

ANÁLISE COMBINATÓRIA – PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO

TEORIA E QUESTÕES DE CONCURSO

Esta aula dá continuidade ao estudo de raciocínio lógico, retomando o tema das **permutações**. Na aula anterior, foi abordada a **permutação simples**, caracterizada pela ausência de elementos repetidos.

A **permutação** ocorre quando a **ordem dos elementos é relevante** e todos os itens de um conjunto são considerados simultaneamente, resultando em um **rearranjo completo** desses elementos.

Neste bloco, o foco será sobre a **permutação com repetição**, situação em que há elementos idênticos dentro do conjunto. Apesar dessa diferença, o princípio básico e a definição geral de permutação permanecem os mesmos.

PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO

$$P_a b, c, d, \dots = \frac{\overbrace{a!}^{\text{TOTAL}}}{\underbrace{b! \cdot c! \cdot d! \cdot \dots}_{\text{REPETIÇÕES}}}$$

EXEMPLO: Quantos anagramas possui a palavra:

a) OVO

Obs.: Para compreender o conceito de permutação com repetição, considera-se a palavra **OVO**.

O **anagrama** consiste na formação de novas palavras – com ou sem significado – por meio da troca de posição das letras de uma palavra original. Ao permutar as letras de “OVO”, obtêm-se as combinações: **OVO, VOO e OOV**.

Em todas as situações, a **ordem dos elementos** altera o resultado, pois a troca de posição gera uma nova disposição. Além disso, todos os elementos são utilizados de forma simultânea, o que caracteriza uma permutação.

No exemplo, há **três letras** no total, sendo a letra “O” **repetida duas vezes**. Assim, aplica-se a fórmula da permutação com repetição:

$$P_3^2 = \frac{3!}{2!} = \frac{3! \cdot 2!}{2!} = 3$$

Portanto, existem **três permutações possíveis** para a palavra “OVO”.

b) ARARA

Obs.: outro exemplo é a palavra “ARARA”, composta por **cinco letras**, das quais **a letra “A” se repete três vezes e a letra “R” se repete duas vezes**.

Aplicando a fórmula:

$$P_5 = \frac{5!}{3! 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! 2!} = \frac{20}{2} = 10$$

Logo, existem **dez permutações possíveis** para a palavra “ARARA”.

Obs.: em resumo, para que um agrupamento seja considerado uma permutação, **duas condições** devem ser atendidas:

1. A **ordem dos elementos deve importar**, ou seja, a troca de posição de qualquer elemento gera um novo agrupamento;
2. Todos os **elementos do conjunto são utilizados simultaneamente**, ocorrendo apenas o embaralhamento de suas posições.



5m



DIRETO DO CONCURSO

01. (Q3181777/QUADRIX/CRESS-MG/ASSISTENTE ADMINISTRATIVO/2024) Assinale a alternativa que apresenta a quantidade de anagramas que existem na palavra CARNAVAL.

- a) 3.360
- b) 6.720
- c) 13.440
- d) 20.160
- e) 40.320



A palavra **CARNAVAL** possui **oito letras**, sendo a letra **A repetida três vezes**.

Assim, o cálculo segue o modelo de permutação com repetição:

$$P_8 = \frac{8!}{3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!} =$$

$$56 \times 120 = 6.720$$

02. (Q3578666/FGV/2025/PREFEITURA DE SÃO JOSÉ DOS CAMPOS – SP/ANALISTA EM GESTÃO MUNICIPAL – ADMINISTRAÇÃO) Nos seis quadradinhos da figura abaixo deverão ser colocadas quatro letras A e duas letras B, uma letra em cada quadradinho.



Se as duas letras B não ficam juntas, o número de maneiras em que essas seis letras podem ficar dispostas é:

- a) 25.
- b) 20.
- c) 15.
- d) 12.
- e) 10.



1. Total de permutações sem restrição

- Total de posições: $n = 6$.
- Repetições: $A = 4$ e $B = 2$.

$$P_6 = \frac{6!}{4! 2!} =$$

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{4! 2!} = \frac{30}{2} = 15$$



Dessa forma, o total de disposições das seis letras, sem nenhuma restrição, é **15**.

2. Caso em que as letras B estão juntas (situações a excluir)

Quando as duas letras B estão juntas, são tratadas como um bloco único (BB).

Assim, há **5 elementos** a permutar: o bloco **BB** e as quatro letras **A**, sendo a letra **A** repetida quatro vezes.

$$P_5 = \frac{5!}{4!} =$$

$$\frac{5 \cdot 4!}{4!} = 5$$

Logo, existem 5 disposições em que as duas letras B aparecem lado a lado.

3. Aplicação do princípio do complementar

O número de disposições em que as letras B **não** ficam juntas é:

$$15 - 5 = 10$$

Total

A, B

$$P_6 = \frac{6!}{4! 2!} =$$

$$= \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{4! 2} =$$

$$= \frac{30}{2} = 15$$

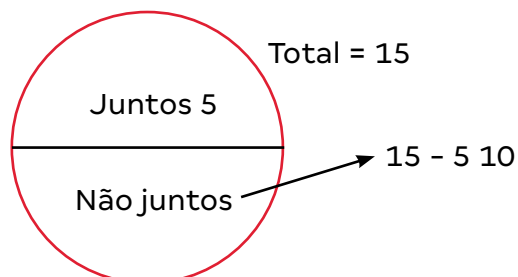
As letras B estão juntas

BB A A A A

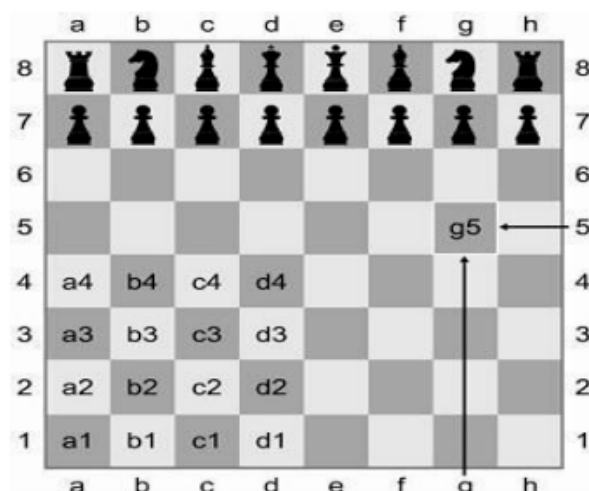
A

4

$$P_5 = \frac{5!}{4!} = \frac{5 \cdot 4!}{4!} = 5$$



03. (Q792299/FUNIVERSA/PMDF/SOLDADO COMBATENTE)



As casas de um tabuleiro de xadrez são identificadas por letras e números, conforme a figura. A figura mostra a disposição das peças de um jogo de xadrez segundo as regras do jogo. Considerando apenas as peças que estão na linha 8 da figura e ignorando as limitações das regras, assinale a alternativa que apresenta o total de disposições possíveis para essas oito peças de modo a distribuí-las na linha 8 do tabuleiro.

- a) 2.520
- b) 5.040
- c) 10.080
- d) 20.160
- e) 40.320



Na linha 8, há oito peças:

- 2 torres idênticas (a8 e h8)
- 2 cavalos idênticos (b8 e g8)
- 2 bispos idênticos (c8 e f8)
- 1 dama (d8)
- 1 rei (e8)

Total: **8 peças**, sendo três pares de peças idênticas.

$$P_8 = \frac{8!}{2! 2! 2!} =$$

$$\frac{8!}{8} = \frac{8 \cdot 7!}{8} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5.040$$

03. (Q698346/CESPE-CEBRASPE/STF/TÉCNICO JUDICIÁRIO – ÁREA: ADMINISTRATIVA) O colegiado do Supremo Tribunal Federal (STF) é composto por 11 ministros, responsáveis por decisões que repercutem em toda a sociedade brasileira. No julgamento de determinados processos, os ministros votam pela absolvição ou pela condenação dos réus de forma independente uns dos outros.

A partir dessas informações e considerando que, em determinado julgamento, a probabilidade de qualquer um dos ministros decidir pela condenação ou pela absolvição do réu seja a mesma, julgue os itens seguintes.

Se, no julgamento de determinado réu, 8 ministros votarem pela absolvição e 3 ministros votarem pela condenação, a quantidade de maneiras distintas de se atribuir os votos aos diferentes ministros será inferior a 170.



O problema envolve **11 votos**, sendo 8 iguais (absolvição) e 3 iguais (condenação).
A ordem dos votos importa, pois, cada posição corresponde a um ministro distinto.

$$P_{11} = \frac{11!}{8! 3!}$$

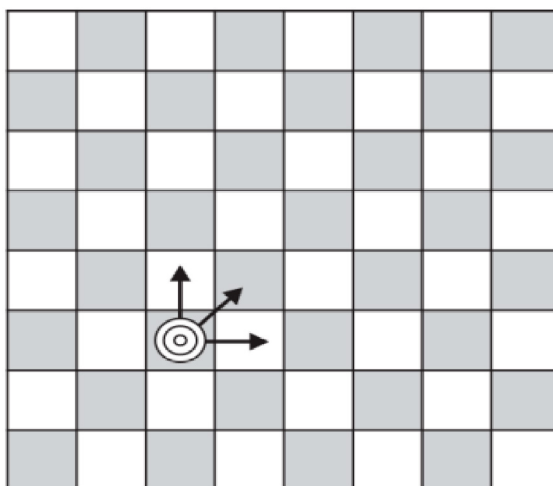
$$P_{11} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8!}{8! 3 \cdot 2 \cdot 1} = 165$$



20m

Assim, há **165 maneiras diferentes** de distribuir os votos, pois $165 < 170$.

05. (Q2873576/FGV/SEFAZ-MT/FISCAL DE TRIBUTOS ESTADUAIS/2023) Considere um tabuleiro de damas com 8 colunas verticais e 8 linhas horizontais, num total de 64 casas quadradas. Dizemos que um movimento de uma peça significa andar uma casa para a direita, ou para a frente ou para a diagonal superior à direita (desde que a casa exista).
A figura a seguir ilustra esses movimentos possíveis.



Queremos levar uma peça da casa do canto inferior à esquerda até a casa do canto superior à direita em 9 movimentos, sem passar duas vezes pela mesma casa.

O número de modos de se fazer isso é igual a:

- a) 756.
- b) 755.
- c) 754.
- d) 753.
- e) 752.



O movimento total compreende **9 deslocamentos**, sendo:

- 5 movimentos diagonais (D),
- 2 para a direita (L),
- 2 para cima (N).

Como a ordem dos movimentos altera o percurso, trata-se de **permutação com repetição**, pois há movimentos idênticos de cada tipo.

$$P_9 = \frac{9!}{5! 2! 2!} =$$

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! 2 \cdot 2 \cdot 2} = 18 \times 42 = 756$$



25m

D D D D D L L N N (5D, 2L, 2N)

L N L N D D D D D (5D, 2L, 2N)

D L N D D D L D N

D L N

5, 2, 2

$$P_9 = \frac{9!}{5! 2! 2!} = \frac{9 \cdot 8^2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{5! 2 \cdot 2 \cdot 2}$$

$$= 18 \times 42 = 756$$

GABARITO

01. b

02. e

03. b

04. C

05. a

Este material foi elaborado pela equipe pedagógica do Gran Concursos, de acordo com a aula preparada e ministrada pelo professor Marcelo Leite do Nascimento.

A presente gravação tem como objetivo auxiliar no acompanhamento e na revisão do conteúdo ministrado na videoaula. Não recomendamos a substituição do estudo em vídeo pela leitura exclusiva deste material.