém a mesma relação lógica. Por exemplo, na frase “os alunos do Gran Cursos foram aprovados”, embora a palavra “todo” não esteja explicitamente presente, ela está implícita. Assim, a frase equivale a “todos os alunos do Gran Cursos foram aprovados”.



Contudo, a proposição “todo aprovado é do Gran Cursos” apresenta significado distinto. Essa segunda afirmação sugere que apenas os aprovados pertencem ao Gran Cursos, o que não é necessariamente verdadeiro, pois podem existir aprovados que não sejam alunos da instituição. Portanto, a interpretação correta é: “todo aluno do Gran Cursos é aprovado”, mas “nem todo aprovado é do Gran Cursos”.

A ideia central associada ao quantificador universal “todo” é sempre a de que o primeiro conjunto está contido no segundo. Essa lógica pode ser aplicada também em raciocínios encadeados.

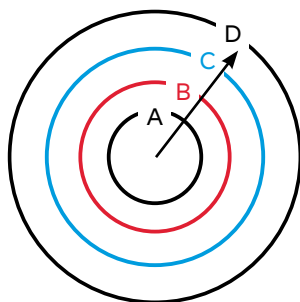
EXEMPLO:

Todo A é B.

Todo B é C.

Todo C é D.

Logo, todo A é D.



O conjunto A está dentro do conjunto B; o conjunto B está dentro do conjunto C; e o conjunto C está dentro do conjunto D. Dessa forma, A está contido em D.

Prosseguindo com o estudo, é importante observar que o examinador pode utilizar diferentes formas de representar o quantificador universal “todo”. Para compreender essa variação, deve-se retomar o conceito de proposição categórica, que, conforme já estudado, é aquela que apresenta um quantificador.

A proposição categórica “Todo A é B” pode ser reescrita na forma “Para todo x, se x é A então x é B” e simbolizada por “ $\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$ ”. Onde A(x) representa a proposição “x é A” e B(x) é a proposição “x é B”.

Obs.: O símbolo “ $\forall$ ” significa “Qualquer que seja”, “Para todo”. Como foi visto anteriormente “Todo A é B $\neq$ Todo B é A, assim: $\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \neq \forall x(B(x) \rightarrow A(x))$ ”

Lê-se: (se X é A, então X é B) é diferente de $\forall X$ (se X é B, então X é A).

Para exemplificar, considere-se a proposição:

TODO brasileiro é sul-americano.

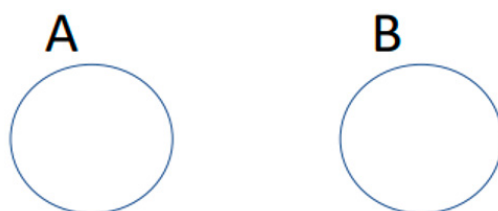
Nesse caso, o conjunto dos brasileiros está contido no conjunto dos sul-americanos.

Essa proposição categórica pode ser expressa por “Para todo x , se x é brasileiro então x é sul-americano” cuja representação simbólica será dada por “ $\forall x(B(x) \rightarrow S(x))$ ”, onde $B(x)$ representa a proposição “ x é brasileiro” e $S(x)$ a proposição “ x é sul-americano”.

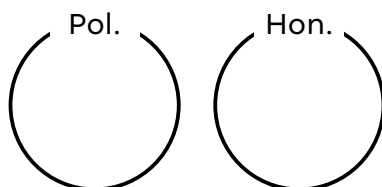
Encerrada a análise do quantificador universal, passa-se ao estudo do quantificador universal “nenhum”.

Quando se afirma “nenhum A é B ”, significa que os conjuntos A e B não possuem elementos em comum. Visualmente, isso é representado por dois conjuntos completamente separados. É importante ressaltar que “nenhum A é B ” equivale logicamente a “nenhum B é A ”, pois ambas expressões indicam a inexistência de interseção entre os conjuntos:

NENHUM A é B = NENHUM B é A .



Por exemplo, na proposição “nenhum político é honesto”, o conjunto “político” e o conjunto “honesto” são disjuntos. Essa frase é logicamente equivalente a “nenhuma pessoa honesta é política”.

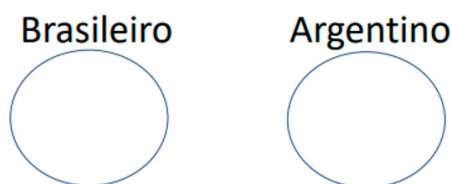


A proposição categórica “Nenhum A é B ” pode ser reescrita na forma “Não existe x , tal que $x \in A$ e $x \in B$ ” e simbolizada por “ $\nexists x(A(x) \wedge B(x))$ ”. Onde $A(x)$ representa a proposição “ x é A ” e $B(x)$ é a proposição “ x é B ”.

Obs.: O símbolo “ $\nexists$ ” significa “Não existe”, “Nenhum”.

Como foi visto anteriormente, “Nenhum A é B = Nenhum B é A , assim: $\nexists x(A(x) \wedge B(x)) = \nexists x(B(x) \wedge A(x))$

Por exemplo, na proposição “nenhum brasileiro é argentino”, têm-se dois conjuntos distintos: o dos brasileiros e o dos argentinos:



Essa proposição categórica pode ser expressa por “Não existe x , tal que x é brasileiro e x é argentino” cuja representação simbólica será dada por “ $\neg \exists x(B(x) \wedge A(x))$ ”, onde $B(x)$ representa a proposição “ x é brasileiro” e $A(x)$ a proposição “ x é Argentino”.

É importante lembrar que as proposições “Nenhum brasileiro é argentino” e “Nenhum argentino é brasileiro” são equivalentes.

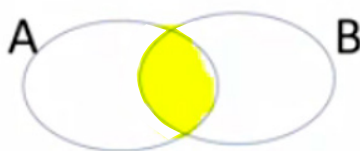
QUANTIFICADOR EXISTENCIAL

• ALGUM

Passa-se agora ao estudo do quantificador existencial, representado pelo termo “algum”. Já foram analisados os quantificadores universais “todo” e “nenhum”, e, diferentemente deles, o quantificador existencial indica a existência de ao menos um elemento em comum entre dois conjuntos.

Quando se afirma “algum A é B ”, está-se dizendo que há interseção entre os conjuntos A e B , isto é, que existe pelo menos um elemento que pertence a ambos. É importante recordar que o termo “algum” possui sinônimos que frequentemente aparecem em provas: “ao menos um”, “pelo menos um” e “existe”. Esses equivalentes são muito utilizados pelas bancas examinadoras.

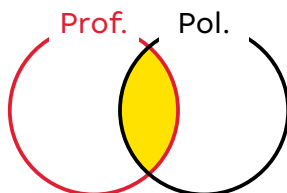
ALGUM A é B = ALGUM B é A



A parte amarela representa algo em comum entre os dois conjuntos.

Exemplo: Algum professor é policial.

Significa que existe pelo menos uma pessoa que é, ao mesmo tempo, professor e policial. Assim, a proposição “algum professor é policial” é equivalente a “algum policial é professor”.



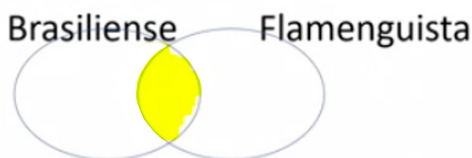
A proposição categórica “Algum A é B ” pode ser reescrita na forma “Existe x , tal que $x \in A$ e $x \in B$ ” e simbolizada por “ $\exists x(A(x) \wedge B(x))$ ”. Onde $A(x)$ representa a proposição “ x é A ” e $B(x)$ é a proposição “ x é B ”.



15m

Obs.: O símbolo “ $\exists$ ” significa “Existe”, “Algum” “Pelo menos um”, “Ao menos um”. Como foi visto anteriormente, “Algum A é B = Algum B é A, assim: $\exists x(A(x) \wedge B(x)) = \exists x(B(x) \wedge A(x))$ ”

Na proposição “**algum brasileiro é flamenguista**”, há interseção entre os conjuntos “brasiliense” e “flamenguista”:

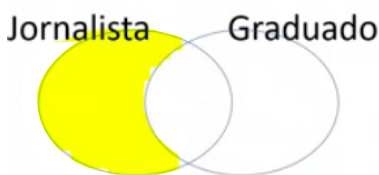


Essa proposição categórica pode ser expressa por “Existe x, tal que x é brasileiro e x é flamenguista” cuja representação simbólica será dada por “ $\exists x(B(x) \wedge F(x))$ ”, onde B(x) representa a proposição “x é brasileiro” e F(x) a proposição “x é flamenguista”.

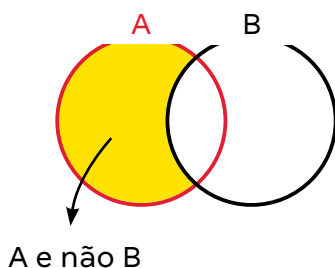
Além disso, há uma variação do quantificador existencial que nega a totalidade da relação:

ALGUM A não é B.

Nessa proposição, existe ao menos um elemento que pertence ao conjunto A, mas não pertence ao conjunto B. Por exemplo: “Algum jornalista não é graduado”. Nesse caso, parte do conjunto dos jornalistas não se sobrepõe ao conjunto dos graduados:



A proposição categórica “Algum A não é B” pode ser reescrita na forma “Existe x, tal que $x \in A$ e $x \notin B$ ” e simbolizada por “ $\exists x(A(x) \wedge \neg B(x))$ ”. Onde A(x) representa a proposição “x é A” e $\neg B(x)$ é a proposição “x não é B”.



Outro exemplo: “**algum aluno não é disciplinado**”. Essa proposição indica que há pelo menos um aluno que não pertence ao grupo dos disciplinados.



A parte amarela representa um aluno que não é disciplinado.

Essa proposição categórica pode ser expressa por “Existe x , tal que x é aluno e x não é disciplinado” cuja representação simbólica será dada por “ $\exists x(A(x) \wedge \neg D(x))$ ”, onde $A(x)$ representa a proposição “ x é aluno” e $\neg D(x)$ a proposição “ x não é disciplinado”.

É essencial registrar três relações fundamentais entre as proposições categóricas:

- Todo A é $B \neq$ Todo B é A .
- Nenhum A é $B =$ Nenhum B é A .
- Algum A é $B =$ Algum B é A .



EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Assinale apenas uma alternativa.

- a) Algum flamenguista é carioca.
- b) Nenhum brasileiro é argentino.
- c) Todo blá é blé.
- d) Nenhum argentino é brasileiro.
- e) Algum carioca é flamenguista.



Durante a resolução de uma questão desse tipo, é comum que o candidato recorra a exemplos pessoais para interpretar as proposições. Por exemplo, ao analisar a alternativa “a” – “Algum flamenguista é carioca” –, o candidato pode pensar: “conheço alguém que é flamenguista e também é carioca”, concluindo, assim, que a afirmação é possível.

Na alternativa “b” – “Nenhum brasileiro é argentino” –, pode ocorrer o raciocínio: “sou brasileiro e não sou argentino, portanto, a proposição é verdadeira”.

Já na alternativa “c” – “Todo blá é blé” –, a ausência de significado dos termos leva o candidato a rejeitá-la imediatamente, considerando-a incorreta.

Na D – “Nenhum argentino é brasileiro” –, o candidato pode concluir que “os argentinos não são brasileiros”, o que, de fato, é verdadeiro.

Por fim, na E – “Algum carioca é flamenguista” –, o candidato pode identificar que há cariocas que torcem para o Flamengo, julgando a proposição verdadeira.

Diante disso, pode surgir dúvida entre as opções. No entanto, deve-se recordar que “algum A é B ” é logicamente equivalente a “algum B é A ”, e que “nenhum A é B ” equivale a “nenhum B é A ”.

Aplicando esse raciocínio, observa-se que:

a) O item é equivalente à alternativa “e”. Portanto, se uma delas for marcada, a outra também deverá ser assinalada, o que contraria o comando da questão, que exige a escolha de apenas uma alternativa.

b) Da mesma forma, o item “b” é logicamente equivalente à alternativa “d”. Assim, ao marcar uma, seria necessário marcar a outra, o que também infringiria a instrução.

É fundamental relembrar os conceitos principais:

- “Todo” indica que o primeiro conjunto está contido no segundo.
- “Algum” expressa que há elementos em comum entre os conjuntos.
- “Nenhum” significa que os conjuntos não possuem interseção.



GABARITO

01. c

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Marcelo Leite do Nascimento.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.
